

Esercitazione n.5

PROBLEMA 1

In un sondaggio condotto negli USA, è stato chiesto agli intervistati se essi fossero favorevoli alle unioni civili. Dei 2003 adulti intervistati, il 54% ha detto SI, il 42% NO e il 4% non ha espresso opinioni. Trova l'errore standard della stima per la proporzione campionaria di chi risponde SI. Fornisci un'interpretazione.

Soluzione

$$se = \sqrt{(0.54 \times 0.46) / 2003} = 0.01$$

l'errore standard della stima per la proporzione campionaria di chi risponde SI fornisce una previsione dell'errore che si commette nell'utilizzare la proporzione campionaria di chi risponde SI per stimare la proporzione della popolazione che risponderebbe SI

PROBLEMA 2

Quando in un sondaggio nel 2006 è stato chiesto se la Turchia dovesse entrare a far parte della UE, la percentuale di chi ha risposto SI è stata pari al 51% in Danimarca (n = 1008) e al 42% nel Regno Unito (n = 1312). In riferimento al risultato per la Danimarca, il report prodotto indicava che il margine d'errore è più o meno 3.1%. Spiega come è stato ottenuto questo risultato.

Soluzione

margine d'errore = z (se)

$$se = \sqrt{(0.51 \times 0.49) / 1008} = 0.016$$

il margine d'errore è un multiplo (z) dell'errore standard della stima

$$z = 0.031 / 0.016 = 1.94$$

$$\text{margine d'errore} = 1.94 (0.016) = 0.031 = 3.1\%$$

PROBLEMA 3

In un sondaggio condotto negli USA, una domanda ha chiesto "Ritieni che debba essere responsabilità del governo ridurre le differenze tra ricchi e poveri?". Coloro che hanno risposto SI comprendevano 90 dei 142 soggetti che si autodefinivano "Democratici" e 26 dei 102 autodefinitesi "Repubblicani".

- Trova la stima puntuale della proporzione della popolazione che dovrebbe rispondere SI in ciascun gruppo;
- Trova l'intervallo di confidenza al 95% per la proporzione della popolazione che risponde SI tra i Democratici;
- Trova l'intervallo di confidenza al 99% per la proporzione della popolazione che risponde SI tra i Democratici;
- Trova l'intervallo di confidenza al 95% per la proporzione della popolazione che risponde SI tra i Repubblicani;
- Trova l'intervallo di confidenza al 99% per la proporzione della popolazione che risponde SI tra i Repubblicani;
- Spiega come interpretare tali intervalli.

Soluzione

- a) $\hat{\pi}$ -cappello_D = 90/142 = 0.63
 $\hat{\pi}$ -cappello_R = 26/102 = 0.25
- b) se = 0.04, 95% IC per $\hat{\pi}$ _D = 0.63 ± 1.96 (0.04) = 0.63 ± 0.08 (0.55, 0.71)
- c) 99% IC per $\hat{\pi}$ _D = 0.63 ± 0.10 (0.53, 0.73)
- d) se = 0.04, 95% IC per $\hat{\pi}$ _R = 0.25 ± 0.08 (0.17, 0.33)
- e) 99% IC per $\hat{\pi}$ _R = 0.25 ± 0.10 (0.15, 0.35)
- f) L'intervallo di confidenza è un intervallo di valori entro cui ricade il parametro π ; la probabilità associata al fatto che l'intervallo contenga il parametro è denominata livello di fiducia.

PROBLEMA 4

In un sondaggio è stato chiesto se si è o meno d'accordo con la seguente affermazione: "è meglio per tutti se l'uomo lavora e la donna si prende cura della casa e della famiglia". La proporzione campionaria di chi era d'accordo è stata 0.66 nel 1977 e 0.36 nel 2004 (n=883).

- a) mostra che l'errore standard stimato nel 2004 è stato 0.016
- b) mostra che il margine di errore per un intervallo di confidenza al 95% utilizzato nella stima del 2004 era 0.03
- c) costruisci l'intervallo di confidenza al 95% per il 2004 e interpreta

Soluzione

- a) $se = \sqrt{(0.36 \times 0.64) / 883} = 0.016$
- b) margine d'errore = z (se) = 1.96 (0.016) = 0.031
- c) 95% IC per $\hat{\pi}$ ₂₀₀₄ = 0.36 ± 0.03 (0.33, 0.39)
questo intervallo conterrà il parametro π ₂₀₀₄ nel 95% dei campioni casuali di ampiezza 883 estratti dalla popolazione.

PROBLEMA 5

Un sondaggio negli USA ha chiesto se le attuali normative ambientali sono troppo restrittive o meno. Dei 1200 rispondenti, 229 ha detto che lo sono.

Trova:

- a) un intervallo di confidenza al 95% per il valore del parametro;
- b) un intervallo di confidenza al 99% per il valore del parametro.

Soluzione

- a) $\hat{\pi}$ -cappello = 229/1200 = 0.19
se = 0.01, 95% IC per $\hat{\pi}$ = 0.19 ± 1.96 (0.01) = 0.19 ± 0.02 (0.17, 0.21)
- b) 99% IC per $\hat{\pi}$ = 0.19 ± 2.58 (0.01) = 0.19 ± 0.03 (0.16, 0.22)

PROBLEMA 6

Secondo un exit poll su persone che hanno votato all'elezione per governatore, il 40% ha votato per Jones ed il 60% per Smith. Ipotizzando che questo sia un campione casuale di tutti gli elettori:

- a) costruisci un intervallo di confidenza al 99% per la proporzione dei voti per Jones nel caso in cui la dimensione campionaria sia 400

- b) costruisci un intervallo di confidenza al 99% per la proporzione dei voti per Jones nel caso in cui la dimensione campionaria sia 40
- c) saresti disposto a prevedere il vincitore?

Soluzione

- a) $N=400$
 \hat{p} -cappello_J = 0.40
 $se = 0.02$, 99% IC per $\hat{p}_J = 0.40 \pm 0.05$ (0.35, 0.45)
 sono disposto/a a prevedere il vincitore perché tutti i valori contenuti nell'IC sono sotto 0.5 → vincitore Smith
- b) $N=40$
 \hat{p} -cappello_J = 0.40
 $se = 0.08$, 99% IC per $\hat{p}_J = 0.40 \pm 0.21$ (0.19, 0.61)
 NON sono disposto/a a prevedere il vincitore perché i valori contenuti nell'IC sono sia sotto che sopra 0.5 → esito incerto
- c) vedi sopra; sulla decisione incide la dimensione campionaria (la stima puntuale è uguale in entrambi i casi, ma al diminuire della dimensione campionaria aumenta SE e quindi l'IC risulta avere una maggiore ampiezza)

PROBLEMA 7

In un sondaggio è stato chiesto “Quale ritieni debba essere il numero ideale di figli per una famiglia?”. La distribuzione delle risposte date dalle 497 donne intervistate presenta una mediana pari a 2, una media pari a 3.02 ed una deviazione standard pari a 1.81.

- a) Riporta la stima puntuale della media della popolazione;
- b) Trova l'errore standard della media campionaria;
- c) Trova l'intervallo di confidenza al 95% e fornisci un'interpretazione;
- d) Trova l'intervallo di confidenza al 99% e fornisci un'interpretazione;
- e) È plausibile che la popolazione abbia media=2.0? Fornisci una spiegazione.

Soluzione

- a) $\bar{y} = 3.02$ → la stima puntuale della media della popolazione coincide con la media campionaria
- b) $se = s / \sqrt{n} = 1.81 / \sqrt{497} = 0.08$
- c) 95% IC per $\mu = 3.02 \pm 1.96 (0.08) = 3.02 \pm 0.16$ (2.86, 3.18) → l'intervallo (2.86, 3.18) conterrà il parametro μ nel 95% dei campioni casuali di ampiezza n estratti dalla popolazione
- d) 99% IC per $\mu = 3.02 \pm 0.21$ (2.81, 3.23) → l'intervallo (2.81, 3.23) conterrà il parametro μ nel 99% dei campioni casuali di ampiezza n estratti dalla popolazione
- e) Poco probabile visto che tale valore non è compreso nel 99% IC.

PROBLEMA 8

In riferimento al problema precedente, per i 397 maschi del campione, la media era pari a 2.89 e la deviazione standard a 1.77.

- a) Mostra che l'errore standard della media campionaria è 0.089;
- b) Trova l'intervallo di confidenza al 95% per la media della popolazione e spiega cosa significa “fiducia al 95%”.

Soluzione

a) $se = 1.77 / \sqrt{397} = 0.089$

b) 95% IC per $\mu = 2.89 \pm 0.17$ (2.72, 3.06)

ho una probabilità pari a 0.95 che il metodo produca un intervallo che contenga il parametro μ

PROBLEMA 9

In uno studio sono stati registrati i cambiamenti di peso di 17 ragazze con diagnosi di anoressia sottoposte a terapia cognitivo-comportamentale:

11, 11, 6, 9, 14, -3, 0, 7, 22, -5, -4, 13, 13, 9, 4, 6, 11

a) calcola media e deviazione standard

b) calcola l'errore standard della media campionaria

c) qual'è il valore del t-score per un intervallo di confidenza al 95%?

d) sia μ la media del cambiamento di peso della popolazione per questa terapia. Trova l'intervallo di confidenza al 95% per μ .

Soluzione

a) $\bar{y} = 7.29$, $s = 7.18$

b) $se = 1.74$

c) $gdl = n - 1 = 17 - 1 = 16$

t-score = 2.12 per un 95% IC

d) 95% IC per $\mu = 7.29 \pm 2.12$ (1.74) = 7.29 ± 3.69 (3.60, 10.98)