(4) Ricordiamo che

$$\|u\| := \sqrt{\langle u, u \rangle}$$

quindi $\|u\|^2 = \langle u, u \rangle$

Si ha $\|v + w\|^2 + \|v - w\|^2 = \langle v+w, v+w \rangle +$

$$+ \langle v - w, v - w \rangle =$$

$$= \langle v, v \rangle + \cancel{2\langle v, w \rangle} + \langle w, w \rangle + \langle v, v \rangle -$$

per bilinearità e simmetria

$$- \cancel{2\langle v, w \rangle} + \langle w, w \rangle$$

$$= 2 \left(\langle v, v \rangle + \langle w, w \rangle \right) =$$

$$= 2 \left(\|v\|^2 + \|w\|^2 \right)$$

Interpretazione geometrica: se v e w sono due vettori non nulli e non proporzionali, la somma dei quadrati delle lunghezze delle due diagonali nel parallelogramma individuato da v e w è uguale al doppio della somma dei quadrati delle lunghezze dei lati.