CORSO DI GEOMETRIA
PROVA SCRITTA PARZIALE A.A. 2018/2019 - 18 DICEMBRE 2018
PROF. VALENTINA BEORCHIA

Cognome	Nome
Corso di Laurea	Matricola

Si consideri l'applicazione lineare

$$p : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4, \quad p\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_1 \\ a_4 \\ a_4 \end{pmatrix}.$$

(1) Si scriva la matrice $M^{\mathcal{E}}_{\mathcal{E}}(p)$ nella base canonica $\mathcal{E}$ di $\mathbb{R}^4$.

(2) Si determinino le dimensioni di $\ker(p)$ e di $\mathrm{Im}(p)$ e delle loro equazioni cartesiane.

(3) Si dica se $\ker(p)$ e $\mathrm{Im}(p)$ sono due sottospazi vettoriali ortogonali tra loro rispetto al prodotto scalare standard.

(4) Si scriva il polinomio caratteristico di p e si trovino le sue radici.

(5) Per ogni autovalore trovato, si determini la sua molteplicità algebrica e quella geometrica.

(6) Si dica se p è diagonalizzabile. In caso affermativo, si trovi una base $\mathcal{B}$ di autovettori di p e si scriva la relativa matrice diagonale in tale base.

(7) Si scriva la matrice di passaggio dalla base canonica $\mathcal{E}$ alla base $\mathcal{B}$.

(8) Si scrivano delle equazioni cartesiane e parametriche per il sottospazio affine di $\mathbb{A}^4_{\mathbb{R}}$ di giacitura il sottospazio vettoriale $\ker(p)$ e passante per il punto $(1, 2, 1, 0)$.