

Esame di Analisi matematica I : esercizi
A.a. 2018-2019, sessione invernale, terzo appello

COGNOME _____ NOME _____

N. Matricola _____ Anno di corso _____

Corso di S. CUCCAGNA

ESERCIZIO N. 1. (8 punti) Al variare di $a \in (0, +\infty)$ e per $[t]$ la parte intera di t , caratterizzata da $[t] \in \mathbb{Z}$ e da $[t] \leq t < [t] + 1$, si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(\log(6 + 2e^{x^a} + 2x^5 + x^a)) + 5x^{-a}}{\int_1^x \tanh\left(\frac{\pi}{[t]}\right) dt + \arctan(x)}$$

ESERCIZIO N. 2. Considerare l'equazione $z^2|z|^2 + z|z| + 1 = 0$:

- (2 punti) verificare che non ha soluzioni sugli assi delle coordinate;

- (2 punti) scriverla sotto forma di sistema usando coordinate polari;

- (4 punti) trovare le soluzioni.

COGNOME e NOME _____ N. Matricola _____

ESERCIZIO N. 3. Per $[t]$ la parte intera di t , caratterizzata da $[t] \in \mathbf{Z}$ e da $[t] \leq t < [t] + 1$, si consideri

$$f(x) = \begin{cases} \int_0^x \frac{t}{(t^2 + 1)(t + 1)} dt & \text{se } x \geq 0, \\ \int_0^x \frac{[t]}{(1 - [t])^2} dt & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

- (2 punti) si determini $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$;
- (2 punti) si determini $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$;
- (2 punti) si determini $f(-2)$;
- (2 punti) si calcoli $f'(x)$ dove é definita, ed altrimenti si calcoli $f'_s(x)$ e $f'_s(x)$;
- (2 punti) si discuta concavitá e convessitá di f in $[0, +\infty)$.

ESERCIZIO N. 4. Sia $f(x) = \int_{-1}^x \frac{1+t}{1+t+t^2} dt$:

(i) (4 punti) calcolare il polinomio di McLaurin $p_4(x)$ di $f(x)$ di ordine 4;

(ii) (2 punti) valutare l'errore $|f(1) - p_4(1)|$.