PROVA SCRITTA DI GEOMETRIA 2 – A.A. 2017/18
CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Trieste, 19 settembre 2018.

Tutte le risposte vanno adeguatamente motivate.

1. In $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$, spazio proiettivo numerico di dimensione 3 sul campo complesso, sono date due rette L, L' e un punto P non appartenente a L né a L'. Dimostrare che se L, L' sono sghembe esiste una e una sola retta M passante per P incidente a L e L'. Che cosa si può dire se invece L e L' sono complanari? Scrivere equazioni di M nel seguente caso numerico:

$$P[1,0,1,1], \quad L \begin{cases} x_0 + x_1 = 0 \\ x_2 + x_3 = 0 \end{cases}, \quad L' \begin{cases} x_0 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

2. Nel piano euclideo sono dati la retta $r : x - y + 3 = 0$ e il vettore $v(1, 2)$. Detta ρ la riflessione rispetto a r e t_v la traslazione di vettore v, sia $f = t_v \circ \rho$. Scrivere equazioni di f, verificare che è una glissoriflessione e descriverla.

3. In $A^5_{\mathbb{R}}$ si consideri il sottospazio affine

$$H = (0,0,0,0,0) + \langle (1,0,0,0,2), (0,1,-1,1,0), (0,0,-1,1,2) \rangle.$$

Scrivere equazioni cartesiane di H e della sua giacitura. Determinare un sottospazio affine H' di dimensione 2 sghembo con H.

4. Si consideri la conica euclidea $C \subset \mathbb{E}^2$ di equazione:

$$7x^2 - 3y^2 + 8xy - 4x - 2y = 0.$$

- si determini il tipo di C e un'equazione canonica di C; nel caso che C sia una conica a centro, si determinino le coordinate del centro di simmetria di C;
- si determinino i punti impropri di C e si scrivano delle equazioni per le rette tangenti proiettive alla chiusura proiettiva $\bar{C}$ nei punti impropri.