Martedì 2 Ottobre 2 ore Teorema di Hausdorf-Young per la trasformata di Fourier, come conseguenza del teorema di interpolazione di Riesz Thorin, con dimostrazione di quest'ultimo, con la dimostrazione anche del lemma delle tre rette.

Mercoledì 3 Ottobre 2 ore Nucleo del calore, relative stime, spazi di Sobolev omogenei $\dot H^s(R^d)$ e loro completezza per $s<d/2$. Immersione dello spazio delle funzioni di Schwartz in $\dot H^s(R^d)$ per $s>-d/2$. Proiettore sullo spazio dei campi a divergenza nulla.

Martedì 9 Ottobre 2 ore Proprietà di limitatezza (1,1) della funzione massimale di Hardy e Littlewood. Teorema di interpolazione di Marcinkievicz. Teorema di Hardy-Littlewood-Sobolev sull'integrazione frazionaria. Trasformata di Fourier in R^d delle funzioni $|x|^{-a}$ per $0<a<d$ (solo enunciato) . Teorema di immersione di Sobolev per spazi $\dot H^s(R^d)$.

Mercoledì 10 Ottobre 2 ore Interpolazione di spazi di Sobolev. Disuguaglianze di Gagliardo Nirenberg. Disuguaglianza di Gronwall (solo enunciata). Definizione di soluzione debole per l'equazione del calore lineare non omogenea. Soluzioni forti. Dimostrazione dell'unicità delle soluzioni deboli.

Martedì 16 Ottobre 2 ore Dimostrazione dell'esistenza delle soluzioni deboli dell'equazione del calore e verifica che sono soluzioni forti.

Mercoledì 17 Ottobre 2 ore Definizione di soluzione debole dell'equazione di Navier Stokes . Enunciato dei teoremi di Leray. Inizio della dimostrazione del primo teorema: un stima del termine non lineare e definizione di una successione di problemi approssimanti. Verifica che le soluzioni dei problemi approssimanti sono globalmente definite, e verifica per loro della stima dell'energia, che mostra che questa successione di soluzioni è limitata in opportuni spazi.

Martedì 23 Ottobre 2 ore Dimostrazione della convergenza della successione u_n delle soluzioni dei problemi approssimanti ad una funzione u

Mercoledì 24 Ottobre 2 ore Verifica che la u soddisfa la disuguaglianza dell'energia e che è una soluzione debole dell'equazione di Navier Stokes.

Martedì 6 novembre, 2 ore Varie disuguaglianze soddisfatte dalle soluzioni dell'equazione del calore lineare, in particolare una stima su $\sup_{0\le t'\le t} u(t',x)$ per u soluzione dell'equazione del calore . Risoluzione dell'equazione di Navier Stokes in spazi di Sobolev: formulazione. Dimostrazione di un lemma astratto di punto fisso.

Mercoledì 7 novembre, 2 ore Inizio della dimostrazione dell'esistenza di soluzioni dell'equazione di NS in spazi di Sobolev. In particolare, dimostrazione dell'esistenza globale per dati piccoli e dimostrazione dell'esistenza locale per dati grandi.

Martedì 13 novembre, 2 ore Fine della dimostrazione dell'esistenza di soluzioni dell'equazione di NS in spazi di Sobolev, con in particolare la continuità nel dato iniziale e con due criteri di blow up.

Lunedì 19 novembre , 2 ore. Dimostrazione della unicità delle soluzioni di Leray in dimensione 2, della loro continuità forte nel tempo e del fatto che soddisfano l'identità dell'energia. Un lemma sulle soluzioni globali, ed una proposizione sul decadimento a 0 di opportune soluzioni globali in dimensione 3.

Definizione degli spazi di Kato $K_p(T)$. Un lemma sulla norma $K_p(T)$ delle soluzioni dell'equazione del calore. Definizione di L_{mf} .

Martedì 20 novembre, 2 ore Stima puntuale del nucleo integrale dell'operatore L_m con, in particolare, una integrazione per parti. Enunciato di un lemma sulla limitatezza dell'operatore bilineare $B(u,v)$ tra spazi K, ed inizio della dimostrazione.

Mercoledì 21 novembre, 2 ore Completamento della dimostrazione del lemma iniziato nella precedente lezione . Esistenza di soluzioni dell'equazione di NS con dato iniziale in $L^3(R^3)$ in spazi $K_p(T)$ per $p>3$. Dimostrazione dell'esistenza di soluzioni in $C^0([0,T], L^3)$. Inizio della dimostrazione dell'unicità.

Martedì 27 novembre, 2 ore Completamento della dimostrazione sull'esistenza di soluzioni in $C^0([0,T], L^3)$. Verifica che se la norma L^3 del dato iniziale è piccola ed il dato iniziale è nello spazio di Sobolev omogeneo $\dot H^{1/2}(R^3)$, la soluzione è globalmente definita in $\dot H^{1/2}(R^3)$. Equazioni di Schroedinger lineari. Soluzioni deboli e forti. Enunciato di un teorema di esistenza ed unicità di soluzioni deboli, e del fatto che sono forti. Coppie di esponenti ammissibili.

Mercoledì 28 novembre, 2 ore Disuguaglianze di Strichartz (solo enunciato). Equazioni di Shrodinger non lineari con potenza pura. Energia, massa. Definizione di soluzione, debole e forte. Definizione di buona positura. Enunciato del teorema di buona positura locale. Inizio della dimostrazione. Troncamento in una successione di equazioni ordinarie in H^1. Verifica che le corrispondenti soluzioni sono globalmente definite nel tempo.

Martedì 4 dicembre, 2 ore Continuando la dimostrazione lasciata in sospeso, dimostrazione di una identità dell'energia per la successione di soluzioni. Verifica di una limitatezza holderiana uniforme e poi della loro limitatezza uniforme in $C^1([-T(M), T(M)], H^1)$ per un $T(M)>0$ che dipende solo da una maggiorazione M della norma in H^1 del dato iniziale u_0. Infine, convergenza debole della successione in tutti i t in $[-T(M), T(M)]$ ad un elemento u di $L^\infty ([-T(M), T(M)], H^1)$.

Mercoledì 5 dicembre 2 ore. Verifica che $| Q_n u_n|^{p-1} Q_n u_n$ converge debolmente a una f(t) per ogni t in $L^{(p+1)/p}$. Verifica che u risolve in forma distribuzionale una opportuna equazione lineare di Schrodinger contente f. Verifica che puntualmente $\mathrm{Im} (if(t) \bar u(t))=0$. Verifica che la norma L^e di u(t) è costante nel tempo.

Lunedì 10 dicembre 2 ore Verifica che u è continua in t sia a valori in L^2 , in L^{p+1} ed in H^1. Verifica che la funzione f non è nient'altro che il termine non lineare valutato in u e che quindi u è una soluzione debole. Verifica della disuguaglianza dell'energia. Assumiamo ora che ci sia unicità delle soluzioni deboli. Utilizzando la reversibilità nel tempo dell'equazione, verificate; la costanza nel tempo dell'energia; la continuità di u come funzione in t a valori in H^1.

Martedì 11 dicembre, 4 ore Dimostrazione del blow up se la soluzione non è globalmente definita. Dimostrazione dell'unicità utilizzando la disuguaglianza di Strichartz. Enunciato del teorema di Fujita. Definizione di semigruppo di contrazioni. Esempio: il semigruppo del calore in $C_0(R^d)$ (funzioni continue a valori reali con limite nullo all'infinito). Spazi di Banach ordinati. Semigruppi che preservano l'ordine. Funzioniali che preservano l'ordine. Principio del massimo (astratto). Infine, buona positura locale per equazioni semilineare astratte con nonlinearità localmente Lipschitziana (senza dim.). Tempo di esistenza massimale, e sua semicontinuità inferiore per equazioni come sopra (senza dim.). Blow up se il tempo di esistenza è finito e continuità rispetto al dato iniziale, sempre per equazioni semilineari stratte con nonlinearità localmente Lipschitziana (senza dim.). Dimostrazione del Teorema di Fujita nel caso $p<1+2/d$.

Mercoledì 12 dicembre 2 ore. Dimostrazione del Teorema di Fujita nel caso $p=1+2/d$. Esistenza globale per l'equazione di Schrodinger defocalizzante e per la focalizzante quando $p<1+4/d$. Cenni sulla completezza dell'operatore d'onda, sui solitoni, sugli stati fondamentali, sull'equazione cubica in dimensione 1.

Martedì 18 dicembre, 2 ore Lezione tenuta dal dott. Stefano Scrobogna Postdoc Fellow del BCAM (Basque Center for Applied Mathematics) di Bilbao, in compresenza col docente. In questa lezione viene introdotto il problema di Muscat, dapprima in forma euristica, e poi scrivendo un sistema di equazioni. Le equazioni vengono poi riscritte in un diverso sistema di coordinate. Si considera poi una approssimazione, ottenuta scrivendo il sistema in termini di una formale serie di potenze, il che da formalmente una successione di sistemi, e poi si considerano l'approssimazione ottenuta considerando solo i primi due.

Mercoledì 19 dicembre 2 ore. Lezione tenuta dal dott. Stefano Scrobogna , in compresenza col docente. Viene enunciato un risultato di buona positura locale per il sistema approssimante introdotto nella lezione precedente.