

# **“Complementi di Fisica”**

## **Lectures 2, 3**

**Livio Lanceri**  
Università di Trieste

**Trieste, 25/26-09-2012**

## **Reminder:**

### **Classical Particles and Waves**

#### **Particles**

Forces, acceleration, velocity (momentum), trajectory  
Potential energy and kinetic energy

#### **Waves**

Wave equation and solutions  
Wave superpositions  
Energy flow

## Particles: from forces...

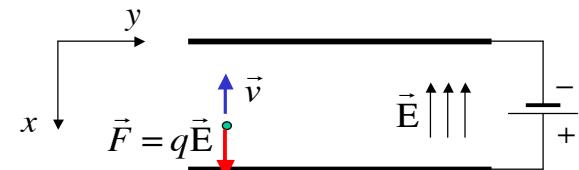
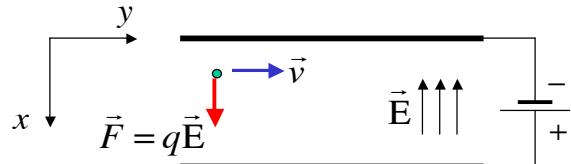
**Newton's Law:**

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

differential equation  
linking forces with  
rate of change of  
momentum

a specific example:  
electrostatic force  
on an electron  
(mass  $m$ , charge  $q < 0$ )

$$\vec{F} = q\vec{E}$$



**Electrostatic field:**

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

(defined as force and work per unit charge)

**Electrostatic potential:**

$$\Delta V = V(x) - V(0) = - \int_0^x E_x dx'$$

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

3

## ... to trajectories

**Newton's Law:**

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

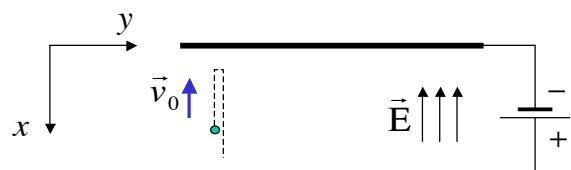
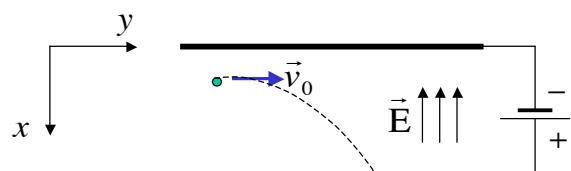
plus initial conditions

$$\vec{r}_0 = \vec{r}(t_0), \quad \vec{v}_0 = \vec{v}(t_0)$$

Unique solution:  
“trajectory” =  
= position vs time

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

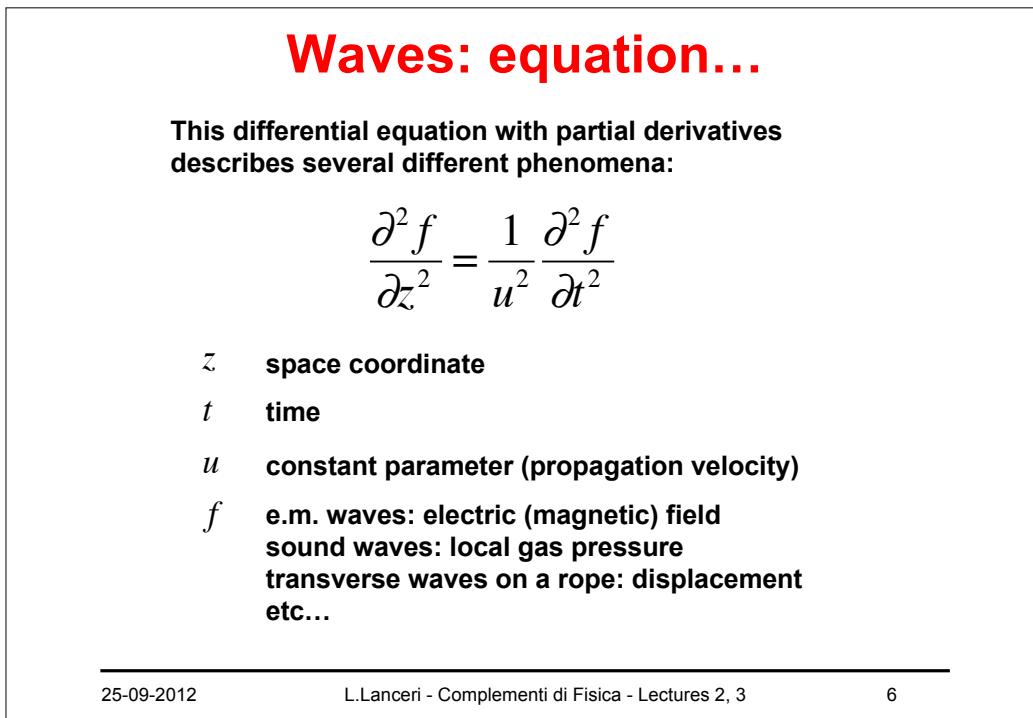
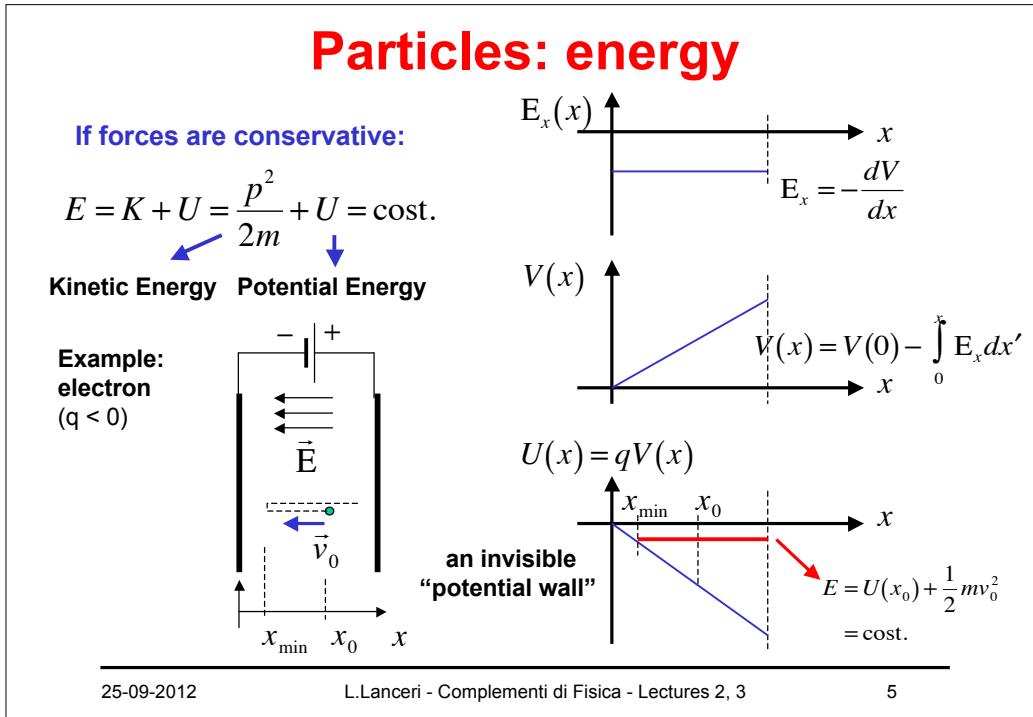
$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t)$$



25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

4

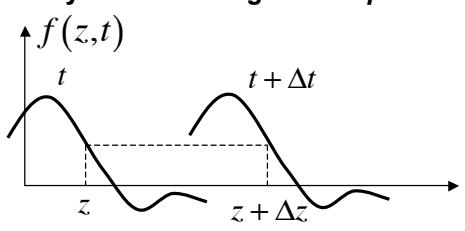


## ... and solutions

$f(\xi)$ ,  $\xi = z \pm ut$  is a solution  $\forall f$ , easy to check :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{d^2 f}{d\xi^2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = u^2 \frac{d^2 f}{d\xi^2} \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

**Interpretation? Family of functions of  $z$ : varying the parameter  $t$ , they "move" along  $z$  with speed  $u$**



$$\begin{aligned} u = \frac{\Delta z}{\Delta t} &\Rightarrow \Delta z = u \Delta t \Rightarrow \\ f(z,t) = f(z - ut) &= \\ = f(z + \Delta z - \Delta z - ut) &= \\ = f(z + \Delta z - u \Delta t - ut) &= \\ = f(z + \Delta z, t + \Delta t) \end{aligned}$$

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

7

## Sinusoidal waves

**Sinusoidal waves: particularly useful**

- if the source of the wave is a harmonic oscillator, and:
- can be used in Fourier analysis to approximate any wave

**real form:**

$$f(z,t) = f_0 \cos[k(z - ut)] = f_0 \cos(kz - kut) = f_0 \cos(kz - \omega t)$$

**dimensions:**

$$\begin{aligned} [z] &= [ut] = [L] \\ [k] &= [L^{-1}] \end{aligned}$$

$$[ku] = [\omega] = [t^{-1}] = [T^{-1}]$$

$$u = \frac{\omega}{k} = v_f \quad \text{"phase velocity"}$$

**complex exponential form:**

$$\begin{aligned} f(z,t) &= f_0 e^{ik(z-ut)} = \\ &= f_0 [\cos(kz - \omega t) + i \sin(kz - \omega t)] \end{aligned}$$

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

8

## Sinusoidal waves

### Wave-length $\lambda$ and wave-number $k$

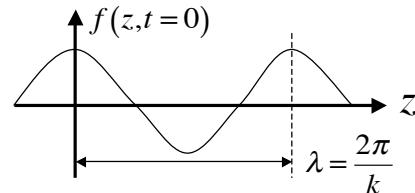
At fixed  $t = 0$

$$f(z, t=0) = f_0 \cos(kz)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

$\lambda$  "space period"  
 $k$  "space frequency"

(real form for simplicity)



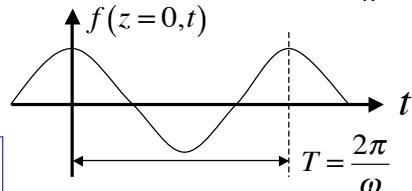
### Period $T$ and frequency $\nu$

At fixed  $z = 0$

$$f(z=0, t) = f_0 \cos(\omega t)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$$

$T$  "time period"  
 $\nu$  "time frequency"



$$\text{Phase velocity: } v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$$

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

9

## Light (e.m.) waves

From Maxwell equations for electric and magnetic fields:

- e.m. fields can propagate in a vacuum!

- in the wave equation for e.m., derived from Maxwell eq.s:

$$u = v_f = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Table 1.3. THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM

Type of Radiation	Frequency	Wavelength	Quantum Energy	
"Wave" region	radio waves microwaves	10 <sup>9</sup> Hz and less 10 <sup>9</sup> Hz to 10 <sup>12</sup> Hz	300 mm and longer 300 mm to 0.3 mm	0.000004 eV and less 0.000004 eV to 0.004 eV
"Optical" region	infrared visible ultraviolet	10 <sup>12</sup> Hz to 4.3 × 10 <sup>14</sup> Hz 4.3 × 10 <sup>14</sup> Hz to 5.7 × 10 <sup>14</sup> Hz 5.7 × 10 <sup>14</sup> Hz to 10 <sup>16</sup> Hz	300 μ to 0.7 μ 0.7 μ to 0.4 μ 0.4 μ to 0.03 μ	0.004 eV to 1.7 eV 1.7 eV to 2.3 eV 2.3 eV to 40 eV
"Ray" region	x-rays gamma rays	10 <sup>16</sup> Hz to 10 <sup>19</sup> Hz 10 <sup>19</sup> Hz and above	300 Å to 0.3 Å 0.3 Å and shorter	40 eV to 40,000 eV 40,000 eV and above

Note: The numerical values are only approximate and the division into the various regions are for illustration only. They are quite arbitrary.

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

10

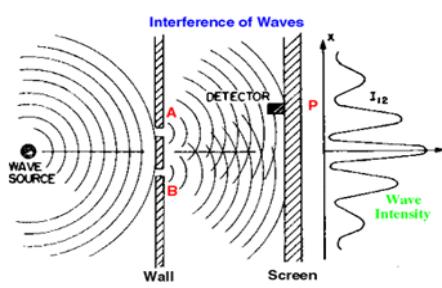
## Waves: diffraction

Wave equation: linear

⇒ linear combinations of solutions are good solutions

⇒ “superposition principle”

⇒ example 1: diffraction



Electric field from point source i

$$\vec{E}_i(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

Superposition from slits A and B

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

Intensity (~ energy)

$$\langle I(\vec{r}) \rangle_t = \vec{E}(\vec{r}, t) \vec{E}^*(\vec{r}, t)$$

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

11

## Waves: packets

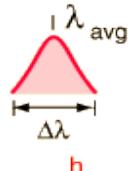
Wave equation: linear

⇒ linear combinations of solutions are good solutions

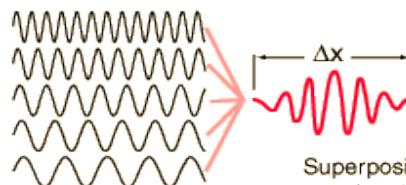
⇒ “superposition principle”

⇒ example 2: wave packets

A continuous distribution of wavelengths can produce a localized "wave packet".



$$p = \frac{h}{\lambda}$$



Each different wavelength represents a different value of momentum according to the DeBroglie relationship.

Superposition of different wavelengths is necessary to localize the position. A wider spread of wavelengths contributes to a smaller Δx.

$$\Delta x \Delta p > \frac{\hbar}{2}$$

From: HyperPhysics (©C.R. Nave, 2003)

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

12

## Waves: energy flow

Even if the medium does not move  
(for instance gas for sound waves; no medium needed for e.m.)  
waves carry both energy and momentum!

For e.m. waves (...), the energy flux is described by:

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad I = \frac{1}{\mu_0} E B = E H$$

“Poynting vector” [W/m<sup>2</sup>]

“Irradiance”

$$\begin{aligned} [E] &= V/m = N/C \\ [B] &= (N/C)(m/s) \\ &= N/(A \cdot m) = \text{tesla} = T \\ [H] &= A/m \\ \mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ Tm/A} \end{aligned}$$

A beam of light exerts pressure  $P$  on a black surface:

$$P = \frac{I}{c}$$

(This is related to the momentum of photons... more on this later!)

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

13

## Classical Particles and Waves

Summary of the classical point of view:

Point-like particles (for instance electrons):

localized in space, with well defined momentum (velocity)  
predictable trajectories, if forces acting on them are known  
associated energy (potential and kinetic)

Waves (for instance e.m. waves)

distributed over all space, if wave number (frequency) is well defined  
superpositions of waves  
“diffraction” and other interference phenomena in space  
“wave packets”: only partially localized in space, time and frequency  
associated energy flow

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

14

## Classical Particles and Waves

**In the next lectures: experimentally,**

**Can waves (e.m., ...) behave like “particles”?**

**Can particles (electrons, ...) behave like “waves”?**

## Thermodynamics: a reminder

**Temperature and ideal gases**

**1<sup>st</sup> principle:  
work, heat, energy conservation**

**2<sup>nd</sup> principle:  
restrictions on energy exchange processes,  
entropy**

**Thermodynamic equilibrium = ?**

## Temperatura e gas ideali

- **Trasporto di energia**
  - Energia meccanica macroscopica ed “energia interna” di un sistema
  - Lavoro meccanico (“macroscopicamente ordinato”)
  - Calore (“macroscopicamente disordinato”)
  - (diffusione, cioè trasporto di particelle: verrà discusso in seguito)
- **Equilibrio termico**
  - Princípio Zero della Termodinamica
  - Temperatura: termometri, scale empiriche
- **Gas ideali**
  - P.d.v. microscopico: teoria cinetica
  - Termometro a gas; temperatura assoluta (scala Kelvin)
  - P.d.v. macroscopico: equazioni di stato e relazione tra temperatura ed energia cinetica media

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

17

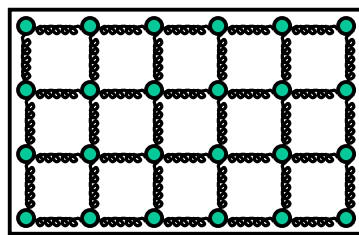
## Energia di un sistema

- Energia meccanica (macroscopica) = cinetica + potenziale



$$E = K + U$$

- Energia interna = cinetica (componenti microscopici) + potenziale (legami chimici etc)



$$E_{\text{int}} = \sum_i \left( K_i + \sum_j U_{ij} \right)$$

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

18

## Termodinamica - sommario

**Primo Principio:**  $\Delta U = Q - W$

Calore scambiato + lavoro scambiato da un sistema = variazione di energia interna del sistema

**Secondo Principio:**

Un processo (ciclico) il cui unico risultato sia di prelevare calore da un serbatoio e convertirlo integralmente in lavoro e' impossibile

**Teorema di Carnot**

Nessuna macchina termica che preleva calore  $Q_1$  a temperatura  $T_1$  e cede  $Q_2$  a temperatura  $T_2$  puo' fornire piu' lavoro (avere rendimento piu' elevato) di una macchina reversibile, per la quale:  $W = \eta Q_1 = (1 - T_2/T_1)Q_1$

**Entropia**

Se un sistema scambia reversibilmente  $Q$  alla temperatura  $T$ , la sua entropia varia di  $\Delta S = (Q/T)_{rev}$

inoltre  $S = 0$  a  $T = 0$  (una delle formulazioni del "Terzo Principio")

Per l'universo o un sistema isolato, l'entropia **totale** di tutte le sue parti non cambia per trasformazioni reversibili, aumenta sempre per trasformazioni irreversibili.

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

19

## Equilibrio termico

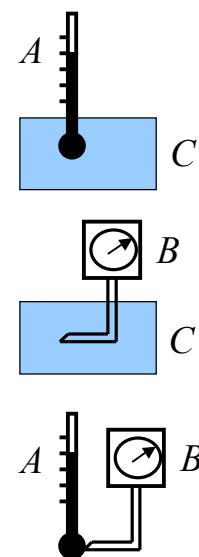
**Equilibrio termico**

Due corpi isolati (...) dall'ambiente circostante sono in equilibrio termico fra loro se, una volta messi a contatto, tutte le grandezze fisiche che li caratterizzano (p.es. volume, resistenza elettrica, etc.) rimangono costanti nel tempo

**"Principio zero" della termodinamica**

se "A in equilibrio con C" e "B in equilibrio con C" separatamente

allora: anche "A in equilibrio con B"



25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

20

## Equilibrio termodinamico - 1

Equilibrio “termodinamico” dal pdv microscopico?

Tre tipi di “contatto” tra sistemi:

contatto **meccanico**: possibilità di scambio energetico sotto forma di lavoro (che implica variazioni di volume)

contatto **termico**: scambio energetico possibile sotto forma di calore

contatto **diffusivo**: se è possibile uno scambio di particelle (molecole, etc.)

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

21

## Equilibrio termodinamico - 2

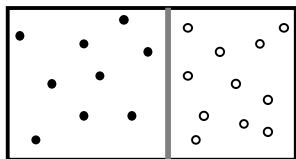
Equilibrio “termodinamico” dal pdv microscopico?

Esempio: due diversi gas monoatomici separati da un pistone mobile:

Equilibrio **meccanico**: pressioni uguali, cioè energie cinetiche per unità di volume uguali (lavoro netto scambiato: nullo)

$$p_1 = p_2 \Leftrightarrow \frac{N_1}{V_1} \left\langle \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \right\rangle = \frac{N_2}{V_2} \left\langle \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right\rangle$$

Equilibrio **termico** (dopo un tempo sufficientemente lungo: scambio di calore nullo): ragionando sugli urti fra molecole diverse di due gas mescolati oppure sugli urti tra molecole e parete divisoria, si trova che devono risultare uguali anche le energie cinetiche medie per molecola:



$$T_1 = T_2 \Leftrightarrow \left\langle \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \right\rangle = \left\langle \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right\rangle$$

L'energia cinetica media per molecola risulta essere un indice di equilibrio termico, come la temperatura!

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

22

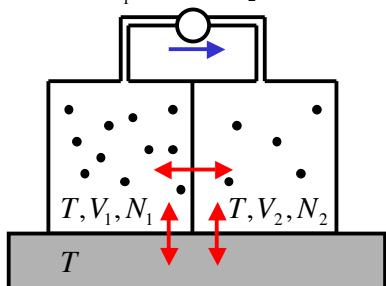
## Equilibrio termodinamico - 3

Equilibrio “termodinamico” dal pdv microscopico?

Gas in recipienti messi in comunicazione fra di loro (contatto termico e “diffusivo”) ed in equilibrio termico con un serbatoio a temperatura  $T$ :

Equilibrio **diffusivo**: se eguali “potenziali chimici” nei due recipienti per ciascuna specie di gas presente

$$dN_1 < 0 \quad dN_2 > 0$$



$$\mu_1 = \mu_2 \Leftrightarrow \left( \frac{\partial F_1}{\partial N_1} \right)_{T, V_1} = \left( \frac{\partial F_2}{\partial N_2} \right)_{T, V_2}$$

$F \equiv U - TS$  “energia libera”

$S$  “entropia”

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

23

## Ulteriori sviluppi...

- Generalizzando e approfondendo:

- Primo principio: scambio di calore, lavoro, particelle (contatto anche diffusivo):

$$dU = TdS - pdV + \mu dN$$

- Temperatura  $T$ , pressione  $p$  e potenziale chimico  $\mu$  come derivate parziali di entropia  $S$ , energia interna  $U$ , ed energia libera  $F$  date come funzioni delle loro variabili indipendenti “naturali”:

$$\begin{array}{lll} T: & \frac{S(U,V,N)}{T} = \left( \frac{\partial S}{\partial U} \right)_{V,N} & U(S,V,N) \\ & T = \left( \frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V,N} & F(T,V,N) \\ p: & \frac{p}{T} = \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_{U,N} & \text{indep.variab.} \\ & -p = \left( \frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S,N} & -p = \left( \frac{\partial F}{\partial V} \right)_{T,N} \\ \mu: & -\frac{\mu}{T} = \left( \frac{\partial S}{\partial N} \right)_{U,V} & \mu = \left( \frac{\partial U}{\partial N} \right)_{S,V} \\ & \mu = \left( \frac{\partial F}{\partial N} \right)_{T,V} & \end{array}$$

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

24

## Lecture 2 - Homework

- **Exercise 2.1:** Consider the state equation for ideal gases,  $pV=nRT=Nk_B T$ , where  $p$  is the gas pressure,  $V$  the occupied volume,  $N=nN_A$  the number of molecules expressed in terms of number of moles and Avogadro's number,  $R$  the universal gas constant, and  $T$  the absolute temperature in the Kelvin scale. In the S.I. system, check that the product  $pV$  is dimensionally an energy, and compute the value of Boltzmann's constant  $k_B$  from  $R$  and  $N_A$  (see tables)
- **Exercise 2.2:** Find the kinetic energy, expressed in joule, of an electron accelerated from rest (zero velocity) by an electrostatic field, through electrostatic potential differences  $\Delta V=100$  V and  $\Delta V=10$  GV
- **Exercise 2.3:** In a modern particle accelerator, an electron beam travels at a speed very close to the speed of light  $c$ . If the beam electrical current is about 1A, how many electrons cross a given section of the vacuum pipe per second?
- **Exercise 2.4:** By substitution, check that  $f(z,t) = A \exp [i(kz - \omega t)]$  is a solution of the differential wave equation discussed in this lecture, with "phase velocity"  $u=\omega/k$ .
- **Exercise 2.5:** An e.m. wave propagates at the speed of light  $c$ . If the wavelength is about 500 nm, what is the electric field oscillation frequency at a given point in space?

## Back-up slides

## Temperatura (scale empiriche)

Due corpi in equilibrio termico hanno la stessa “temperatura”

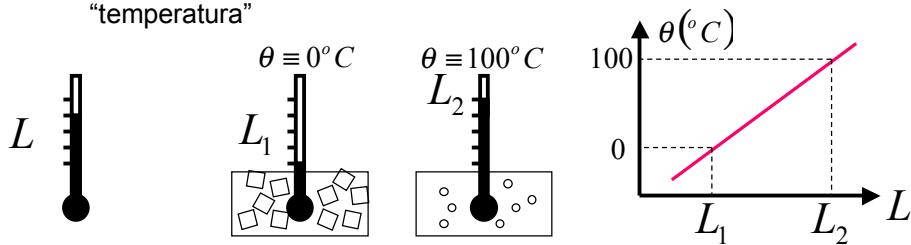
Una “scala empirica di temperature” (p.es. Centigrada):

puo` essere ottenuta scegliendo:

un “termometro” e la corrispondente “grandezza termometrica”  
(lunghezza, volume, resistenza elettrica...)

Due condizioni di riferimento riproducibili (p.es. fusione del ghiaccio,  
ebollizione dell’acqua a pressione standard)

Una relazione arbitraria (di solito: lineare) tra “grandezza termometrica” e  
“temperatura”



25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

27

## Dettagli su termometria e calorimetria?

Altri corsi (Fisica Tecnica etc....)

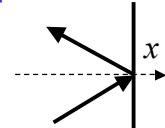
Ora: introduciamo piuttosto il significato fisico di temperatura, attraverso la teoria cinetica dei gas

## Gas monoatomici: modello cinetico - 1

- Interpretazione microscopica della pressione esercitata da un gas monoatomico sulle pareti rigide, in condizioni di equilibrio termico e meccanico

– Ipotesi (gas sufficientemente rarefatto):

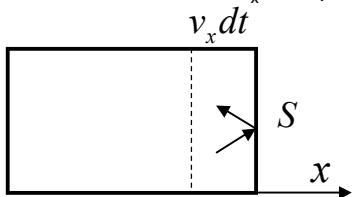
- N molecole puntiformi nel volume  $V$ , ciascuna di egual massa  $m$
- Urti contro le pareti: elastici
- Interazioni tra molecole: trascurabili



$$\Delta \vec{p} = -2mv_x \vec{u}$$

– Forza normale esercitata in media dalla parete (sup.  $S$ ); ingredienti:

- Numero di urti nel tempo  $dt$
- Forza media  $F'_x$  in  $dt$  per urto (Impulso)



25-09-2012 L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

Forza media  $F_x$  totale sulla parete e pressione:

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{N}{V} S v_x 2m v_x \Rightarrow p = \frac{|F_x|}{S} = \frac{N}{V} m v_x^2$$

29

## Gas monoatomici: modello cinetico- 2

- Passando alla velocità quadratica media e supponendo isotropa la distribuzione delle velocità:

$$\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle$$

$$p = \left( \frac{N}{V} \right) m \langle v_x^2 \rangle = \frac{2}{3} \left( \frac{N}{V} \right) \left( \frac{1}{2} m v^2 \right)$$

$$pV = \frac{2}{3} N \langle K \rangle = \frac{2}{3} U_{\text{int}}$$

$$U_{\text{int}} = N \langle K \rangle = N \left\langle \frac{1}{2} m v^2 \right\rangle$$

Energia cinetica media  
Numero di molecole

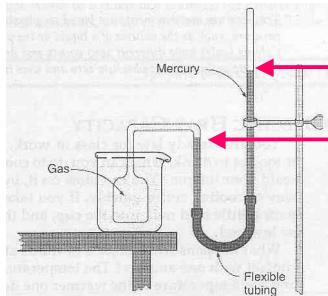
- Nelle ipotesi fatte l'energia interna  $U_{\text{int}}$  del gas è solo cinetica, essendo trascurabili le forze a distanza fra molecole (attenzione alle notazioni: in precedenza chiamata  $E_{\text{int}}$ )
- Il prodotto  $pV$  risulta essere proporzionale all'energia interna  $U_{\text{int}}$  ed anche all'energia cinetica media per molecola

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

30

## Termometro a gas e temperatura assoluta



Termometro a gas:  
grandezza termometrica scelta:  $p$  (a  $V$  costante)

$$h \Rightarrow p$$

Stato di riferimento: punto triplo  $H_2O$  ( $0.01^\circ C$ ), cui viene assegnato (scala Kelvin):  $T_{tr} = 273.16 K$

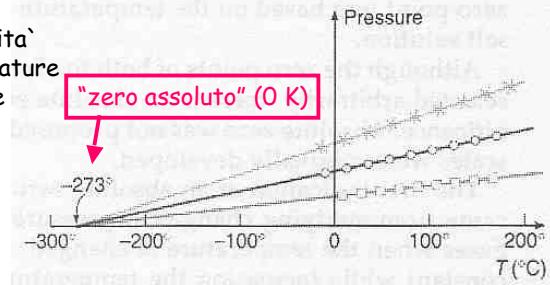
(Nel limite di piccola pressione, con questo metodo la temperatura misurata è indipendente dal gas usato)

Indipendentemente dal tipo e quantità di gas, estrapolando a basse temperature la dipendenza lineare della pressione dalla temperatura ( $^\circ C$ ), si trova che:

$$\theta (^\circ C) \rightarrow -273.15^\circ C \Rightarrow p \rightarrow 0$$

Scala "assoluta" Kelvin:

$$T(K) = \theta (^\circ C) + 273.15$$



25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

31

## Gas "ideali": equazione di stato

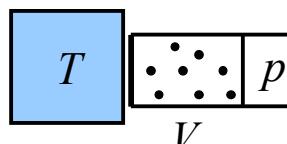
- Leggi sperimentali:

$$V = \text{cost.} \Rightarrow p \propto T$$

$$p = \text{cost.} \Rightarrow V \propto T$$

$$T = \text{cost.} \Rightarrow p \propto V^{-1}$$

$$n = 1 \text{ mol}, p_0 = 1 \text{ atm}, T_0 = 273.15 K \Rightarrow V = 22.4 \times 10^{-3} m^3$$



- Riassumibili nell'"equazione di stato" (sperimentale)

$$pV = nRT$$

$$R = 8.31 \text{ Pa m}^3 \text{ K}^{-1}$$

Costante universale dei gas

numero di moli

Temperatura assoluta (K)

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

32

## Temperatura e costante di Boltzmann

- Confrontando l'equazione di stato (sperimentale) con l'equazione ottenuta dalla teoria cinetica:

$$pV = \frac{2}{3} N \left\langle \frac{1}{2} mv^2 \right\rangle$$

$$pV = nRT$$

$$\Rightarrow \left\langle \frac{1}{2} mv^2 \right\rangle = \frac{3}{2} \frac{n}{N} RT = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} k_B T$$

- La temperatura assoluta  $T$  e` una misura della energia cinetica media per molecola;
- la costante di Boltzmann  $k_B$  permette di convertire (joule  $\Leftrightarrow$  kelvin)

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \quad (\text{numero di Avogadro: } N_A = 6.02 \times 10^{-23} \text{ mol}^{-1})$$

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

33

## Principi della termodinamica

- Trasferimenti di energia tra sistemi:
  - lavoro  $W$  e calore  $Q$
- Primo Principio della Termodinamica
  - Energia interna  $U$  di un sistema, lavoro, calore: bilancio energetico (conservazione dell'energia)
- Trasformazioni termodinamiche
  - Sistema e ambiente
  - Trasformazioni reversibili e irreversibili
  - Macchine termiche cicliche, rendimento
- Il secondo principio della termodinamica
  - Non tutte le trasformazioni compatibili con il primo principio sono possibili....
  - Enunciato di Kelvin ("macchine termiche")
  - Enunciato di Clausius ("macchine frigorifere")
  - Entropia

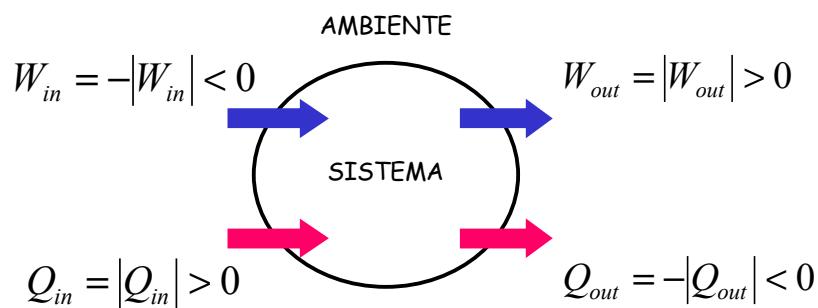
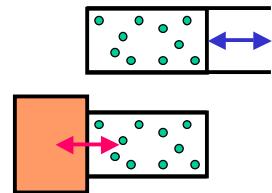
25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

34

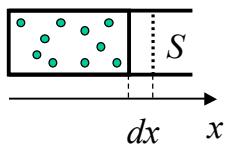
## Trasferimenti di energia tra sistemi

- “ordinati”: lavoro  $W$ 
  - p.es.: espansione o compressione di un gas
- “disordinati”: calore  $Q$ 
  - p.es.: contatto tra corpi a temperature diverse

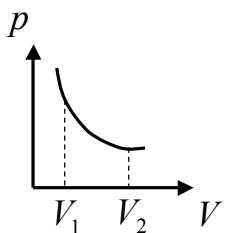


## Lavoro termodinamico

- P.es. Espansione o compressione di un gas:



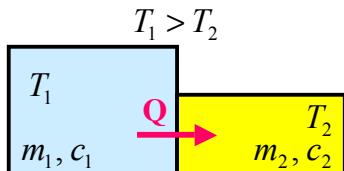
$$\delta W = Fdx = pSdx = pdV \quad (dV > 0 \Rightarrow \delta W > 0)$$



$$W = \int_{V_1}^{V_2} p(V)dV$$

## Calore e calori specifici

- **Definizione operativa**



- Calore  $Q$  dal corpo piu` caldo a quello piu` freddo

- Corpore 1: cede calore  $Q_1 < 0$

$$Q_1 = m_1 c_1 (T_e - T_1) < 0$$

- Corpore 2: acquista calore  $Q_2 = -Q_1 > 0$

$$-Q_1 = Q_2 = m_2 c_2 (T_e - T_2) > 0$$

- Calore specifico di riferimento e unita` di misura:

$$c_{H_2O} = 1 \frac{kcal}{kg \ K}$$

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

37

## Equivalenza tra lavoro e calore

- La temperatura di un corpo puo` essere aumentata eseguendo una quantita` nota  $W$  (joule) di lavoro meccanico (attrito)
- Il corpo puo` essere riportato allo stato iniziale facendogli cedere calore ( $Q$  (calorie), misurabile)
- Si trova che il rapporto e` sempre lo stesso:

$$\frac{W}{Q} = 4.19 \frac{\text{joule}}{\text{calorie}}$$

- Conclusioni:  $W$ ,  $Q$  equivalenti: entrambi sono forme di energia scambiata fra sistemi, misurabili in joule

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

38

## Calori specifici...

Lo studio dei

“calori specifici” (calore scambiato per unità di sostanza per una variazione unitaria di T)

“calori latenti” (richiesti per ottenere transizioni di fase a T costante)

è importante perché fornisce informazioni sulla struttura microscopica e le energie di legame

---

25-09-2012

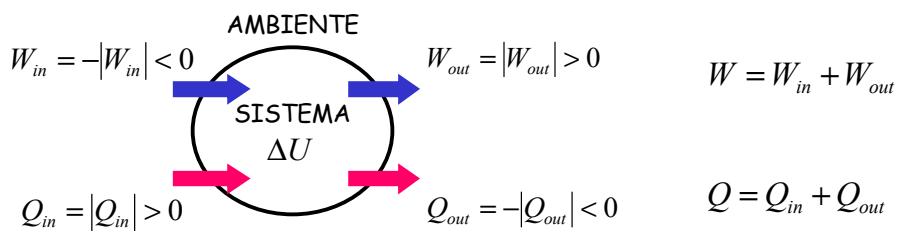
L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

39

## Primo Principio della Termodinamica

- Energia interna, lavoro, calore: bilancio energetico (conservazione dell’energia)
  - Se in una trasformazione termodinamica un sistema scambia lavoro totale  $W$  e calore totale  $Q$  con l’ambiente, l’energia interna del sistema subisce una variazione  $\Delta U$ :

$$\Delta U = Q - W \quad dU = \delta Q - \delta W$$




---

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

40

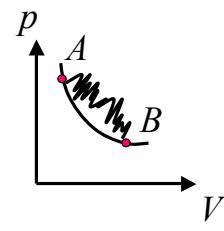
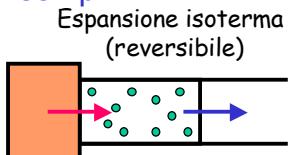
## Primo Principio della Termodinamica

- Alcune affermazioni non banali implicite nell'enunciato:
  - Lavoro  $W$  e calore  $Q$  sono entrambi “energie scambiate” dal sistema;
  - $W$  e  $Q$  non sono, singolarmente considerate, “funzioni di stato”: in generale a trasformazioni diverse tra gli stessi due stati (iniziale e finale) corrispondono lavori e calori scambiati diversi
  - La combinazione  $Q-W$  e` invece una “funzione di stato”, e rappresenta la variazione dell’ “energia interna del sistema” tra stato iniziale e finale della trasformazione
  - Se la trasformazione e` ciclica (stato finale = stato iniziale), allora su un ciclo:

$$\Delta U = 0 = Q - W \Rightarrow Q = W$$

## Trasformazioni termodinamiche

- Trasformazioni reversibili:
  - Se il sistema ed anche l’ambiente possono entrambi essere riportati allo stato iniziale
  - (in pratica: approssimabili con trasf. quasi statiche, senza dissipazione di energia meccanica, con piccole differenze di temperatura)
- Trasformazioni irreversibili:
  - Se, quando il sistema viene riportato allo stato iniziale, l’ambiente e` irrimediabilmente modificato
  - (in pratica: tutte le trasformazioni reali)
- Esempi



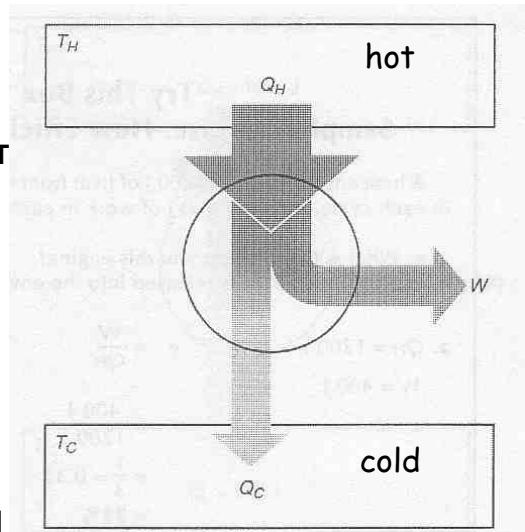
## Macchine termiche cicliche

Riconducibili allo schema:

Calore  $Q_H > 0$  prelevato a  $T_H$

Lavoro fornito  $W > 0$

Calore  $Q_C < 0$  ceduto a  $T_C < T$



Rendimento

$$\eta \equiv \frac{W}{Q_H} = \frac{|Q_H| - |Q_C|}{|Q_H|}$$

Per il Primo Principio:

$$\Delta U = 0 \text{ su un ciclo} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W = Q = Q_H + Q_C = |Q_H| - |Q_C|$$

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

43

## Ciclo reversibile di Carnot

Analisi fatta da Carnot:

Ciclo idealizzato con rendimento "massimo"

ab: espansione isoterma reversibile a  $T_1$

bc: espansione adiabatica rev. (da  $T_1$  a  $T_2$ )

cd: compressione isoterma rev. a  $T_2$

da: espansione adiabatica rev. (da  $T_2$  a  $T_1$ )

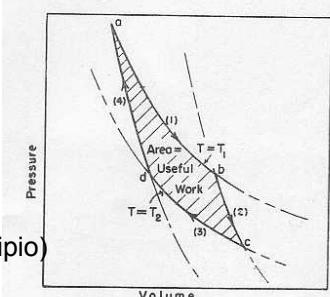
Risultati:

Rendimento

$$\eta \equiv \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Massimo !!!

(dim: Secondo Principio)



25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

44

## Macchine frigorifere

Frigoriferi e pompe di calore

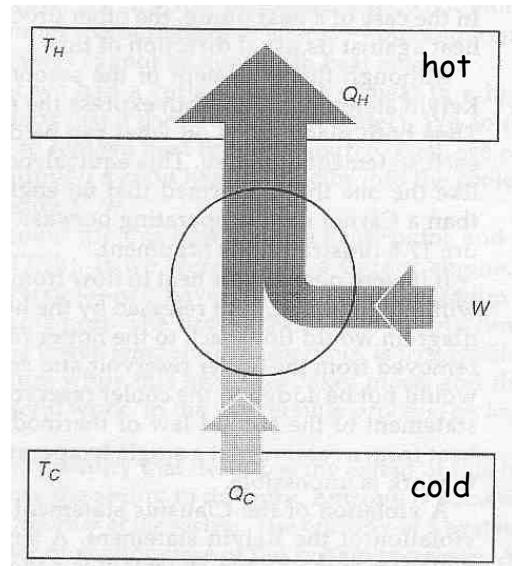
Lavoro "assorbito"  $W < 0$

Calore  $Q_L > 0$  prelevato a  $T_L$

Calore  $Q_H < 0$  ceduto a  $T_H > T_L$

Per il Primo Principio:

$$\begin{aligned}\Delta U &= 0 \text{ su un ciclo} \Rightarrow \\ \Rightarrow W &= Q = Q_H + Q_C < 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow Q_H &= W - Q_C \Rightarrow \\ \Rightarrow |Q_H| &= |W| + |Q_C|\end{aligned}$$



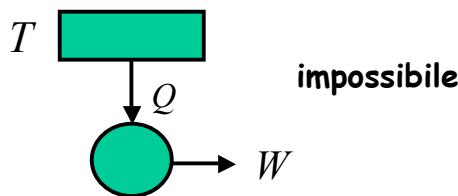
25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

45

## Il secondo principio della termodinamica

- Non tutte le trasformazioni compatibili con il primo principio sono possibili....
- Enunciato di Kelvin
  - Nessuna macchina termica che lavori continuamente (ciclicamente) puo` prelevare calore  $Q > 0$  da una sola sorgente a una temperatura  $T$  e convertirlo completamente in lavoro  $W > 0$



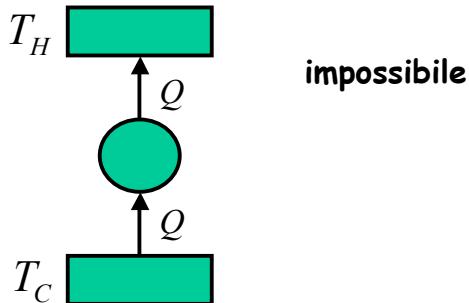
25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

46

## Il secondo principio della termodinamica

- Enunciato di Clausius (equivalente a quello di Kelvin)
  - Del calore non puo` fluire da un corpo piu` freddo a uno piu` caldo se non e` coinvolto qualche altro processo



25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

47

## L'entropia - 1

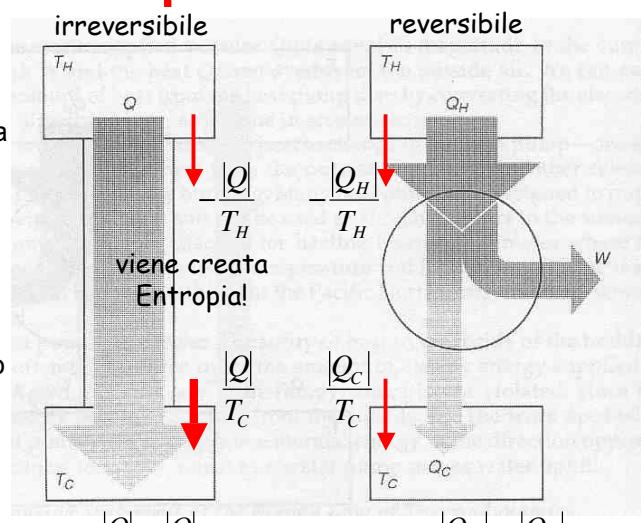
### Funzione di stato S:

La sua variazione per ogni parte del sistema e` definita da:

$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{rev}$$

Se l'entropia totale aumenta, non e` stato ottenuto il massimo lavoro possibile... ad esempio: lavoro perso nel primo caso:

$$T_C \Delta S = W_{perso}$$



25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

48

## L'entropia - 2

- Dal pdv microscopico: “probabilità termodinamica  $w$ ” dello stato (misura del “disordine”); entropia:

$$S = k_B \ln w$$

- Si dimostra che questa definizione è equivalente alla definizione macroscopica
- Tutta la termodinamica (inclusi i principi “classici”) può essere riformulata in termini statistici... con significato fisico più evidente dal punto di vista microscopico

## Entropia e Secondo Principio

Per l'universo o per un sistema isolato, l'entropia **totale** di tutte le sue parti non cambia per trasformazioni reversibili, aumenta sempre per trasformazioni irreversibili.

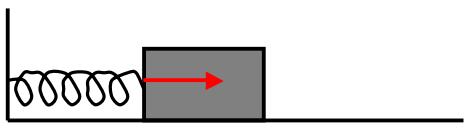
NB se il sistema non è isolato, la sua entropia può diminuire!

Questo enunciato include i precedenti, che possono essere analizzati anche in termini di variazione di entropia

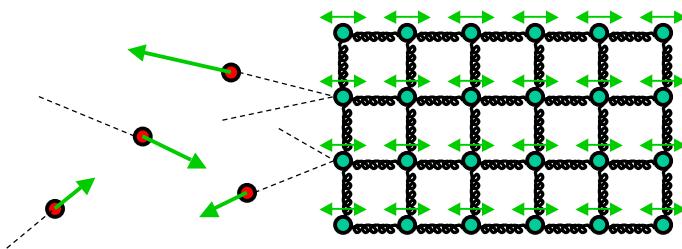
Le “impossibilità” dichiarate nel Secondo Principio sono di natura statistica: con un elevato numero di molecole, certe trasformazioni sono “estremamente improbabili” (es...)

## Trasferimenti di energia

- “Lavoro” (*macroscopicamente “ordinato”*)



- “Calore” (*macroscopicamente “disordinato”*)



25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

51

## Trasmissione di “calore”

- “Calore”

- Nuova grandezza fisica, va definita operativamente:
  - metodi di misura del “calore scambiato” tra corpi o sistemi (calorimetria), unità di misura (“caloria”)
  - Nozioni preliminari necessarie: “equilibrio termico”, “temperatura”
- Si riconosce poi sperimentalmente (Joule) l’equivalenza tra lavoro e calore: il calore è una forma di energia, si può misurare in joule

- **Trasmissione del calore**

- “conduzione”
  - p.es. nei solidi: trasferimento di energia senza spostamento di molecole
- “convezione”
  - p.es. nei fluidi: trasferimento di energia con spostamento di molecole
- “irraggiamento”
  - Anche nel vuoto: trasferimento per mezzo di onde elettromagnetiche

25-09-2012

L.Lanceri - Complementi di Fisica - Lectures 2, 3

52