

# Meccanica Quantistica

## Test

### Esercizio 1 [10pt]

Sia data la funzione d'onda definita su  $\mathbb{R}^2$ :

$$\psi(x, y) = Ae^{-r}, \quad (1)$$

con  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Si chiede di:

1. Calcolare la costante di normalizzazione  $A$ .
2. La probabilità che, in una misura della sua posizione, la particella venga trovata nel quadrante superiore destro.
3. La varianza  $\Delta x^2 + \Delta y^2$  ( $\Delta x^2$  e  $\Delta y^2$  definite a lezione).

### Esercizio 2 [10pt]

Sia dato un rotatore rigido isotropo con Hamiltoniana

$$H_0 = \frac{\vec{L}^2}{2I} \quad (2)$$

1. Si determinino le autofunzioni e gli autovalori dell'energia.

Si supponga che il rotatore sia elettricamente carico. Esso viene immerso in un campo magnetico costante  $\vec{B} = (0, B_y, B_z)$ . La Hamiltoniana è ora

$$H = \frac{\vec{L}^2}{2I} - k\vec{L} \cdot \vec{B} \quad (3)$$

2. Si misura  $\vec{L}^2$  e si ottiene  $2\hbar^2$ . Si determinino i possibili risultati di una misura successiva dell'energia.
3. Si determinino gli autostati di  $H$  nel sottospazio  $\ell = 1$ .
4. Si consideri lo stato con energia minima (tra quelli con  $\ell = 1$ ). Si misura  $L_z$ . Qual è la probabilità di trovare l'autovalore  $+\hbar$ ?

**Esercizio 3** [10pt]

Sia data una particella quantistica di massa  $m$  in un potenziale armonico 1D, di costante elastica  $k$ . La funzione d'onda dello stato fondamentale è

$$\psi_0(x) = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} e^{-\beta x^2/2}, \quad \beta = m\omega/\hbar \quad (4)$$

Si supponga che venga applicata una perturbazione  $H' = (1/2)k'x^2$ , con  $k' \ll k$ .

1. Scrivere l'espressione generale della correzione all'energia, al primo ordine perturbativo, nel caso non degenere.
2. Applicare la formula al caso in esame e calcolare esplicitamente la correzione all'energia dello stato fondamentale.
3. Scrivere la formula esatta dell'energia dello stato fondamentale dell'oscillatore armonico, con anche il potenziale aggiuntivo.
4. Dimostrare che l'espansione al prim'ordine della formula esatta riproduce la formula approssimata precedentemente calcolata.