

PARAMETRI CINEMATICI DELLA SORGENTE E LOCALIZZAZIONE DI TERREMOTI

Diciamo **ipocentro** o anche **fuoco del terremoto** il punto nella Terra che per primo emana onde sismiche nel corso di un evento sismico (innesco del terremoto). Esso è determinato da tre parametri: **longitudine**, **latitudine** e **profondità**.

Diciamo **epicentro del terremoto** il punto sulla superficie terrestre che si trova sulla verticale sopra l'ipocentro. Per un terremoto in Friuli, l'ipocentro potrebbe essere a $46^{\circ}20'N$, $13^{\circ}05'E$, e 8 km di profondità. L'epicentro è a $46^{\circ}20'N$, $13^{\circ}05'E$. Come vedremo comunque i terremoti non avvengono in un punto, ma piuttosto lungo dei piani di faglia...

Diciamo **tempo origine** il tempo t_0 in cui avviene l'evento. Per via dei diversi fusi orari nel mondo, il tempo origine va espresso in termini di tempo di Greenwich medio.

Per localizzare una sorgente sismica, bisogna pertanto determinare quattro quantità. Le informazioni che abbiamo a disposizione sono rappresentate dai tempi di arrivo delle onde (P ed S) alle varie stazioni.

Esistono vari metodi per localizzare i terremoti, a seconda se conosciamo le velocità delle onde o meno, se abbiamo a disposizione tempi di arrivo di onde P ed anche S, se abbiamo una stazione a tre componenti o più stazioni ad una componente (normalmente verticale). Ovviamente il minimo numero di informazioni (dati) che bisogna avere è quattro.

LOCALIZZAZIONE DI IPOCENTRI

METODO DI WADATI

Assunzioni :

- Sorgente puntiforme
- Mezzo omogeneo (velocità costanti)
- Stazioni "vicine" (distanze epicentrali dell'ordine di grandezza della profondità del terremoto)

la propagazione delle onde è data da

$$R = V(t - t_0)$$

ove R = distanza ipocentrale, V = velocità dell'onda, t = tempo di arrivo dell'onda alla stazione, t_0 = tempo origine terremoto
Si ha:

$$R = V_p(t_p - t_0) \quad (1)$$

$$R = V_s(t_s - t_0) \quad (2)$$

$$V_p t_p - V_p t_0 = V_s t_s - V_s t_0$$

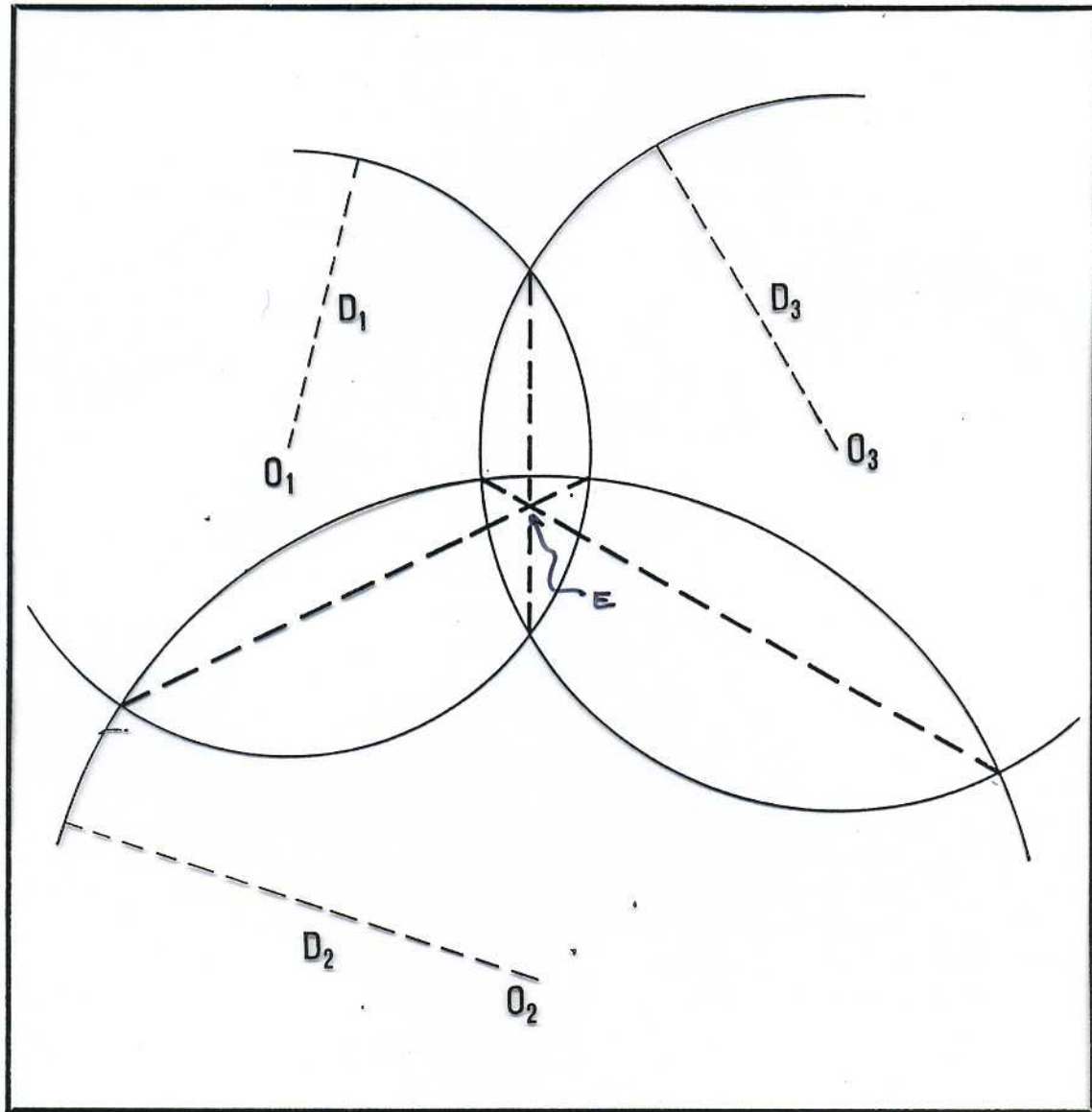
$$t_0 = \frac{V_p t_p - V_s t_s}{V_p - V_s} \quad (3)$$

sostituendo nella (1) la (3)

$$R = V_p \left(t_p - \frac{V_p t_p - V_s t_s}{V_p - V_s} \right)$$

$$R = \frac{V_p V_s}{V_p - V_s} (t_s - t_p) \quad (4)$$

3 STAZIONI ; TEMPI ARRIVO P, S ; VELOCITÀ NOTE



Per determinare l'epicentro di un evento nel caso le velocità V_P , V_S dell'area siano conosciute e si abbiano a disposizione i tempi di arrivo delle onde P ed S a tre stazioni, si può calcolare la distanza D_i dell'evento da ogni stazione O_i

$$D_i = \frac{V_P V_S}{V_P - V_S} (t_S - t_P)$$

e determinano l'epicentro E come indicato in figura.

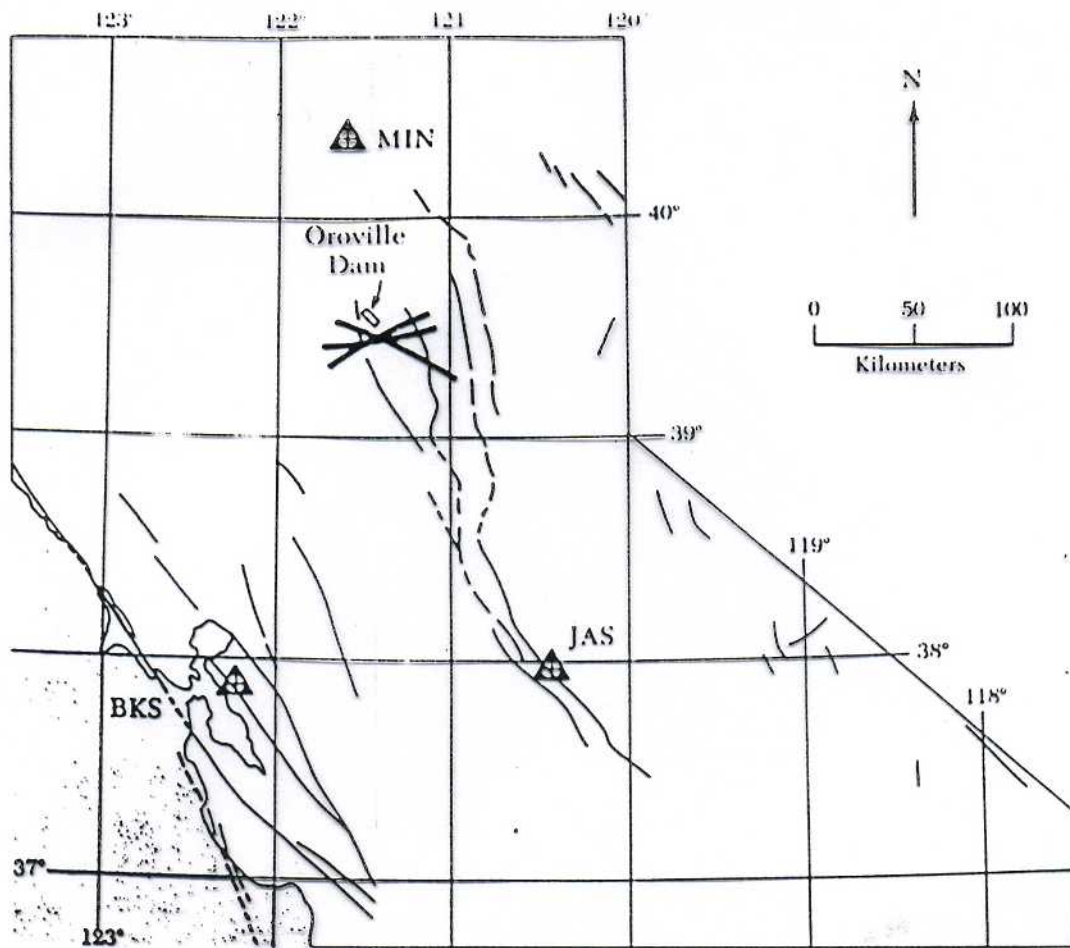


FIGURE 5

Map of Central California showing three seismographic stations, BKS (Berkeley), JAS (Jamestown) and MIN (Mineral). The arcs near Oroville dam are drawn as described in the text. The thin lines are surface traces of some prominent faults.

	<u>P</u>			<u>S</u>		
	<u>ore</u>	<u>min</u>	<u>s</u>	<u>ore</u>	<u>min</u>	<u>s</u>
BKS	15	46	04.5	15	46	25.5
JAS	15	46	07.6	15	46	28.0
MIN	15	45	54.2	15	46	07.1

	<u>S - P</u> <u>(secondi)</u>	<u>Distanza</u> <u>(chilometri)</u>
BKS	21.0	190
JAS	20.4	188
MIN	12.9	105

Determinazione del tempo origine

Eliminando dalle equazioni (1) e (2) la quantità R otteniamo

$$\frac{t_s - t_o}{t_p - t_o} = \frac{V_p}{V_s} \quad (11)$$

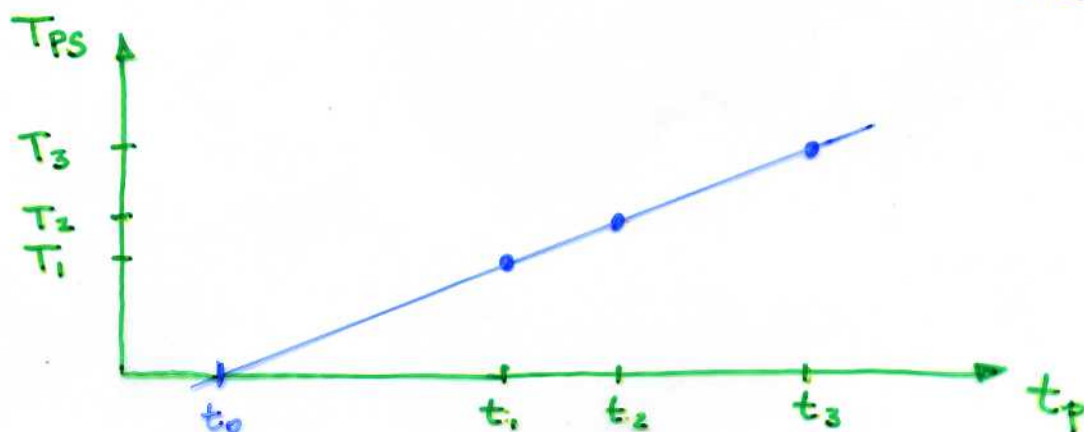
Assumendo che all'interno della rete di stazioni il rapporto V_p/V_s sia costante e ponendo

$T_s = t_s - t_o$, $T_p = t_p - t_o$, otteniamo dalla (11) - moltiplicando per T_p e sottraendo t_p

$$t_s - t_p = \left(\frac{V_p}{V_s} - 1\right) t_p - \left(\frac{V_p}{V_s} - 1\right) t_o \quad (12)$$

La (12) ci dice che il tempo $T_{ps} = t_s - t_p$ è una funzione lineare di t_p . Le incognite nella (12) sono il rapporto V_p/V_s ed il tempo origine t_o . Per determinarli abbiamo bisogno dei dati di almeno due stazioni.

Riportando in grafico (in ascissa i tempi t_p ed in ordinata i tempi $t_s - t_p$ delle corrispondenti stazioni) i punti e trovando la retta che meglio approssima il loro andamento, si ottiene il tempo t_o come intersezione di tale retta con l'asse delle ascisse.



Il fattore $V_p V_s / (V_p - V_s)$ è costante, mentre R , t_p e t_s variano da stazione a stazione.

Il rapporto tra le distanze ipocentrali per le stazioni "i" e "k" sarà

$$\frac{R_i}{R_k} = \frac{(t_s - t_p)_i}{(t_s - t_p)_k} = M_{ik} \quad (5)$$

Il significato geometrico del rapporto (5) è: il luogo geometrico dei punti per cui le distanze R_i ed R_k da due punti fissi hanno rapporto costante M_{ik} , è la superficie di una sfera con centro sulla retta congiungente i due punti.

Ad ogni coppia di stazioni corrisponde una sfera. L'intersezione di due sfere è un circolo. L'intersezione del circolo con una terza sfera determina due punti situati simmetricamente rispetto al piano passante per i centri dei tre cerchi. Il punto al di sotto del piano (i.e. nella Terra) ci dà l'ipocentro.

Per determinarlo abbiamo bisogno pertanto di almeno quattro stazioni.

le sfere, ovvero i cerchi rappresentanti la loro intersezione con il piano orizzontale, vengono determinate in coordinate cartesiane in modo che una stazione si trovi sempre nell'origine delle coordinate e le altre vengano a trovarsi (non meno) sull'asse x (Fig. 1).

La (5) può essere pertanto scritta come

$$m_k = \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}{\sqrt{(x_k - x_0)^2 + y_0^2 + z_0^2}} \quad (6)$$

normalizzando l'indice i , poiché la stazione i -esima verrà a trovarsi nell'origine per tutte le coppie di stazioni. L'indice "0" si riferisce all'ipocentro.

Quadrando la (6)

$$m_k^2 x_k^2 - 2m_k^2 x_k x_0 + m_k^2 x_0^2 + m_k^2 (y_0^2 + z_0^2) = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 \quad (7)$$

Dividendo la (7) per $(1 - m_k^2)$ e riordinando si ottiene l'equazione

$$\left(x_0 + x_k \frac{m_k^2}{1 - m_k^2} \right)^2 + y_0^2 + z_0^2 = x_k^2 \left(\frac{m_k}{1 - m_k^2} \right)^2 \quad (8)$$

che descrive la sfera corrispondente alla stazione k (oltre alla i da rimane fissa)

le coordinate del centro della sfera descritta dalla (8) sono

$$x_k^s = -x_k \frac{m_k^2}{1-m_k^2} \quad y_k^s = z_k^s = 0 \quad (9)$$

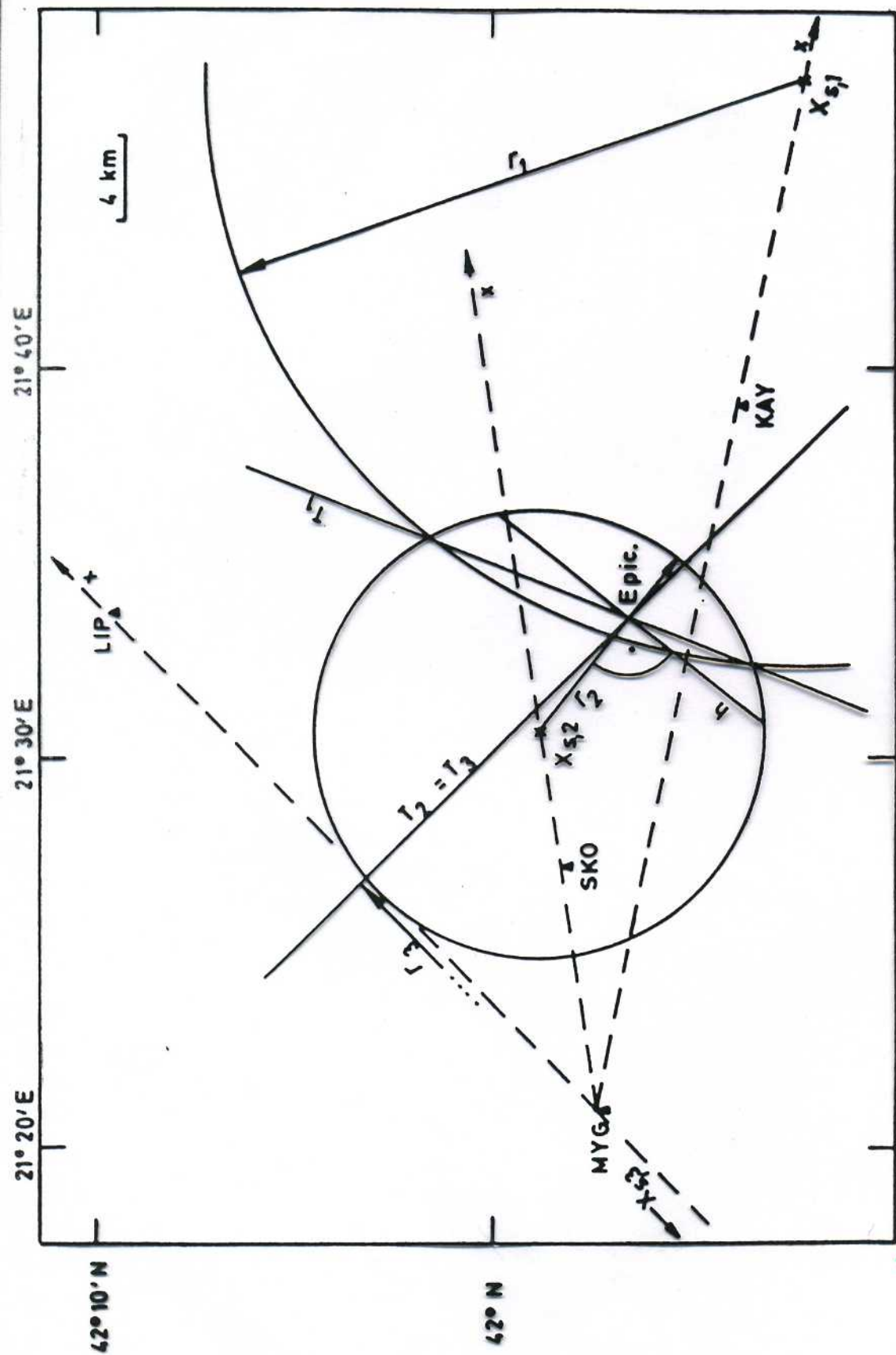
ed il raggio della sfera è dato da

$$\begin{aligned} r_k &= x_k \frac{m_k}{1-m_k^2} & m_k < 1 \\ r_k &= -x_k \frac{m_k}{1-m_k^2} & m_k > 1 \end{aligned} \quad (10)$$

Analogamente si trovano le sfere (i cerchi) per ogni paio (i, k) con $(i=1, k=2, 3, 4)$ di stazioni.

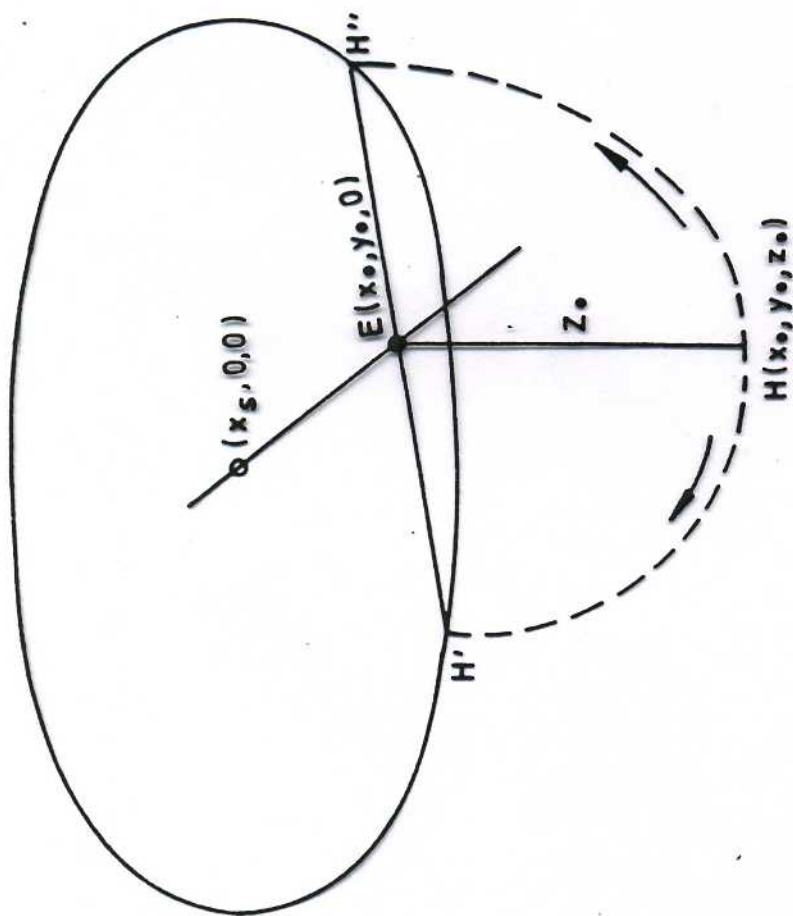
Le corde tirate attraverso le intersezioni dei tre cerchi trovati si intersecheranno in un punto che è l'epicentro.

la profondità del terremoto è data dalla lunghezza di metà della corda passante ~~attraverso~~ per l'epicentro e ortogonale alla retta congiungente l'epicentro con il centro del cerchio corrispondente.
(Fig. 2)



1 Slika 3. Određivanje položaja epicentra i dubine žarišta potresa 05. veljače 1969. g. grafičkim postupkom prema K. Wadatiju.

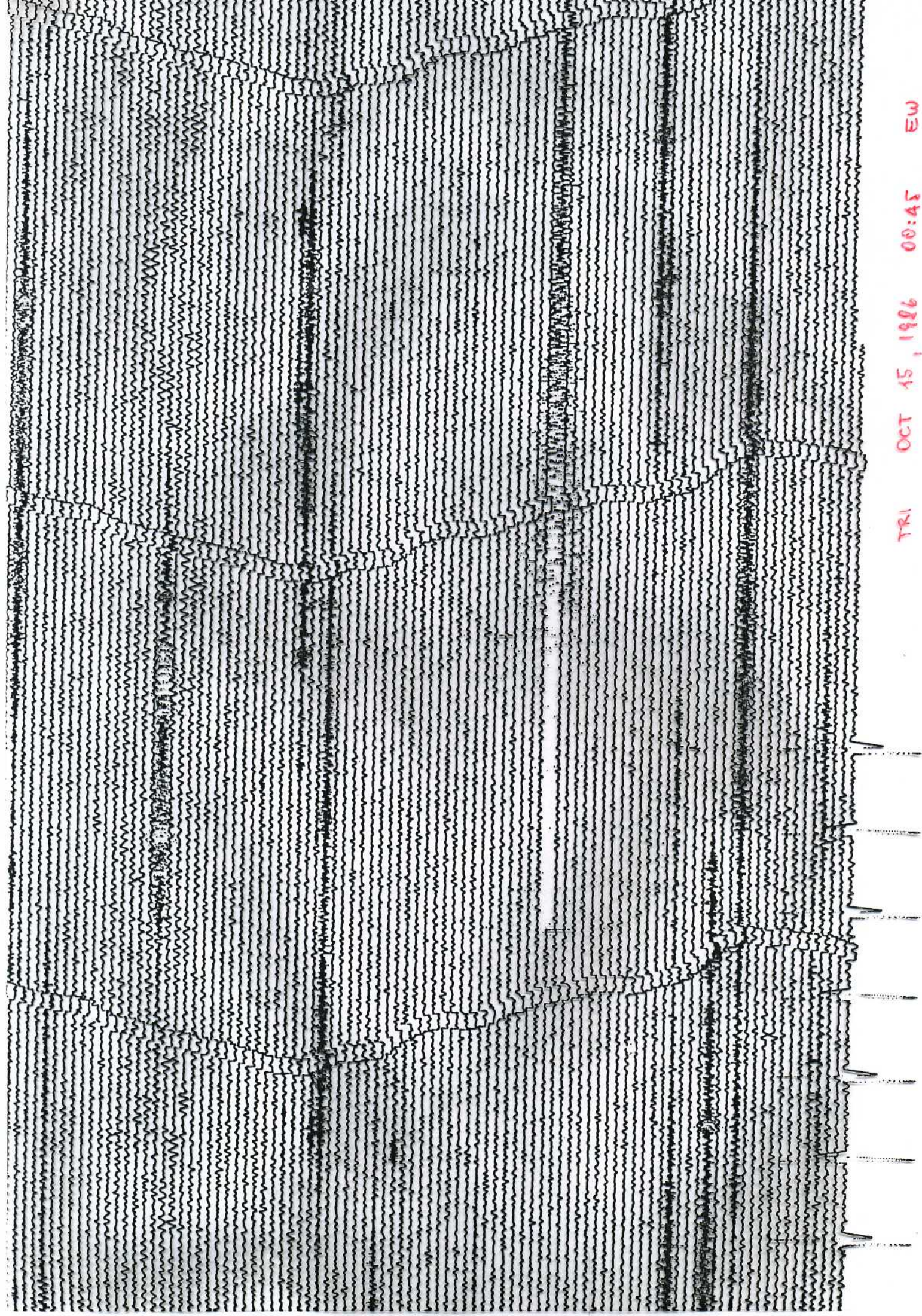
1 Figure 3. Epicenter and focal depth determination for earthquake of February 05, 1969, by the graphical method of K. Wadati.

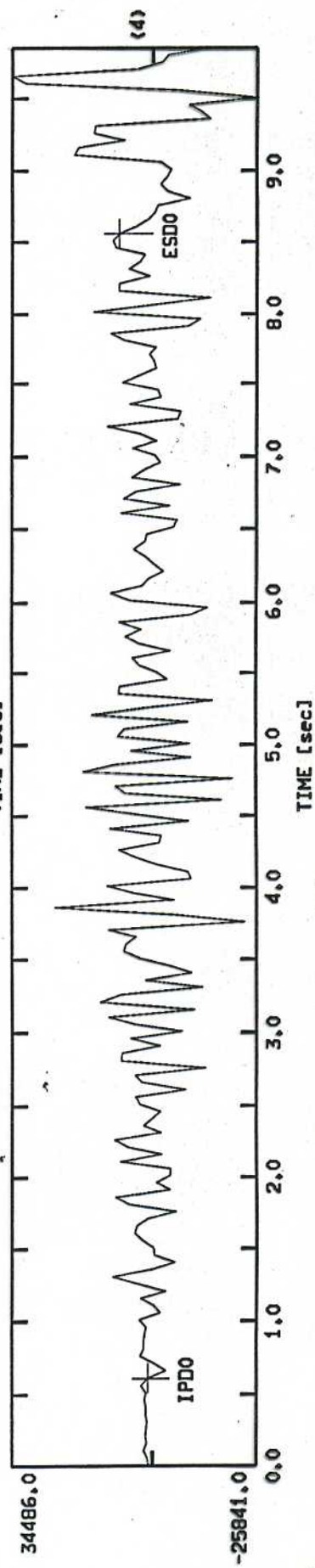
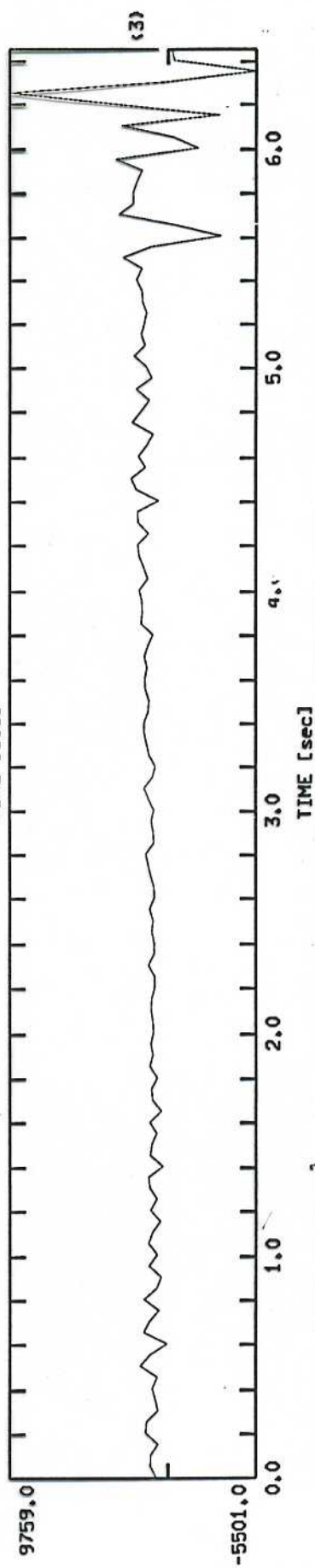
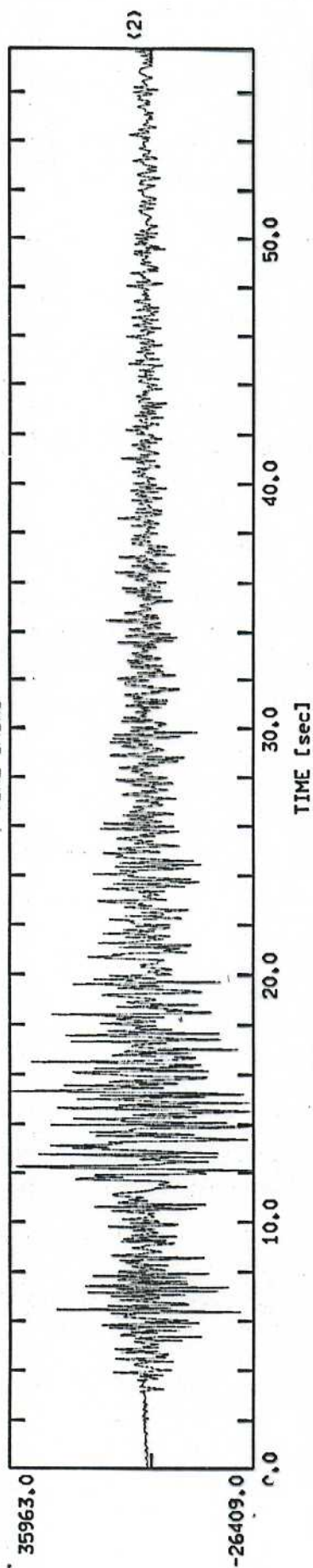
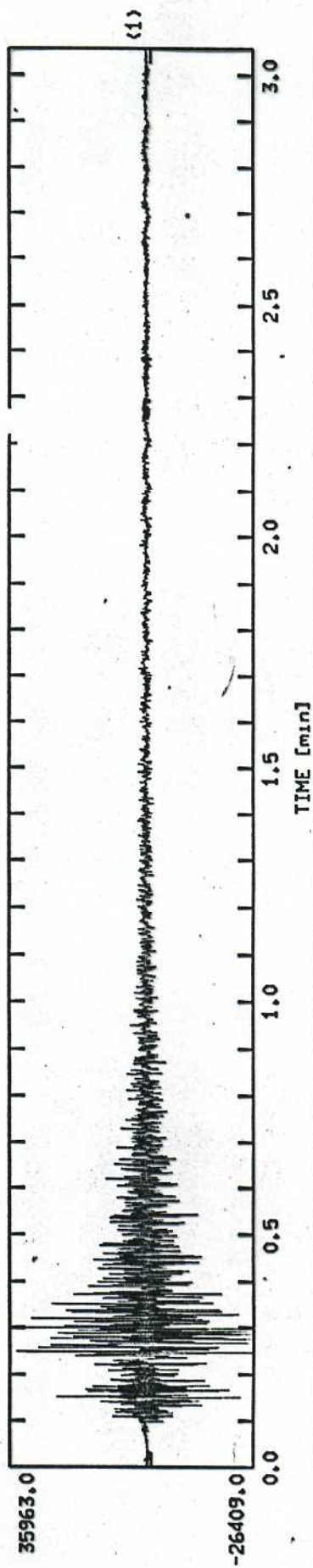


Slika 2. Rotacijom dužine $E(x_0, y_0, 0)$ $H(x_0, y_0, z_0)$ koja je prikaz dubine žarišta potresa, oko pravca koji prolazi točkama $(x_s, 0, 0)$ i $E(x_0, y_0, 0)$ dobiva se pola tetive EH' (EH'') čija je duljina jednaka dubini z_0 žarišta a nalazi se u horizontalnoj ravnini.

Figure 2. By rotating the length $E(x_0, y_0, 0)$ $H(x_0, y_0, z_0)$ which is equal to the focal depth, about the line through the points $(x_s, 0, 0)$ and $E(x_0, y_0, 0)$ the half of cord EH' (EH'') is obtained. Its length is equal to the focal depth z_0 and is situated in horizontal plane.

TRI OCT 15, 1986 00:45 EW





TRI OCT 15, 1986 00:45 Z

METODO DI GEIGER

Minimi quadrati

(x_i, y_i, z_i)

coordinate i -esima stazione

z_i

tempo di arrivo osservato

Assumendo un'ipocentro (x, y, z) ed un tempo origine t , sia t_i il tempo di arrivo calcolato.

Nell'ipotesi di un residuo temporale

$$R_i \equiv z_i - t_i$$

piccolo, possiamo espanderlo in serie di Taylor

$$R_i = 1 \cdot dt + \frac{\partial t_i}{\partial x} dx + \frac{\partial t_i}{\partial y} dy + \frac{\partial t_i}{\partial z} dz + e_i$$

↑ errore

Con il dato modello cristallo possiamo calcolare sia il tempo di arrivo che le derivate.

Le vettore di correzione ipocentrale

$$(dt, dx, dy, dz)$$

può essere ottenuto con il metodo dei minimi quadrati, imponendo $\sum_i R_i^2 = \min$

Questo porta a risolvere un sistema di equazioni normali.

Per ottenere l'equazione normale k-esima, bisogna moltiplicare ogni equazione per il coefficiente della variabile k-esima e sommare le equazioni.
In forma simbolica:

$$[1.1] dt + [1.a] dx + [1.b] dy + [1.c] dz = [1.R]$$

$$[a.1] dt + [a.a] dx + [a.b] dy + [a.c] dz = [a.R]$$

$$[b.1] dt + [b.a] dx + [b.b] dy + [b.c] dz = [b.R]$$

$$[c.1] dt + [c.a] dx + [c.b] dy + [c.c] dz = [c.R]$$

ove $a \equiv \frac{\partial t_i}{\partial x}$ $b \equiv \frac{\partial t_i}{\partial y}$ $c \equiv \frac{\partial t_i}{\partial z}$

e $[1.1] = \sum_1^n 1 \cdot 1 = n$ $[a.b] = \sum_1^n a_i b_i$ $[1.a] = \sum_1^n a_i$

Il sistema da risolvere risulta pertanto

$$n dt + \sum a_i dx + \sum b_i dy + \sum c_i dz = \sum R_i$$

$$\sum a_i dt + \sum a_i^2 dx + \sum a_i b_i dy + \sum a_i c_i dz = \sum a_i R_i$$

$$\sum b_i dt + \sum a_i b_i dx + \sum b_i^2 dy + \sum b_i c_i dz = \sum b_i R_i$$

$$\sum c_i dt + \sum a_i c_i dx + \sum b_i c_i dy + \sum c_i^2 dz = \sum c_i R_i$$

Questo sistema può venir risolto con il solito sistema della matrice inversa.

Il nuovo tempo origine ed ipocentro

$$t+dt, (x+dx, y+dy, z+dz)$$

vergono usati per la nuova iterazione, finché non viene soddisfatto un criterio di arresto.

Il problema può essere impostato schematicamente usando le matrici.

Si vuole minimizzare la somma dei quadrati dei residui R_i alle varie stazioni. Possiamo esprimere tale somma come

$$f = \sum_{i=1}^n R_i^2 = \underbrace{R_i R_i}_{\text{convenzione indici ripetuti}} = \underbrace{R^T R}_{\text{forma vettoriale}}$$

Il vettore \underline{R} è dato da

$$\underline{R} = \underline{A} \underline{x}$$

ove \underline{A} è la matrice delle derivate parziali dei tempi di arrivo t_i alle varie stazioni rispetto ai parametri ipocentrali e tempo origine (indicati con a, b, c prudentemente);

\underline{x} è invece il vettore di correzione ipocentrale (dt, dx, dy, dz)

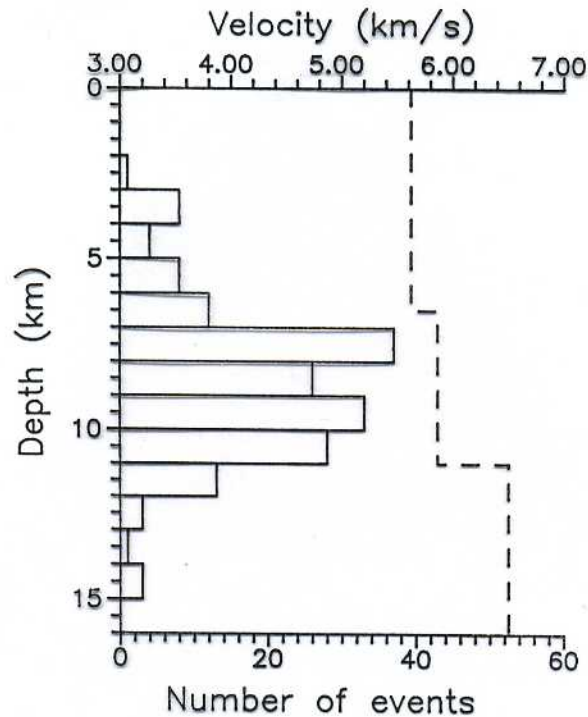
Il sistema di equazioni normali si può scrivere come

$$\underline{A}^T \underline{A} \underline{x} = \underline{A}^T \underline{R}$$

Per cui la soluzione è data da

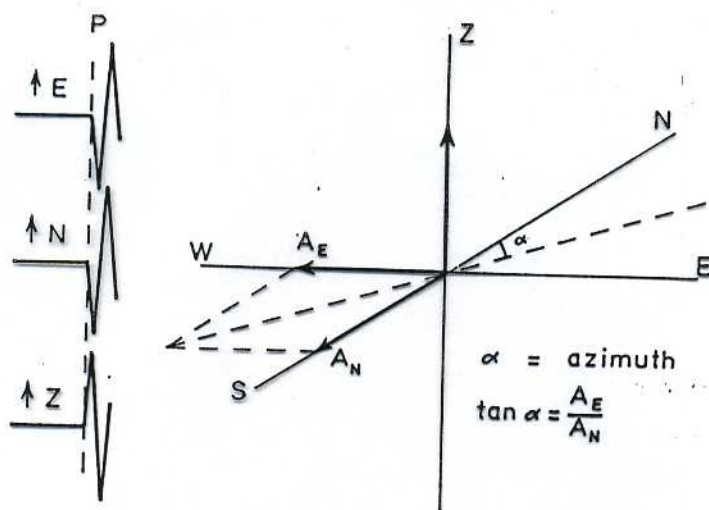
$$\underline{x} = (\underline{A}^T \underline{A})^{-1} \underline{A}^T \underline{R}$$

Siccome il problema non è lineare la procedura va iterata.



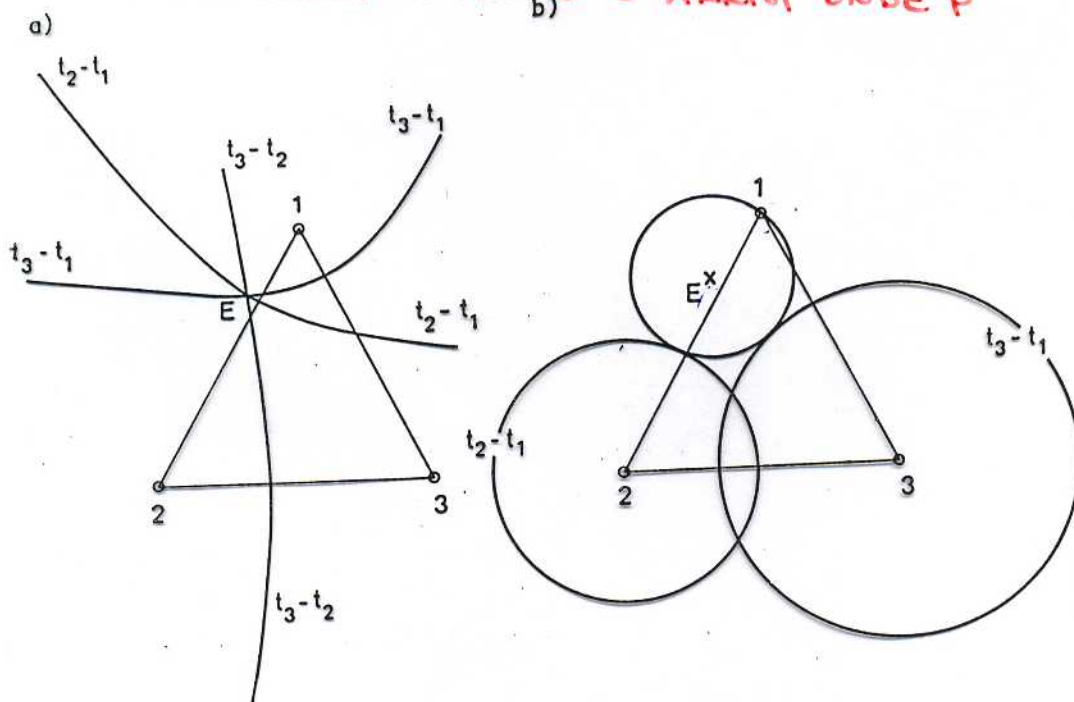
Velocità delle onde P (linea tratteggiata) nell'area sismica del Friuli da un'inversione congiunta per parametri di velocità ed ipocentri. L'istogramma la distribuzione in profondità degli ipocentri ottenuta dall'inversione (da Mao & Suhardole, 1992).

METODO STAZIONE SINGOLA



calcolo dell'azimute dell'epicentro rispetto alla stazione dalle ampiezze (e polarità) dei primi arrivi dell'onda P sulle componenti E-W, N-S e Z di una stazione.

LOCALIZZAZIONI MEDIANTE 3 ARRIVI ONDE P



METODO DELLE IPERBOLI

Epicentro su una curva in cui $t_2 - t_1$ è costante: un'iperbole con stazioni 1 e 2 come fuochi.

L'intersezione di tre iperboli dà l'epicentro.

METODO DEI CERCHI

Con le stazioni 2 e 3 come centro costruisce i cerchi di raggio $v(t_2 - t_1)$ e $v(t_3 - t_1)$.

L'epicentro si trova al centro del cerchio che passa per la stazione 1 ed è tangente agli altri due.