$$\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\Longrightarrow M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(f) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(c) Due matrici rappresentano lo stesso operatore lineare $\Longleftrightarrow$ sono simili

Se due matrici sono simili $\Longrightarrow$ hanno lo stesso determinante.

$\Longrightarrow$

Se due matrici NON hanno lo stesso determinante $\Longrightarrow$ NON sono simili $\Longrightarrow$ NON rappresentano lo stesso operatore

Si ha: $\det M_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(f) = \det \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = 0$

se $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \dots,$ sicuramente non rappresenta f.

(d) f è diagonalizzabile perché la matrice $M_{\mathcal{B}}^{\mathcal{B}}(f)$ è diagonale