

# ***“Complementi di Fisica”*** ***Lectures 2, 3***

**Livio Lanceri**  
**Università di Trieste**

**Trieste, 25/26-09-2012**

## **Reminder:** **Classical Particles and Waves**

### **Particles**

**Forces, acceleration, velocity (momentum), trajectory**  
**Potential energy and kinetic energy**

### **Waves**

**Wave equation and solutions**  
**Wave superpositions**  
**Energy flow**

## Particles: from forces...

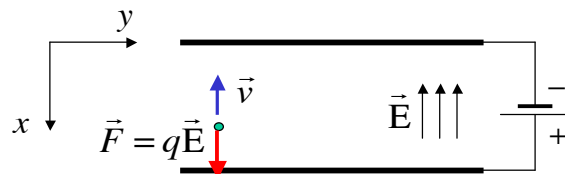
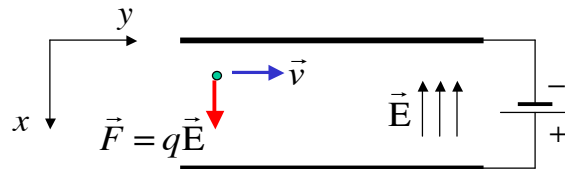
**Newton's Law:**

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

differential equation  
linking forces with  
rate of change of  
momentum

a specific example:  
electrostatic force  
on an electron  
(mass  $m$ , charge  $q < 0$ )

$$\vec{F} = q\vec{E}$$



**Electrostatic field:**

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

(defined as force and work per unit charge)

**Electrostatic potential:**

$$\Delta V = V(x) - V(0) = -\int_0^x E_x dx'$$

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

3

## ... to trajectories

**Newton's Law:**

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

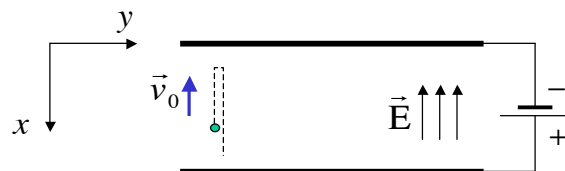
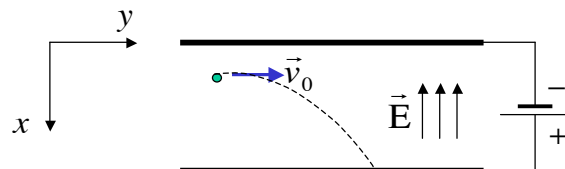
plus initial conditions

$$\vec{r}_0 = \vec{r}(t_0), \quad \vec{v}_0 = \vec{v}(t_0)$$

Unique solution:  
"trajectory" =  
= position vs time

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t)$$



25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

4

## Particles: energy

**If forces are conservative:**

$$E = K + U = \frac{p^2}{2m} + U = \text{const.}$$

Kinetic Energy
Potential Energy

**Example: electron**  
( $q < 0$ )

$x_{\min}$     $x_0$     $x$

$E_x(x)$

$E_x = -\frac{dV}{dx}$

$V(x)$

$V(x) = V(0) - \int_0^x E_x dx'$

$U(x) = qV(x)$

$x_{\min}$     $x_0$     $x$

an invisible  
"potential wall"

$E = U(x_0) + \frac{1}{2}mv_0^2$

$= \text{const.}$

25-09-2012
L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3
5

## Waves: equation...

**This differential equation with partial derivatives describes several different phenomena:**

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

$z$   
 $t$   
 $u$   
 $f$

**space coordinate**

**time**

**constant parameter (propagation velocity)**

**e.m. waves: electric (magnetic) field**  
**sound waves: local gas pressure**  
**transverse waves on a rope: displacement**  
**etc...**

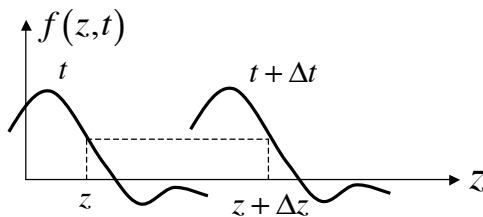
25-09-2012
L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3
6

## ... and solutions

$f(\xi)$ ,  $\xi = z \pm ut$  is a solution  $\forall f$ , easy to check :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{d^2 f}{d\xi^2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = u^2 \frac{d^2 f}{d\xi^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

**Interpretation?** Family of functions of  $z$ : varying the parameter  $t$ , they “move” along  $z$  with speed  $u$



$$u = \frac{\Delta z}{\Delta t} \Rightarrow \Delta z = u \Delta t \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} f(z, t) &= f(z - ut) = \\ &= f(z + \Delta z - \Delta z - ut) = \\ &= f(z + \Delta z - u \Delta t - ut) = \\ &= f(z + \Delta z, t + \Delta t) \end{aligned}$$

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

7

## Sinusoidal waves

**Sinusoidal waves: particularly useful**

- if the source of the wave is a harmonic oscillator, and:
- can be used in Fourier analysis to approximate any wave

**real form:**

$$f(z, t) = f_0 \cos[k(z - ut)] = f_0 \cos(kz - kut) = f_0 \cos(kz - \omega t)$$

**dimensions:**

$$\begin{aligned} [z] &= [ut] = [L] \\ [k] &= [L^{-1}] \end{aligned}$$

$$[ku] = [\omega] = [t^{-1}] = [T^{-1}]$$

$$u = \frac{\omega}{k} = v_f \quad \text{“phase velocity”}$$

**complex exponential form:**

$$\begin{aligned} f(z, t) &= f_0 e^{ik(z-ut)} = \\ &= f_0 [\cos(kz - \omega t) + i \sin(kz - \omega t)] \end{aligned}$$

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

8

## Sinusoidal waves

### Wave-length $\lambda$ and wave-number $k$

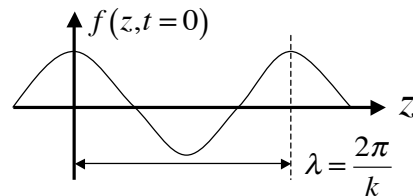
At fixed  $t = 0$

$$f(z, t = 0) = f_0 \cos(kz)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

$\lambda$  "space period"  
 $k$  "space frequency"

(real form for simplicity)



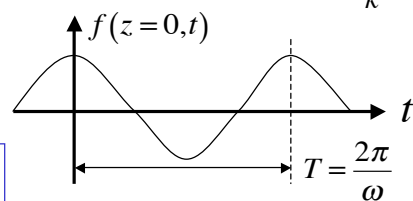
### Period $T$ and frequency $\nu$

At fixed  $z = 0$

$$f(z = 0, t) = f_0 \cos(\omega t)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$$

$T$  "time period"  
 $\nu$  "time frequency"



Phase velocity:  $v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu$

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

9

## Light (e.m.) waves

From Maxwell equations for electric and magnetic fields:

- e.m. fields can propagate in a vacuum!

- in the wave equation for e.m., derived from Maxwell eq.s:

$$u = v_f = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Table 1.3. THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM

Type of Radiation	Frequency	Wavelength	Quantum Energy	
“Wave” region	radio waves	$10^9$ Hz and less	300 mm and longer	0.000004 eV and less
	microwaves	$10^9$ Hz to $10^{12}$ Hz	300 mm to 0.3 mm	0.000004 eV to 0.004 eV
“Optical” region	infrared	$10^{12}$ Hz to $4.3 \times 10^{14}$ Hz	300 $\mu$ to 0.7 $\mu$	0.004 eV to 1.7 eV
	visible	$4.3 \times 10^{14}$ Hz to $5.7 \times 10^{14}$ Hz	0.7 $\mu$ to 0.4 $\mu$	1.7 eV to 2.3 eV
	ultraviolet	$5.7 \times 10^{14}$ Hz to $10^{16}$ Hz	0.4 $\mu$ to 0.03 $\mu$	2.3 eV to 40 eV
“Ray” region	x-rays	$10^{16}$ Hz to $10^{19}$ Hz	300 Å to 0.3 Å	40 eV to 40,000 eV
	gamma rays	$10^{19}$ Hz and above	0.3 Å and shorter	40,000 eV and above

Note: The numerical values are only approximate and the division into the various regions are for illustration only. They are quite arbitrary.

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

10

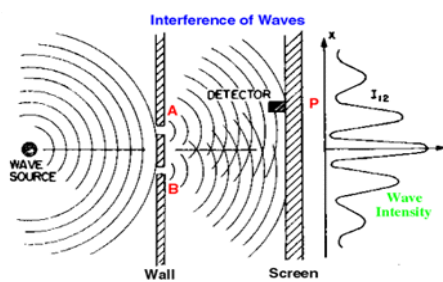
## Waves: diffraction

**Wave equation: linear**

⇒ linear combinations of solutions are good solutions

⇒ “superposition principle”

⇒ example 1: diffraction



Electric field from point source i

$$\vec{E}_i(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

Superposition from slits A and B

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

Intensity ( $\sim$  energy)

$$\langle I(\vec{r}) \rangle_t = \vec{E}(\vec{r}, t) \vec{E}^*(\vec{r}, t)$$

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

11

## Waves: packets

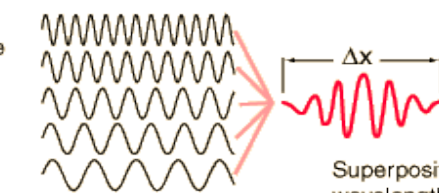
**Wave equation: linear**

⇒ linear combinations of solutions are good solutions

⇒ “superposition principle”

⇒ example 2: wave packets

A continuous distribution of wavelengths can produce a localized “wave packet”.



Each different wavelength represents a different value of momentum according to the DeBroglie relationship.

Superposition of different wavelengths is necessary to localize the position. A wider spread of wavelengths contributes to a smaller  $\Delta x$ .

$$\Delta x \Delta p > \frac{\hbar}{2}$$

From: HyperPhysics (©C.R. Nave, 2003)

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

12

## Waves: energy flow

Even if the medium does not move  
(for instance gas for sound waves; no medium needed for e.m.)  
waves carry both energy and momentum!

For e.m. waves (...), the energy flux is described by:

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad I = \frac{1}{\mu_0} E B = E H$$

“Poynting vector” [W/m<sup>2</sup>]

“Irradiance”

$$\begin{aligned} [E] &= V/m = N/C \\ [B] &= (N/C)(m/s) \\ &= N/(A \cdot m) = \text{tesla} = T \\ [H] &= A/m \\ \mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A} \end{aligned}$$

A beam of light exerts pressure  $P$  on a black surface:  $P = \frac{I}{c}$

(This is related to the momentum of photons... more on this later!)

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

13

## Classical Particles and Waves

Summary of the classical point of view:

Point-like particles (for instance electrons):

*localized* in space, with well defined *momentum* (velocity)  
predictable *trajectories*, if forces acting on them are known  
associated *energy* (potential and kinetic)

Waves (for instance e.m. waves)

*distributed* over all space, if *wave number* (frequency) is well defined  
superpositions of waves  
“*diffraction*” and other interference phenomena in *space*  
“*wave packets*”: only *partially localized* in space, time and frequency  
associated *energy flow*

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

14

## **Classical Particles and Waves**

**In the next lectures: experimentally,**

**Can waves (e.m., ...) behave like “particles”?**

**Can particles (electrons, ...) behave like “waves”?**

---

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

15

## **Thermodynamics: a reminder**

**Temperature and ideal gases**

**1<sup>st</sup> principle:**

**work, heat, energy conservation**

**2<sup>nd</sup> principle:**

**restrictions on energy exchange processes,  
entropy**

**Thermodynamic equilibrium = ?**



## Temperatura e gas ideali

- **Trasporto di energia**
  - Energia meccanica macroscopica ed “energia interna” di un sistema
  - Lavoro meccanico (“macroscopicamente ordinato”)
  - Calore (“macroscopicamente disordinato”)
  - (diffusione, cioè trasporto di particelle: verrà discusso in seguito)
- **Equilibrio termico**
  - Principio Zero della Termodinamica
  - Temperatura: termometri, scale empiriche
- **Gas ideali**
  - P.d.v. microscopico: teoria cinetica
  - Termometro a gas; temperatura assoluta (scala Kelvin)
  - P.d.v. macroscopico: equazioni di stato e relazione tra temperatura ed energia cinetica media

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

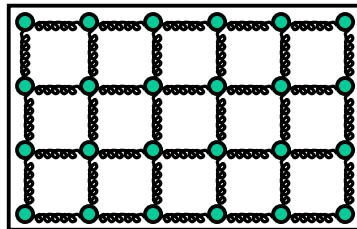
17

## Energia di un sistema

- **Energia meccanica (macroscopica) = cinetica + potenziale**



- **Energia interna = cinetica (componenti microscopici) + potenziale (legami chimici etc)**



$$E_{\text{int}} = \sum_i \left( K_i + \sum_j U_{ij} \right)$$

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

18

## Termodinamica - sommario

### Primo Principio: $\Delta U = Q - W$

Calore scambiato + lavoro scambiato da un sistema = variazione di energia interna del sistema

### Secondo Principio:

Un processo (ciclico) il cui unico risultato sia di prelevare calore da un serbatoio e convertirlo integralmente in lavoro e' impossibile

### Teorema di Carnot

Nessuna macchina termica che preleva calore  $Q_1$  a temperatura  $T_1$  e cede  $Q_2$  a temperatura  $T_2$  puo' fornire piu' lavoro (avere rendimento piu elevato) di una macchina reversibile, per la quale:  $W = \eta Q_1 = (1 - T_2/T_1) Q_1$

### Entropia

Se un sistema scambia reversibilmente  $Q$  alla temperatura  $T$ , la sua entropia varia di

$$\Delta S = (Q/T)_{rev}$$

inoltre  $S = 0$  a  $T = 0$  (una delle formulazioni del "Terzo Principio")

Per l'universo o un sistema isolato, l'entropia **totale** di tutte le sue parti non cambia per trasformazioni reversibili, aumenta sempre per trasformazioni irreversibili.

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

19

## Equilibrio termico

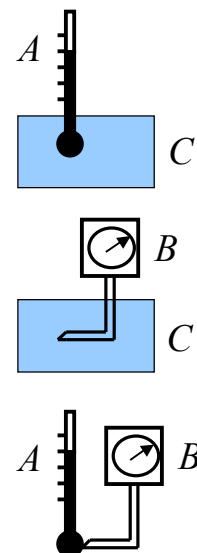
### Equilibrio termico

Due corpi isolati (...) dall'ambiente circostante sono in equilibrio termico fra loro se, una volta messi a contatto, tutte le grandezze fisiche che li caratterizzano (p.es. volume, resistenza elettrica, etc.) rimangono costanti nel tempo

### "Principio zero" della termodinamica

se "A in equilibrio con C" e "B in equilibrio con C" separatamente

allora: anche "A in equilibrio con B"



25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

20

## Equilibrio termodinamico - 1

### Equilibrio "termodinamico" dal pdv microscopico?

Tre tipi di "contatto" tra sistemi:

contatto **meccanico**: possibilità di scambio energetico sotto forma di lavoro (che implica variazioni di volume)

contatto **termico**: scambio energetico possibile sotto forma di calore

contatto **diffusivo**: se è possibile uno scambio di particelle (molecole, etc.)

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

21

## Equilibrio termodinamico - 2

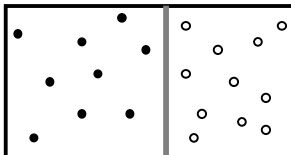
### Equilibrio "termodinamico" dal pdv microscopico?

Esempio: due diversi gas monoatomici separati da un pistone mobile:

Equilibrio **meccanico**: pressioni uguali, cioè energie cinetiche *per unità di volume* uguali (lavoro netto scambiato: nullo)

$$p_1 = p_2 \Leftrightarrow \frac{N_1}{V_1} \left\langle \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \right\rangle = \frac{N_2}{V_2} \left\langle \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right\rangle$$

Equilibrio **termico** (dopo un tempo sufficientemente lungo: scambio di calore nullo): ragionando sugli urti fra molecole diverse di due gas mescolati oppure sugli urti tra molecole e parete divisoria, si trova che devono risultare uguali anche le energie cinetiche medie *per molecola*:



$$T_1 = T_2 \Leftrightarrow \left\langle \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \right\rangle = \left\langle \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right\rangle$$

*L'energia cinetica media per molecola risulta essere un indice di equilibrio termico, come la temperatura!*

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

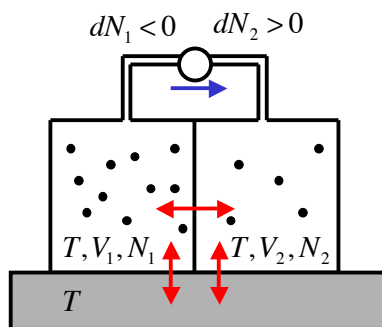
22

## Equilibrio termodinamico - 3

### Equilibrio "termodinamico" dal pdv microscopico?

Gas in recipienti messi in comunicazione fra di loro (contatto termico e "diffusivo") ed in equilibrio termico con un serbatoio a temperatura  $T$ :

Equilibrio **diffusivo**: se eguali "potenziali chimici" nei due recipienti per ciascuna specie di gas presente



$$\mu_1 = \mu_2 \Leftrightarrow \left( \frac{\partial F_1}{\partial N_1} \right)_{T, V_1} = \left( \frac{\partial F_2}{\partial N_2} \right)_{T, V_2}$$

$$F \equiv U - TS \quad \text{"energia libera"}$$

$$S \quad \text{"entropia"}$$

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

23

## Ulteriori sviluppi...

- Generalizzando e approfondendo:

- Primo principio: scambio di calore, lavoro, particelle (contatto anche diffusivo):

$$dU = TdS - pdV + \mu dN$$

- Temperatura  $T$ , pressione  $p$  e potenziale chimico  $\mu$  come derivate parziali di entropia  $S$ , energia interna  $U$ , ed energia libera  $F$  date come funzioni delle loro variabili indipendenti "naturali":

	$S(U, V, N)$	$U(S, V, N)$	$F(T, V, N)$
$T$ :	$\frac{1}{T} = \left( \frac{\partial S}{\partial U} \right)_{V, N}$	$T = \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V, N}$	indep. variab.
$p$ :	$\frac{p}{T} = \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_{U, N}$	$-p = \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S, N}$	
$\mu$ :	$-\frac{\mu}{T} = \left( \frac{\partial S}{\partial N} \right)_{U, V}$	$\mu = \left( \frac{\partial U}{\partial N} \right)_{S, V}$	
			$-p = \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_{T, N}$
			$\mu = \left( \frac{\partial F}{\partial N} \right)_{T, V}$

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

24

## Lecture 2 - Homework

- **Exercise 2.1:** Consider the state equation for ideal gases,  $pV=nRT=Nk_B T$ , where  $p$  is the gas pressure,  $V$  the occupied volume,  $N=nN_A$  the number of molecules expressed in terms of number of moles and Avogadro's number,  $R$  the universal gas constant, and  $T$  the absolute temperature in the Kelvin scale. In the S.I. system, check that the product  $pV$  is dimensionally an energy, and compute the value of Boltzmann's constant  $k_B$  from  $R$  and  $N_A$  (see tables)
- **Exercise 2.2:** Find the kinetic energy, expressed in joule, of an electron accelerated from rest (zero velocity) by an electrostatic field, through electrostatic potential differences  $\Delta V=100$  V and  $\Delta V=10$  GV
- **Exercise 2.3:** In a modern particle accelerator, an electron beam travels at a speed very close to the speed of light  $c$ . If the beam electrical current is about 1A, how many electrons cross a given section of the vacuum pipe per second?
- **Exercise 2.4:** By substitution, check that  $f(z,t) = A \exp [i(kz - \omega t)]$  is a solution of the differential wave equation discussed in this lecture, with "phase velocity"  $u=\omega/k$ .
- **Exercise 2.5:** An e.m. wave propagates at the speed of light  $c$ . If the wavelength is about 500 nm, what is the electric field oscillation frequency at a given point in space?

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

25

## Back-up slides

## Temperatura (scale empiriche)

Due corpi in equilibrio termico hanno la stessa “temperatura”

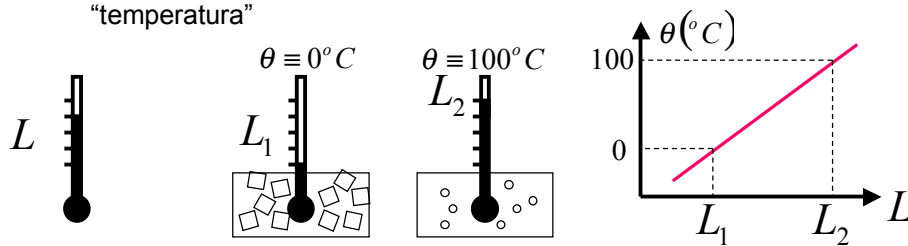
Una “scala empirica di temperature” (p.es. Centigrada):

puo` essere ottenuta scegliendo:

un “termometro” e la corrispondente “grandezza termometrica”  
(lunghezza, volume, resistenza elettrica...)

Due condizioni di riferimento riproducibili (p.es. fusione del ghiaccio, ebollizione dell'acqua a pressione standard)

Una relazione arbitraria (di solito: lineare) tra “grandezza termometrica” e “temperatura”



25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

27

## Dettagli su termometria e calorimetria?

**Altri corsi (Fisica Tecnica etc....)**

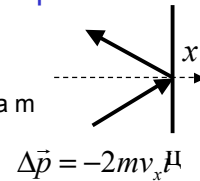
**Ora: introduciamo piuttosto il  
significato fisico di temperatura,  
attraverso la  
teoria cinetica dei gas**

## Gas monoatomici: modello cinetico - 1

- Interpretazione microscopica della pressione esercitata da un gas monoatomico sulle pareti rigide, in condizioni di equilibrio termico e meccanico

- Ipotesi (gas sufficientemente rarefatto):

- N molecole puntiformi nel volume V, ciascuna di equal massa m
- Urti contro le pareti: elastici
- Interazioni tra molecole: trascurabili

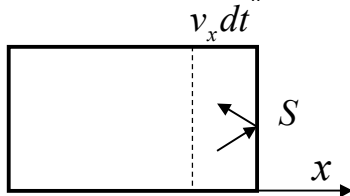


- Forza normale esercitata in media **dalla** parete (sup. S); ingredienti:

- Numero di urti nel tempo dt
- Forza media  $F'_x$  in dt per urto (Impulso)

$$\frac{1}{2} \frac{N}{V} S v_x dt$$

$$F'_x dt = d(mv_x) = -2mv_x$$



Forza media  $F_x$  totale **sulla** parete e pressione:

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{N}{V} S v_x 2mv_x \Rightarrow p = \frac{|F_x|}{S} = \frac{N}{V} m v_x^2$$

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

29

## Gas monoatomici: modello cinetico- 2

- Passando alla velocità quadratica media e supponendo isotropa la distribuzione delle velocità:

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$$

$$p = \left( \frac{N}{V} \right) m \langle v_x^2 \rangle = \frac{2}{3} \left( \frac{N}{V} \right) \left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle$$

$$pV = \frac{2}{3} N \langle K \rangle = \frac{2}{3} U_{\text{int}} \quad U_{\text{int}} = N \langle K \rangle = N \left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle$$

Energia cinetica media

Numero di molecole

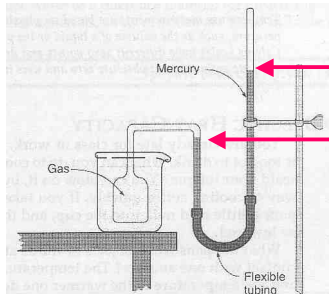
- Nelle ipotesi fatte l'energia interna  $U_{\text{int}}$  del gas è solo cinetica, essendo trascurabili le forze a distanza fra molecole (attenzione alle notazioni: in precedenza chiamata  $E_{\text{int}}$ )
- Il prodotto  $pV$  risulta essere proporzionale all'energia interna  $U_{\text{int}}$  ed anche all'energia cinetica media per molecola

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

30

## Termometro a gas e temperatura assoluta



Termometro a gas:

**grandezza termometrica** scelta:  $p$  (a  $V$  costante)

$$h \Rightarrow p$$

**Stato di riferimento:** punto triplo  $H_2O$  ( $0.01^\circ C$ ),  
cui viene assegnato (scala Kelvin):

$$T_{tr} = 273.16 K$$

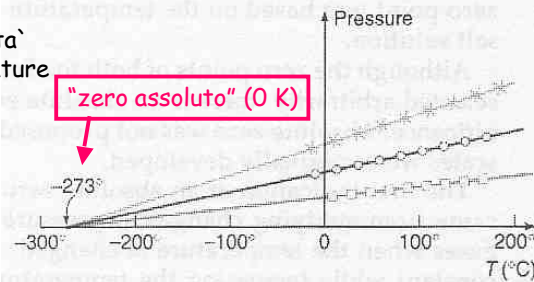
(Nel limite di piccola pressione, con questo metodo  
la temperatura misurata e' indipendente dal gas usato)

Indipendentemente dal tipo e quantita' di gas, estrapolando a basse temperature la dipendenza lineare della pressione dalla temperatura ( $^\circ C$ ), si trova che:

$$\theta(^{\circ}C) \rightarrow -273.15^{\circ}C \Rightarrow p \rightarrow 0$$

Scala "assoluta" Kelvin:

$$T(K) = \theta(^{\circ}C) + 273.15$$



25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

31

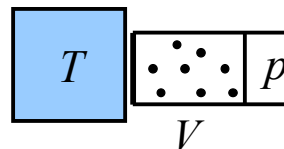
## Gas "ideali": equazione di stato

- Leggi sperimentali:

$$V = \text{cost.} \Rightarrow p \propto T$$

$$p = \text{cost.} \Rightarrow V \propto T$$

$$T = \text{cost.} \Rightarrow p \propto V^{-1}$$



$$n = 1 \text{ mol}, p_0 = 1 \text{ atm}, T_0 = 273.15 K \Rightarrow V = 22.4 \times 10^{-3} m^3$$

- Riassumibili nell'"equazione di stato" (sperimentale)

$$pV = nRT$$

$$R = 8.31 \text{ Pa m}^3 \text{ K}^{-1}$$

Costante universale dei gas

numero di moli

Temperatura assoluta (K)

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

32



## Temperatura e costante di Boltzmann

- Confrontando l'equazione di stato (sperimentale) con l'equazione ottenuta dalla teoria cinetica:

$$pV = \frac{2}{3} N \left\langle \frac{1}{2} mv^2 \right\rangle$$

$$pV = nRT$$

$$\Rightarrow \left\langle \frac{1}{2} mv^2 \right\rangle = \frac{3}{2} \frac{n}{N} RT = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} k_B T$$

- La temperatura assoluta T è una misura della energia cinetica media per molecola;
- la costante di Boltzmann  $k_B$  permette di convertire (joule  $\leftrightarrow$  kelvin)

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \quad (\text{numero di Avogadro: } N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})$$

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

33

## Principi della termodinamica

- Trasferimenti di energia tra sistemi:
  - lavoro W e calore Q
- Primo Principio della Termodinamica
  - Energia interna U di un sistema, lavoro, calore: bilancio energetico (conservazione dell'energia)
- Trasformazioni termodinamiche
  - Sistema e ambiente
  - Trasformazioni reversibili e irreversibili
  - Macchine termiche cicliche, rendimento
- Il secondo principio della termodinamica
  - Non tutte le trasformazioni compatibili con il primo principio sono possibili....
  - Enunciato di Kelvin ("macchine termiche")
  - Enunciato di Clausius ("macchine frigorifere")
  - Entropia

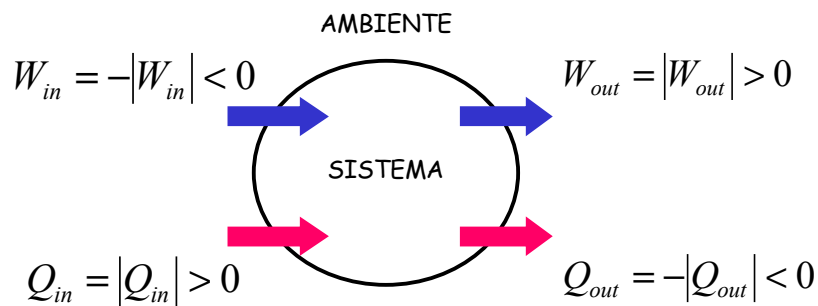
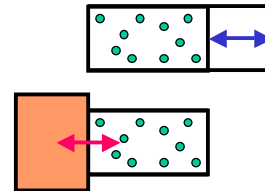
25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

34

## Trasferimenti di energia tra sistemi

- “ordinati”: lavoro  $W$ 
  - p.es.: espansione o compressione di un gas
- “disordinati”: calore  $Q$ 
  - p.es.: contatto tra corpi a temperature diverse



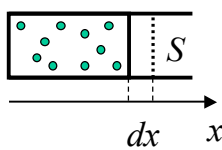
25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

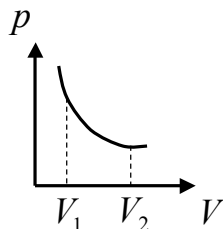
35

## Lavoro termodinamico

- P.es. Espansione o compressione di un gas:



$$\delta W = F dx = p S dx = p dV \quad (dV > 0 \Rightarrow \delta W > 0)$$



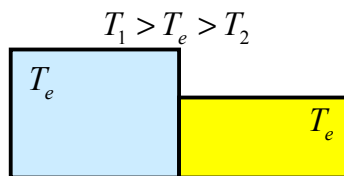
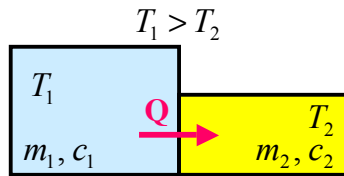
$$W = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$$

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

36

## Calore e calori specifici



### Definizione operativa

- Calore  $Q$  dal corpo più caldo a quello più freddo
- Corpo 1: cede calore  $Q_1 < 0$

$$Q_1 = m_1 c_1 (T_e - T_1) < 0$$

- Corpo 2: acquista calore  $Q_2 = -Q_1 > 0$

$$-Q_1 = Q_2 = m_2 c_2 (T_e - T_2) > 0$$

- Calore specifico di riferimento e unità di misura:

$$c_{H_2O} = 1 \frac{kcal}{kg \ K}$$

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

37

## Equivalenza tra lavoro e calore

- La temperatura di un corpo può essere aumentata eseguendo una quantità nota  $W$  (joule) di lavoro meccanico (attrito)
- Il corpo può essere riportato allo stato iniziale facendogli cedere calore ( $Q$  (calorie), misurabile)
- Si trova che il rapporto è sempre lo stesso:

$$\frac{W}{Q} = 4.19 \frac{joule}{calorie}$$

- Conclusione:  $W$ ,  $Q$  equivalenti: entrambi sono forme di energia scambiata fra sistemi, misurabili in joule

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

38

## Calori specifici...

Lo studio dei

“calori specifici” (calore scambiato per unità di sostanza per una variazione unitaria di T)

“calori latenti” (richiesti per ottenere transizioni di fase a T costante)

e' importante perche' fornisce informazioni sulla struttura microscopica e le energie di legame

25-09-2012

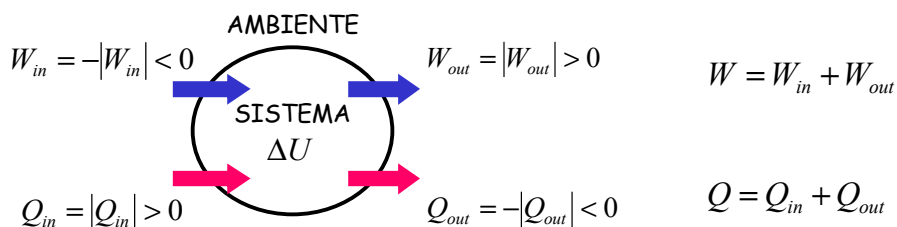
L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

39

## Primo Principio della Termodinamica

- Energia interna, lavoro, calore: bilancio energetico (conservazione dell'energia)
  - Se in una trasformazione termodinamica un sistema scambia lavoro totale W e calore totale Q con l'ambiente, l'energia interna del sistema subisce una variazione  $\Delta U$ :

$$\Delta U = Q - W \qquad dU = \delta Q - \delta W$$



25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

40

## Primo Principio della Termodinamica

- Alcune affermazioni non banali implicite nell'enunciato:
  - Lavoro  $W$  e calore  $Q$  sono entrambi "energie scambiate" dal sistema;
  - $W$  e  $Q$  non sono, singolarmente considerate, "funzioni di stato": in generale a trasformazioni diverse tra gli stessi due stati (iniziale e finale) corrispondono lavori e calori scambiati diversi
  - La combinazione  $Q-W$  è invece una "funzione di stato", e rappresenta la variazione dell' "energia interna del sistema" tra stato iniziale e finale della trasformazione
  - Se la trasformazione è ciclica (stato finale = stato iniziale), allora su un ciclo:

$$\Delta U = 0 = Q - W \Rightarrow Q = W$$

25-09-2012

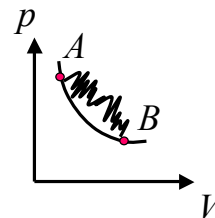
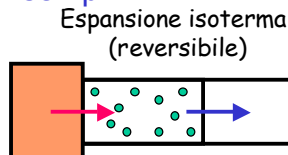
L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

41

## Trasformazioni termodinamiche

- Trasformazioni reversibili:
  - Se il sistema ed anche l'ambiente possono entrambi essere riportati allo stato iniziale
  - (in pratica: approssimabili con trasf. quasi statiche, senza dissipazione di energia meccanica, con piccole differenze di temperatura)
- Trasformazioni irreversibili:
  - Se, quando il sistema viene riportato allo stato iniziale, l'ambiente è irrimediabilmente modificato
  - (in pratica: tutte le trasformazioni reali)

- Esempi



25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

42

## Macchine termiche cicliche

Riconducibili allo schema:

Calore  $Q_H > 0$  prelevato a  $T_H$

Lavoro fornito  $W > 0$

Calore  $Q_C < 0$  ceduto a  $T_C < T_H$

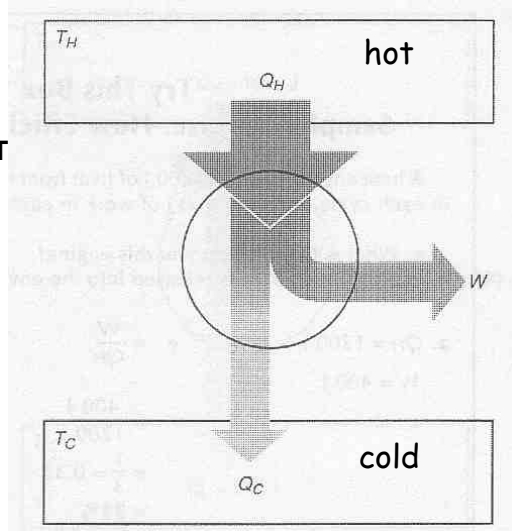
Rendimento

$$\eta \equiv \frac{W}{Q_H} = \frac{|Q_H| - |Q_C|}{|Q_H|}$$

Per il Primo Principio:

$\Delta U = 0$  su un ciclo  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow W = Q = Q_H + Q_C = |Q_H| - |Q_C|$$

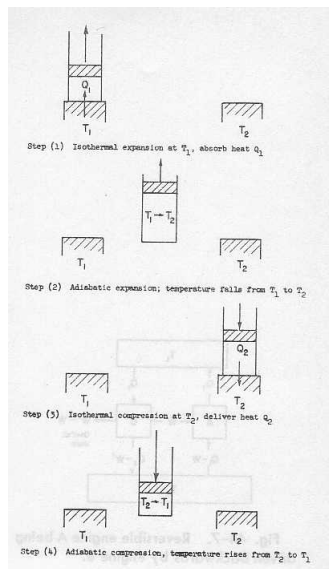


25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

43

## Ciclo reversibile di Carnot



Analisi fatta da Carnot:

Ciclo idealizzato con rendimento "massimo"

ab: espansione isoterma reversibile a  $T_1$

bc: espansione adiabatica rev. (da  $T_1$  a  $T_2$ )

cd: compressione isoterma rev. a  $T_2$

da: espansione adiabatica rev. (da  $T_2$  a  $T_1$ )

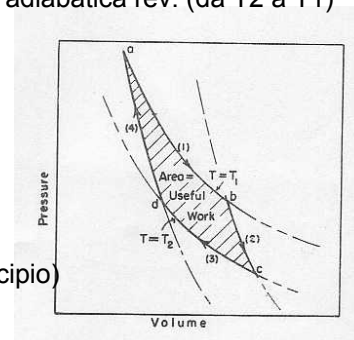
Risultati:

Rendimento

$$\eta \equiv \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Massimo !!!

(dim: Secondo Principio)



25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

44

## Macchine frigorifere

### Frigoriferi e pompe di calore

Lavoro "assorbito"  $W < 0$

Calore  $Q_L > 0$  prelevato a  $T_L$

Calore  $Q_H < 0$  ceduto a  $T_H > T_L$

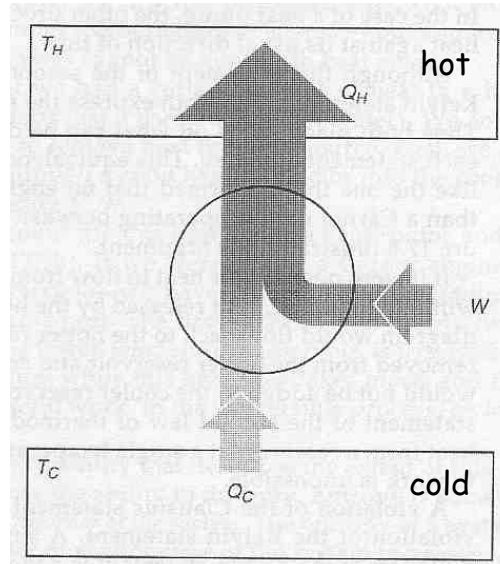
### Per il Primo Principio:

$$\Delta U = 0 \quad \text{su un ciclo} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = Q = Q_H + Q_C < 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_H = W - Q_C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |Q_H| = |W| + |Q_C|$$



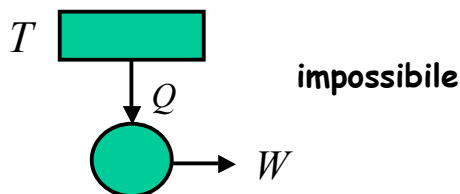
25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

45

## Il secondo principio della termodinamica

- Non tutte le trasformazioni compatibili con il primo principio sono possibili....
- Enunciato di Kelvin
  - Nessuna macchina termica che lavori continuamente (ciclicamente) può prelevare calore  $Q > 0$  da una sola sorgente a una temperatura  $T$  e convertirlo completamente in lavoro  $W > 0$



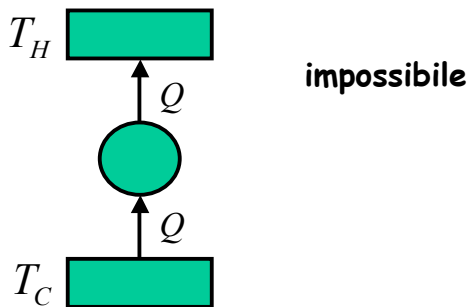
25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

46

## Il secondo principio della termodinamica

- **Enunciato di Clausius** (equivalente a quello di Kelvin)
  - Del calore non può fluire da un corpo più freddo a uno più caldo se non è coinvolto qualche altro processo



25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

47

## L'entropia - 1

### Funzione di stato S:

La sua variazione per ogni parte del sistema è definita da:

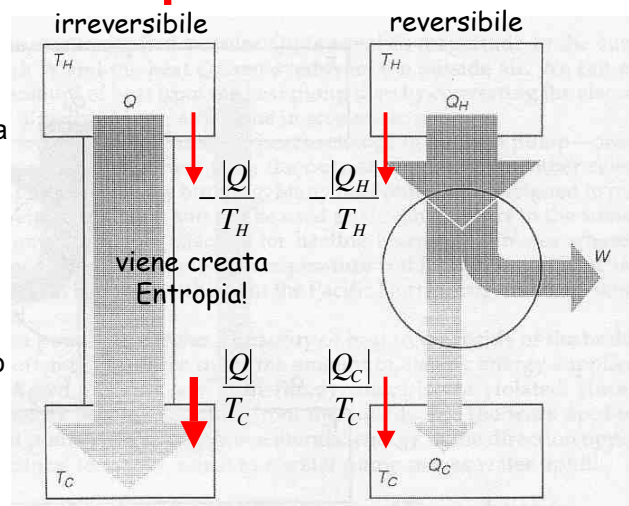
$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{rev}$$

Se l'entropia totale aumenta, non è stato ottenuto il massimo lavoro possibile... ad esempio: lavoro perso nel primo caso:

$$T_C \Delta S = W_{perso}$$

$$\Delta S = -\frac{|Q|}{T_H} + \frac{|Q|}{T_C} > 0$$

$$\Delta S = -\frac{|Q_H|}{T_H} + \frac{|Q_C|}{T_C} = 0$$



25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

48



## L'entropia - 2

- Dal pdv microscopico: “probabilità termodinamica  $w$ ” dello stato (misura del “disordine”); entropia:

$$S = k_B \ln w$$

- Si dimostra che questa definizione è equivalente alla definizione macroscopica
- Tutta la termodinamica (inclusi i principi “classici”) può essere riformulata in termini statistici... con significato fisico più evidente dal punto di vista microscopico

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

49

## Entropia e Secondo Principio

Per l'universo o per un sistema isolato, l'entropia **totale** di tutte le sue parti non cambia per trasformazioni reversibili, aumenta sempre per trasformazioni irreversibili.

NB se il sistema non è isolato, la sua entropia può diminuire!

Questo enunciato include i precedenti, che possono essere analizzati anche in termini di variazione di entropia

Le “impossibilità” dichiarate nel Secondo Principio sono di natura statistica: con un elevato numero di molecole, certe trasformazioni sono “estremamente improbabili” (es...)

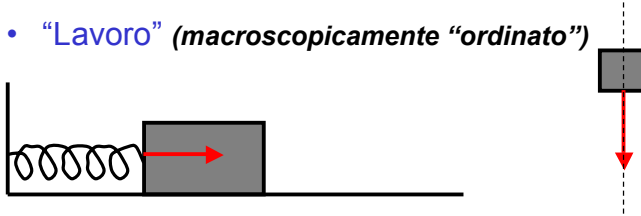
25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

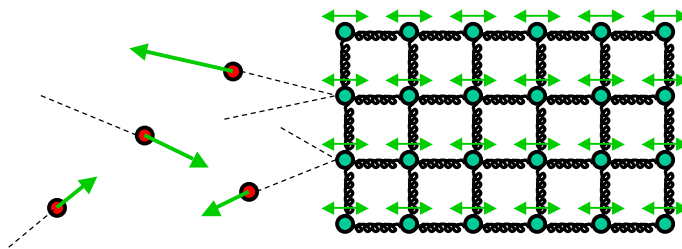
50

## Trasferimenti di energia

- “Lavoro” (*macroscopicamente “ordinato”*)



- “Calore” (*macroscopicamente “disordinato”*)



25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

51

## Trasmissione di “calore”

- “Calore”
  - Nuova grandezza fisica, va definita operativamente:
    - metodi di misura del “calore scambiato” tra corpi o sistemi (calorimetria), unità di misura (“caloria”)
    - Nozioni preliminari necessarie: “equilibrio termico”, “temperatura”
  - Si riconosce poi sperimentalmente (Joule) l'equivalenza tra lavoro e calore: il calore è una forma di energia, si può misurare in joule
- Trasmissione del calore
  - “conduzione”
    - p.es. nei solidi: trasferimento di energia senza spostamento di molecole
  - “convezione”
    - p.es. nei fluidi: trasferimento di energia con spostamento di molecole
  - “irraggiamento”
    - Anche nel vuoto: trasferimento per mezzo di onde elettromagnetiche

25-09-2012

L.Lancieri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

52