CORSO DI GEOMETRIA
SIMULAZIONE PROVA SCRITTA A.A. 2018/2019 - 20 DICEMBRE 2018
PROF. VALENTINA BEORCHIA

Cognome	Nome
Corso di Laurea	**Matricola**

(1) Si enunci e si dimostri la Diseguaglianza di Cauchy - Schwarz.

(2) Si consideri la matrice $A \in M_3(\mathbb{R})$:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

e si consideri il vettore

$$b_a = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3,$$

con $a \in \mathbb{R}$ parametro reale.

- Si dica per quali valori del paraemtro $a \in \mathbb{R}$, il sistema lineare
$$AX = b_a$$
è compatibile.
- Si consideri l'applicazione lineare
$$L_A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$$
associata ad A. Si determini
$$\dim \ker L_A, \quad \text{rg } L_A,$$
una base di $\ker L_A$ e una base di $\text{Im } L_A$.
- Usando la Formula di Grassmann si calcoli la dimensione del sottospazio somma
$$\dim(\ker L_A + Im\ L_A).$$

(3) Si consideri la matrice (matrice di una riflessione piana)

$$M = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ \sin\alpha & -\cos\alpha \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}).$$

Si dica se Mè diagonalizzabile oppure no, motivando la risposta e determinando gli eventuali autovalori con le loro molteplicità algebriche e geometriche.

(4) Nello spazio affine $\mathbb{A}^3_{\mathbb{R}}$ con il sistema di riferimento affine canonico, si considerino i seguenti sottospazi affini in forma cartesiana:

$$r : \quad \begin{cases} 3x + 3y - z &= -9 \\ x + y &= -2 \end{cases} \qquad H : \quad x + y + z = 1.$$

- Si stabilisca se H contiene r.
- Si trovi un'equazione cartesiana e delle equazioni parametriche del piano passante per l'origine e contenente r.