PROBLEMA 1

Uno studio ha dimostrato che nell'Ontario i salari annuali degli insegnanti hanno una media di $ 50000 e una deviazione standard di $ 10000. Supponi che la distribuzione sia approssimativamente campanulare.

QUESITI

a) Definisci un intervallo di valori che contiene circa (i) il 68%, (ii) il 95% e (iii) tutte o quasi le osservazioni.

b) Ritieni che un salario pari a $ 100000 sarebbe anomalo (outlier) nella distribuzione? perché?

a) Applicare la regola empirica

(i) (40000 ; 60000)

(ii) (30000 ; 70000)

(iii) (20000 ; 80000)

b) sì, ricade a 5 deviazioni standard dalla media.

PROBLEMA 2

I voti ottenuti all'esame di Psicometria sono compresi tra 24 e 30. Considera i seguenti possibili valori per la deviazione standard:

-5.0 0.0 0.2 1.0 7.0

QUESITI

a) C'è qualche valore impossibile?

b) Qual è il valore più realistico?

SOLUZIONI

a) -5.0 perché la deviazione standard è sempre maggiore o uguale a zero; se i voti vanno da 24 a 30 anche s=0.0 non è possibile perché altrimenti i voti dovrebbero essere tutti uguali

b) 1.0 (vd regola empirica)

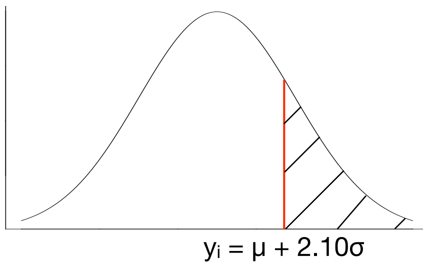
PROBLEMA 3

Quale proporzione di una distribuzione normale ricade nei seguenti intervalli:

a) oltre uno z-score pari a 2.10
b) prima di uno z-score pari a -2.10
c) oltre uno z-score pari a -2.10
d) tra gli z-score -2.10 e 2.10

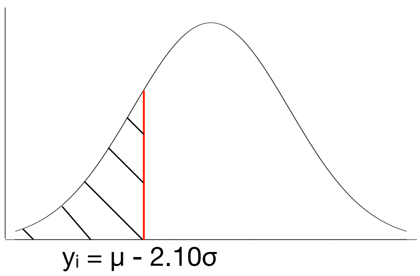
per svolgere l'esercizio utilizzare la Tavola 1 a pagina 286 del libro di testo.

a)

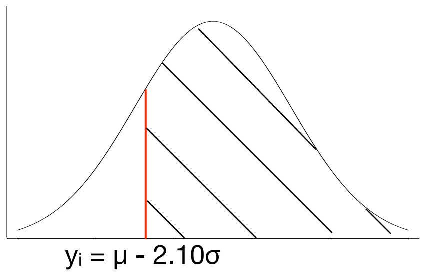


La proporzione di una distribuzione normale che ricade oltre uno z-score pari a 2.10 è 0.0179

b)

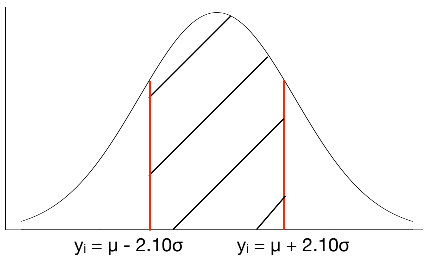


La proporzione di una distribuzione normale che ricade prima di uno z-score pari a -2.10 è 0.0179 c)



La proporzione di una distribuzione normale che ricade oltre uno z-score pari a -2.10 è pari a 0.9821 (dato da: 1 - 0.0179 = 0.9821)

d)



La proporzione di una distribuzione normale che ricade tra gli z-score 2.10 e -2.10 è pari a 0.9642 (dato da: 1 - 0.0179 - 0.0179 = 0.9642)

PROBLEMA 4

Mensa è una società di persone ad alto QI i cui membri hanno un punteggio al test QI pari o superiore al 98-esimo percentile.

QUESITI

a) Quante deviazioni standard oltre la media è posizionato il 98-esimo percentile?

b) Per la distribuzione normale del QI con media 100 e deviazione standard 16, qual'è il punteggio del QI pari al 98-esimo percentile?

a) Tavola 1 -> cerco z-score corrispondente a area pari a 0.02

Il 98-esimo percentile è posizionato a 2.05 deviazioni standard dalla media.

b) N (100, 16)

$y = \mu - z\sigma = 100 - (2.05)(16) = 132.8 = 133$ (arrotondo)

Il punteggio del QI pari al 98-esimo percentile è 133.

PROBLEMA 5

L'indice di sviluppo mentale infantile (MDI) è una misura standardizzata utilizzata in studi su bambini ad alto rischio. Questa variabile ha una distribuzione approssimativamente normale con media pari a 100 e deviazione standard pari a 16.

QUESITI

a) Definisci l'intervallo di valori MDI che contiene circa (i) il 68%, (ii) il 95% e (iii) tutte o quasi le osservazioni.

b) Quale proporzione di bambini ha un valore MDI di almeno 120?

c) Trova il punteggio di MDI pari al 90-esimo percentile

d) Trova il quartile inferiore, la mediana e il quartile superiore per MDI.

N (100, 16)

a) (i) (84 ; 116)

(ii) (68 ; 132)

(iii) (52 ; 148)

b) $P(MDI \geq 120)$?

trovo z-score: $z = (120-100)/16 = 1.25$

Tavola 1 -> 0.1056

La proporzione di bambini con un valore di MDI di almeno 120 è pari a 0.1056.

c) Tavola 1 -> cerco z-score corrispondente a area pari a 0.10

$z = 1.28$

$y = \mu - z\sigma = 100 - (1.28)(16) = 120.5$

Il punteggio corrispondente al 90-esimo percentile è 120.5.

d) Mediana = media = 100

Q_1 = 25-esimo percentile = $\mu - z\sigma = 100 + (-0.67)(16) = 89$

Q_3 = 75-esimo percentile = $\mu - z\sigma = 100 + (0.67)(16) = 111$

PROBLEMA 6

In occasione dell'esame intermedio per il corso di Psicometria, un esaminatore assegna sempre una valutazione pari a B agli studenti il cui punteggio è compreso tra 80 e 90. In un certo anno, i punteggio hanno avuto una distribuzione normale con media pari a 83 e deviazione standard pari a 5.

QUESITO

a) All'incirca, quale proporzione di studenti prenderà un voto B?

$z_{80} = (80 - 83)/5 = -0.6$

Tavola 1 -> 0.2743

$z_{90} = (90 - 83)/5 = 1.4$

Tavola 1 -> 0.0808

$P(80<voto<90) = 1 - 0.2743 - 0.0808 = 0.6449$

La proporzione di studenti che prenderà un voto B è pari a 0.6449.

PROBLEMA 7

Si supponga che l'uso settimanale di benzina per viaggi con veicoli a motore da parte di adulti del Nord America sia distribuito in modo approssimativamente normale, con una media pari a 60.6 litri e una deviazione standard pari a 18.9 litri.

QUESITI

a) Quale proporzione di adulti usa più di 76 litri alla settimana?

b) Quale proporzione di adulti usa meno di 76 litri alla settimana?

c) Quale proporzione di adulti usa più di 50 litri alla settimana?

d) Quale proporzione di adulti usa tra i 50 ed i 76 litri alla settimana?

e) Assumendo che la deviazione standard e la forma pressoché normale rimangano costanti, a quale valore dovrebbe ridursi la media in modo che solo il 5% utilizzi più di 76 litri alla settimana?

N (60.6, 18.9)

a) z_{76} = (76 - 60.6)/18.9 = 0.81

Tavola 1 -> 0.2090

La proporzione di adulti che usa più di 76 litri alla settimana è 0.2090.

b) 1 - 0.2090 = 0.7910

La proporzione di adulti che usa meno di 76 litri alla settimana è 0.7910.

c) z_{50} = (50 - 60.6)/18.9 = -0.56

Tavola 1 -> 0.2877

1 - 0.2877 = 0.7123

La proporzione di adulti che usa più di 50 litri alla settimana è 0.7123.

d) 1 - (0.2877 + 0.2090) = 0.5033

La proporzione di adulti che usa tra i 50 ed i 76 litri alla settimana è 0.5033.

e) Tavola 1 -> cerco z-score corrispondente a area pari a 0.05

$z = 1.64$

$\mu = y - z\sigma = 76 - (1.64)(18.9) = 45$

La media dovrebbe ridursi a 45 litri.

PROBLEMA 8

Tra la distribuzione dei punteggi al SAT ($\mu = 500$, $\sigma = 100$) e la distribuzione dei punteggi all'ACT ($\mu = 21$, $\sigma = 4.7$), quale punteggio è relativamente più elevato, SAT = 600 oppure ACT = 29?
Fornisci una spiegazione.

$z_{SAT} = (600 - 500)/100 = 1$

$z_{ACT} = (29 - 21)/4.7 = 1.7$

Il punteggio più elevato è quello ottenuto al test ACT perché ricade a 1.7 deviazioni standard dalla media (mentre il punteggio al test SAT ricade a solo 1 deviazione standard dalla media).

PROBLEMA 9

Si supponga che le tasse di proprietà sulla casa a Iowa City abbiano una distribuzione approssimativamente normale con una media pari a $ 2500 e una deviazione standard pari a $ 1500. Sia la tassa di proprietà per una determinata abitazione pari a $ 5000.

QUESITI

a) Trova lo z-score corrispondente a quel valore.

b) Quale proporzione delle tasse di proprietà è superiore a $ 5000?

c) Se la vera distribuzione non è normale, come pensi si discosti dalla normale?

a) $z = (5000 - 2500)/1500 = 1.67$

Lo z-score corrispondente a $ 5000 è 1.67

b) Tavola 1 -> cerco area corrispondente a z-score 1.67

La proporzione di tasse di proprietà superiore a $ 5000 è 0.0475

c) asimmetrica positiva (lo 0 ricade a solo 1.67 deviazioni standard dalla media)