Regole del corso di Analisi Matematica 1 Ingegneria A.A. 2018-19, docente S. Cuccagna.

Libro consigliato : "ANALISI MATEMATICA :.Dal calcolo all'analisi" Volume 1, Conti, Ferrario, Terracini Verzini, Apogeo ed. Il docente mette a disposizione i suoi appunti sul sito http://www.dmi.units.it/~cuccagna/didattica

Esame. Ci saranno 7 appelli nel corso dell'anno solare 2018. Gli scorsi anni si sono avuti 3 appelli nella sessione invernale in Genn-Febb, 3 nella sessione estiva in Giugno-Luglio, 1 nella sessione autunnale in Sett.

Obbiettivi formativi. Gli studenti devono acquisire le nozioni di base del calcolo differenziale e integrale delle funzioni di una variabile, devono essere in grado di enunciare correttamente le definizioni ed i teoremi principali della materia, devono conoscere le dimostrazioni di questi ultimi, e devono essere in grado di applicare queste nozioni su esempi dimostrando di essere in grado di svolgere esercizi..

Regole d'esame. L'esame verte sugli argomenti trattati durante le lezioni e consiste di due prove scritte , la prima di esercizi, la seconda teorica (ma che può contenere esercizi di natura teorica). Di solito nel medesimo appello la prova teorica è svolta due giorni dopo la prova di esercizi. Per essere ammessi alla prova teorica bisogna avere riportato almeno 15/30 nella prova di esercizi. Dopo le due prove scritte ci può essere anche un colloquio, a discrezione del docente o su richiesta dello studente.

La prima prova scritta, che dura 2 ore, consiste di 4 esercizi ad ognuno dei quali è assegnato un punteggio di 8 punti (il voto massimo è di 32 punti, col voto 31-32 corrispondente al 30 e lode). La prova scritta teorica (che dura 1 ora) richiede sia di sapere enunciati e dimostrazioni fatti in classe, che la capacità di applicare le nozioni apprese svolgendo semplici esercizi teorici. Il voto finale è basato su quello della prova di esercizi che viene confermato (di solito viene un poco aumentato) se prova teorica ed il colloquio confermano le indicazioni sulla comprensione della materia dello studente emerse dalla prova di esercizi (cosa che di solito avviene) o viene modificato in presenza di nuove indicazioni.

In appelli con pochi studenti non c'è la prova scritta teorica e si fa invece un colloquio orale.

Chi ad un appello (ad esempio primo appello della sessione invernale) ha riportato un voto maggiore o uguale a 15 nella prima prova scritta (prova di esercizi) e non si sente pronto per la prova teorica, può conservare il voto della prova di esercizi e presentarsi alla prova teorica in un altro appello, sempre però nella stessa sessione di esami .

Le iscrizioni agli esami devono avvenire tramite il sito esse3.

Per vecchi esami (parte esercizi) si rimanda ai siti http://www.dmi.units.it/~omari/Didattica.html e http://www.dmi.units.it/~cuccagna/didattica (si veda al materiale dello scorso anno accademico)

Materiale coperto nel corso di Analisi Matematica 1 Ingegneria A.A. 2017-18, docente S. Cuccagna.

Lunedì 18 settembre, 2 ore. Numeri naturali. Principio di induzione. Teorema sulle dimostrazioni per induzione. Esempi di dimostrazione per induzione: dimostrazione della disuguaglianza di Bernoulli . Sommatorie e loro proprietà (senza dim.).

Mercoledì 20 Settembre 2 ore. Esempi di dimostrazione per induzione: dimostrazione della disuguaglianza di Bernoulli ; dimostrazione della formula per somme geometriche di ragione a e della formula per somme aritmetiche. Numeri complessi. Complesso coniugato di z. Valore assoluto |z|. Esistenza di 1/z se z≠0 (con dim.).

Giovedì 21 Settembre 2 ore. Svolgimento dell ' esercizio 2 dall'esame del 4 luglio 2016. Svolgimento di alcuni esercizi sui numeri complessi. Teorema fondamentale dell'algebra, versione 1, sull'esistenza di una radice in C per ogni polinomio di grado ≥ 1. Teorema fondamentale dell'algebra, versione 2, sulla fattorizzazione in polinomi di grado 1. Molteplicità delle radici di un polinomio. Dimostrazione che la versione 1 implica la versione 2.

Venerdì 22 Settembre 2 ore. Svolgimento di alcuni esercizi sulle sommatorie, sull'induzione e sui numeri complessi. Fattoriali e coefficienti binomiali. Dimostrazione di un lemma preliminare alla formula di Newton per i binomi.

Lunedì 25 Settembre 2 ore . Dimostrazione della formula di Newton per i binomi. Formule di De Moivre (con dim.) . Dimostrazione del teorema sulle radici n esime dell'unità. Esempio z^2 =1 e z^4 =1. Esercizi.

Mercoledì 27 Settembre 2 ore. Radici n-esime di un numero complesso qualsiasi. Vari esercizi con risoluzioni di equazioni usando le formula di De Moivre.

Giovedì 28 settembre 2 ore. Nei primi minuti i rappresentanti degli studenti si presentano agli studenti del I anno. Poi lezione regolare. Dimostrazione che $\sqrt{2}$ non esiste in Q. Dimostrazione che esistono infiniti numeri primi. Definizione di insieme delle parti di un insieme. Classi separate. Elementi di separazione. Assioma di separazione in R. Esempi

Venerdì 29 Settembre 2 ore. Svolgimento di alcuni esercizi su numeri complessi e sul fatto che qualsiasi radice di 2 o di un numero primo non appartiene a Q.

Lunedì 2 Ottobre 2 ore Retta reale estesa. Teorema del sup in R (con dim.). Definizione di massimo di un insieme. Teorema sull'estremo inferiore (solo enunciato), definizione di minimo. Definizione di sottoinsieme limitato (superiormente , inferiormente) di R. Una diversa caratterizzazione di SupX nel caso di insiemi limitati superiormente (dimostrata per metà). supN=infinito (con dim.). Principio di Archimede (con dim.). Densità di Q in R (con dim.).

Mercoledì 4 Ottobre 2 ore Svolgimento di due esercizi. Funzioni. Vari esempi di funzione: funzione di Heaviside, funzione segno, funzione di Dirichlet, funzione parte intera. Prodotto cartesiano di una coppia ordinata di insiemi. Grafico di una funzione. Immagine. Funzione iniettiva, funzione suriettiva.

Giovedì 5 Ottobre dalle 10 alle 11. Immagine, contro immagine, restrizione. Esercizi. Dimostrazione che ogni sottoinsieme non vuoto di R con un numero finito di elementi ha massimo. Dimostrazione che ogni sottoinsieme non vuoto di N ha un minimo.

Venerdì 6 Ottobre 2 ore. Funzioni pari, dispari, crescenti, strettamente crescenti, decrescenti, strettamente decrescenti. Definizione della funzione valore assoluto |x| e proprietà. In particolare, dimostrazione della disuguaglianza triangolare. Dimostrazione che se X è un sottoinsieme di Y allora supX è minore o uguale di sup Y e inf Y è minore o uguale di inf X. Dimostrazione di inf(X)=-sup(-X).

Lunedì 9 ottobre 2 ore. Distanza tra due punti della retta. Successioni. Definizione di limite di una successione (nel caso di limite finito). Vari esempi. Definizione di $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) =$ L per L numero reale e per una funzione a valori reali definita su un sottoinsieme X di R con supX=+∞. Esempi.

Mercoledì 11 Ottobre 2 ore Teorema dell'unicità del limite, nel caso di limiti in R (con dim.). Definizione di $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Per b>1 di $\lim\limits_{n \to +\infty} b$^{$n$} = +∞. Regole (solo enunciato, senza dimostrazioni) della somma , del prodotto e del quoziente per limiti per $x \to +\infty$. Vari esempi di limiti: razionalizzazione.

Giovedì 12 ottobre 2 ore Vari esempi di limiti: polinomi, funzioni razionale. Teorema del confronto (solo enunciato). Teorema dei Carabinieri (con dim.) Per b>0 il limite di b^{1/n} è 1; per b>1 il limite di b^{n} è + infinito; per b>1 il limite di b^{n}/n e di b^{n}/n^2 è + infinito .

Venerdì 14 ottobre 2 ore Vari esercizi. Enunciato che $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = sup f(X)$ per funzione crescenti. Verifica per b>1 il limite di b^{x} per $x \to +\infty$ è + infinito

Lunedì 16 ottobre 2 ore Dimostrazione che $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = sup f(X)$ per funzione crescenti. Definizione di $\lim_{x \to y} f\ (x) = L$ per L in R per y un punto di accumulazione del dominio di f . Qualche esempio. Definizione di continuità in un punto di accumulazione. Definizione di funzione continua.

Mercoledì 18 Ottobre 2 ore ore Verifica che $\lim_{x \to 0} sin\ (1/x)$ non esiste . Verifica della continuità di sin (x) e di cos (x). Definizione alternativa di continuità. Dimostrazione di $\lim_{x \to -\infty} \left(1 + \frac{1}{[x]}\right)^{[x]} = e$

Giovedì 19 ottobre 2 ore Dimostrazione di $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x} = e$ e solo enunciato $\lim_{x \to -\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x} = e$. Vari esercizi. Definizione di limite destro e di limite sinistro. Teorema sui limite destro e sinistro per funzioni monotone(solo enunciato). Verifica che b^x ha limite destro uguale ad 1 in 0.

Venerdì 20 ottobre 2 ore. Dimostrazione della continuità di b^x. Limiti destri e sinistri della funzione [x]. Successioni di intervalli dimezzati . Sottosuccessioni di una successione. Chiusura di un sottoinsieme di R, sottoinsiemi chiusi di R. Sottoinsiemi limitati di R. Teorema di Bolzano Weierstrass per successioni in [a,b] (senza dimostrazione). Punti di massimo e punti di minimo di una funzione a valori reali.

Dimostrazione del teorema di Weierstrass per f:[a,b] →R continue, cenni al caso f:X→R con X un chiuso e limitato.

Lunedì 23 ottobre 2 ore. Analisi del perché la dimostrazione del teorema di Weierstrass fallisce nel caso della funzione x definita su R. Verifica che se f continua definita in R ed a valori in R ha limite $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$ allora f ha punti di massimo in R. Verifica che se f:X\{x_0} →R ha limite L in x_0 allora per ogni successione {x_n} in X\{x_0} t.c. di $\lim_{n\to+\infty} x\_n = x\_0$ si ha $\lim_{n\to+\infty} f(x_n) = L$.

Mercoledì 25 ottobre Lezione cancellata perché l'aula Ciamician viene utilizzata per Porte Aperte.

Giovedì 26 ottobre Lezione cancellata perché l'aula Ciamician viene utilizzata per Porte Aperte.

Venerdì 27 ottobre 2 ore. Teorema della costanza del segno (con dim.). Teorema degli zeri (con dim.). Esempio dell'esistenza di uno zero reale per polinomi a coefficienti reali di grado dispari. Verifica che per ogni punto di accumulazione y di X esiste una successione strettamente monotona in X con limite y

Lunedì 30 Ottobre 2 ore Teorema dei valori intermedi (con dim). Se f è continua in un intervallo I allora f(I) è o un punto o un intervallo (senza dim). Teorema sulla continuità delle funzioni inverse di funzioni strettamente monotone definite su intervalli (senza dim.). Esempio: continuità delle funzioni x ^{1/n} . Definizione delle funzioni esponenziali e relative proprietà (senza le dimostrazioni). Definizione e continuità delle funzioni logaritmo. Vari esercizi.

Giovedì 2 novembre non si fa lezione.

Lunedì 6 Novembre 2 ore Continuità della composizione di due funzioni continue (senza dim.). Esempio: continuità di x^a. $\lim_{y\to 0} \log(1+y)/y = 1(con\ dim)$, $\lim_{x\to 0}(e^x - 1)/x = 1$ (con dim), $\lim_{x\to 0}[(x+1)^a - 1]/x = a$ (senza dim.) . Rapporti incrementali e significato geometrico. Retta tra due punti. Definizione di derivata. Funzioni C^1. Definizione di retta tangente. Dim . di (c) '=0, $(x^a)' = a\ \ x^{a-1}$ (regola della potenza). $(e^x)' = e^x$ con dim, (sin x)' = cos x (con dim.) e (cos x)'=-sinx (senza dim)).

Mercoledì 8 Novembre 2 ore (log x)'=1/x. Differenziabilità implica continuità (con dim.) Regole della somma, del prodotto (con dim.) e del quoziente (solo enunciata). Regola della catena (senza dim.). Dimostrazione di (f/g)' = (f'g-fg')/g^2 assumendo (1/g)' =-g'/g^2 e dimostrazione di quest'ultima utilizzando la regola della catena. Calcolo di (tan x)'.

Giovedì 9 Novembre 2 ore Definizione di punti di massimo e di minimo relativo. Definizione di punti critici. Teorema di Fermat (con dim.). Un esempio. Dimostrazione di 1+x $\le e^x$ su R. Teorema di Rolle (con dim.).

Venerdì 10 Novembre 2 ore Teorema di Lagrange (con dim.) e di Cauchy (solo enunciato). Definizione di retta tangente. Teorema della derivata della funzione inversa (senza dim.). Arcoseno e sua derivata. Dimostrazione della regola del confronto per limiti. Definizione di derivata destra e di derivata sinistra.

Lunedì 13 Novembre 2 ore Prima regola dell'Hopital (con dim.). Seconda regola dell'Hopital (senza dim.). Terza regola dell'Hopital (senza dim.). Vari esempi . Gerarchie all'infinito, cenni. Derivate di |x|-

Mercoledì 15 Novembre 2 ore Derivate di ordine superiore. Calcolo delle derivate di x^a (con dim.), (1+x)^a (senza dim.), sin (x) (con dim.), e^x (con dim.). Lemma sull'unico polinomio di grado minore o uguale ad n le cui derivate nello 0 sono date da n+1 numeri preassegnati.

Giovedì 16 Novembre 2 ore . Derivate di cos(x) (solo enunciato). Calcolo delle derivate di log(1+x). Definizione di polinomio di Taylor di ordine n. Polinomi di McLaurin. Calcolo dei polinomi di McLaurin di e^x , sin (x). Estensione della definizione di coefficiente binomiale. Calcolo dei polinomi di McLaurin di (1+x)^a.

Venerdì 17 Novembre 2 ore . Calcolo dei polinomi di McLaurin di log(1+x). Svolgimento dell'esercizio 1dell'esame dell' 8 giugno 2015. Funzione arcocoseno. Funzioni iperboliche. Qualche esercizio.

Lunedì 21 Novembre 2 ore Formula di Lagrange per il resto (solo enunciato). Applicazione della formula di Lagrange: approssimazione di e con un numero razionale con errore inferiore a 10^{-3}. Definizione di o(1) , di o(f(x)), di o(x), o(x^2) ecc. . Enunciato della formula di Peano per il resto (senza dim.) . Dimostrazione che se f(x)=p(x) o((x-x_0)^n) con p(x) è un polinomio di grado minore o uguale di n, allora p è il polinomio di Taylor di ordine n di f in x_0

Mercoledì 22 Novembre 2 ore Utilizzo della formula di Peano per il calcolo di vari polinomi di Taylor, ad esempio per 1/(1-x) , 1/(1+x) , 1/(1+x^2), x^2 sin (x^3).

Giovedì 23 Novembre 2 ore Svolgimento dell'esercizio 1 dal compito del 13 gennaio 2014 e dell'esercizio 1 dal compito del 23 gennaio 2014.

Venerdì 24 Novembre 2 ore Condizioni per ottenere una funzione C^n attaccando due funzione C^n (con dimostrazione nei casi n=0,1). Svolgimento dell'esercizio 1 dall'esame dell'8 sett. 2014. Svolgimento dell'esame 1 del secondo appello estivo a.a. 2015/16

Lunedì 27 Novembre 2 Decomposizioni Δ di intervalli e loro calibro | Δ |. Raffinamenti di decomposizioni Somme S(Δ) e s(Δ) associate ad una data funzione f. Calcolo di S(Δ) e s(Δ) per funzioni costanti, per la funzione di Dirichlet e per funzioni crescenti. s(Δ') ≤S(Δ) per ogni coppia Δ ', Δ (solo enunciato). Definizione di integrale superiore e di integrale inferiore. Definizione di integrale di Darboux.

Mercoledì 29 Novembre 2 ore Integrale superiore e di integrale inferiore per funzioni costanti e funzione di Dirichlet. Una condizione necessaria perché una funzione sia integrabile secondo Darboux (con dim.). Dimostrazione che le funzioni monotone sono integrabili secondo Darboux. Integrabilità per

Darboux delle funzioni contine (senza dimostrazione). . Integrabilità per Darboux delle funzioni C^1(con dimostrazione). Integrale di Riemann e sua equivalenza con l'integrale di Darboux (senza dim.) . Linearità dell'integrale (senza dim.). Monotonia dell'integrale (solo enunciata). Media di una funzione. Teorema della media (con dim.). Integrabilità dei prodotti (senza dim.).

Giovedì 30 Novembre 2 ore Additività rispetto al dominio di integrazione (senza dim.). Teor. sull'integrabilità di |f(x)| se f(x) è integrabile (senza dim.) e disuguaglianza triangolare (senza dim.). Funzioni localmente integrabili. Funzione integrale. Continuità della funzione integrale (con dim.). Teorema fondamentale del calcolo (con dim.).

Venerdì 1 dicembre 2 ore Un vecchio esercizio di esame sui limiti. Primitive e funzioni primitivabili. La funzione sign(x) non è primitivabile (con dim.). Teorema di valutazione (con dim). Tabelle di primitive. Svolgimento di un esercizio 4 dall'esame del 16/06/2016.

Lunedì 4 dicembre 2 ore. Esercizio 1 dalla prima versione dell'esame del 27 gennaio 2014. Esempio di funzione non continua ma primitivabile. Integrali indefiniti. Formula dell'integrazione per parti (senza dim.). Primitive di log (x), arctan(x). Formula del cambio di variabile sia per integrali indefiniti (senza dim.).

Mercoledì 6 dicembre 2 ore. Formula del cambio di variabile per integrali definiti (senza dim.). Vari esempi: integrali di funzioni cos ^m(x) sin ^n(x), 1/(ax^2+bx+c) quando b^2-4ac<0, calcolo della lunghezza di un arco di parabola y=x^2. Espansioni di Hermite di funzioni razionali : un primo esempio

Giovedì 7 dicembre 2 ore. Espansione di Hermite per funzioni razionali : enunciato (senza dim.) nel caso R(x)= $\frac{P(x)}{Q(x)}$ con grado P< grado Q . Esempi. Svolgimento dell'esercizio 1 dall'esame del 19 giugno 2017.

Lunedì 11 dicembre 2 ore. Espansione di Hermite per funzioni razionali nel caso generale.Definizione di integrale improprio di una funzione f(x) in un intervallo [a,b) o (a,b]. Integrabilità di funzioni x^{-p} in (0,1] e in [1, infinito) ed in (0, 1] : enunciato e dimostrazione . Aut-Aut (con dim.). Teorema del confronto (con dim.) .

Martedì 12 dicembre Teorema del confronto asintotico (senza dimostrazione) . Esercizio 3 dell'esame dell'11 settembre 2017. Un limite (esercizio 1) da un esame.

Giovedì 14 Dicembre 2 ore Verifica che la successione 1+1/2^p+….+1/n^p è convergente se e solo se p>1. Definizione di assoluta integrabilità. Teorema che assoluta integrabilità implica integrabilità (solo enunciato) . Verifica che sin(x)/x è integrabile in [1,+\infty) ma che non è assolutamente integrabile. Svolgimento dell' esercizio 1 dall'esame del 5 giugno 2017.

Venerdì 15 Dicembre 2 ore . Definizione di funzione convessa. 3 caratterizzazioni delle funzioni convesse in termini di rapporti incrementali (senza dim.). Caratterizzazione in termini della crescenza in x di $\frac{f(x)-f(y)}{x-y}$ per ogni fissato y (senza dim.). Enunciato sulla caratterizzazione delle funzioni convesse in termini della loro derivata prima. Corollario di caratterizzazione delle funzioni convesse in termini della loro derivata seconda . Definizione di funzioni concave. Definizione di punti di flesso. Esempio di funzione f(x) non integrabile per Darboux tale che |f(x)| è integrabile per Darboux.