

CIRCUITI A MICROONDE

Parte 1

GUIDE e LINEE

Tensioni e correnti per una guida d'onda

Ad ogni **modo** di una una struttura guidante può venir associata una **linea di trasmissione** equivalente

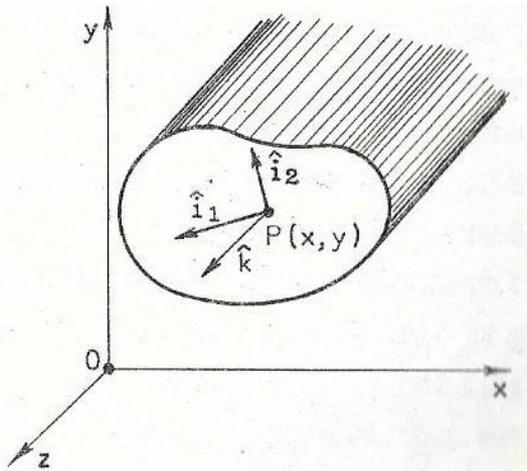
il campo trasversale viene espresso come prodotto di una funzione scalare di propagazione (**tensione o corrente** alla coordinata z) per una funzione vettoriale reale che esprime la configurazione del campo trasversale sulla sezione chiamata **funzione di modo**

Modi TE

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{E}}_t(x, y, z) = \bar{\mathbf{e}}_e(x, y)V_e(z) \\ \bar{\mathbf{H}}_t(x, y, z) = \bar{\mathbf{h}}_e(x, y)I_e(z) \end{cases}$$

Modi TM

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{E}}_t(x, y, z) = \bar{\mathbf{e}}_m(x, y)V_m(z) \\ \bar{\mathbf{H}}_t(x, y, z) = \bar{\mathbf{h}}_m(x, y)I_m(z) \end{cases}$$



$$\text{Modi TE: } \bar{Z}_0^e = \frac{\omega \mu}{\beta_g}$$

$$\text{Modi TM: } \bar{Z}_0^m = \frac{\beta_g}{\omega \epsilon}$$

$$V(z) = V^+(0) e^{-j\beta_g z}$$

$$I(z) = I^+(0) e^{-j\beta_g z}$$

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S \overline{\mathbf{E}}_t \times \overline{\mathbf{H}}_t^* \cdot \hat{\mathbf{k}} dS = \frac{1}{2} \int_S E_t H_t^* dS$$

$E_t H_t$ sono componenti di $\overline{\mathbf{E}}_t$ e $\overline{\mathbf{H}}_t$ in un opportuno sistema di riferimento sulla sezione, per cui

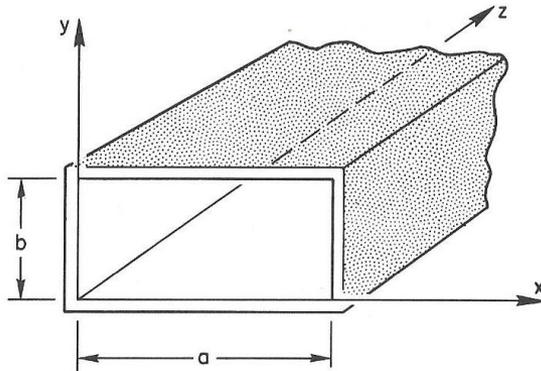
$$\overline{\mathbf{E}}_t = E_t \mathbf{i}_1 \quad \overline{\mathbf{H}}_t = H_t \mathbf{i}_2$$

$$P = \frac{1}{2} VI^* \int_S e(x, y) h(x, y) dS$$

$e(x, y) h(x, y)$ sono le componenti di $\overline{\mathbf{e}}(x, y) \overline{\mathbf{h}}(x, y)$ nel sistema di riferimento sulla sezione

se si vuole $P = \frac{1}{2} VI^*$ deve essere $\int_S e(x, y) h(x, y) dS = 1$

Nel caso delle guide esiste una **frequenza di taglio f_c** al di sotto della quale il modo non si propaga. Per una guida rettangolare



$$f_c = \frac{1}{2} c \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

$$\lambda_c = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}$$

c è la velocità della luce nello spazio libero.

f_c dipende dalle dimensioni della guida e dal modo considerato.

Per il modo fondamentale TE₁₀ si ha

$$\lambda_{c_{\text{TE}_{10}}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{0}{b}\right)^2}}$$

$$\lambda_{c_{\text{TE}_{10}}} = 2a.$$

Ad una guida d'onda unimodale può venir associata una linea di trasmissione equivalente.

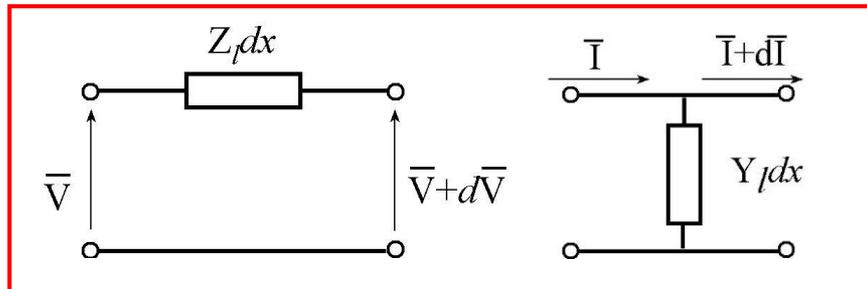
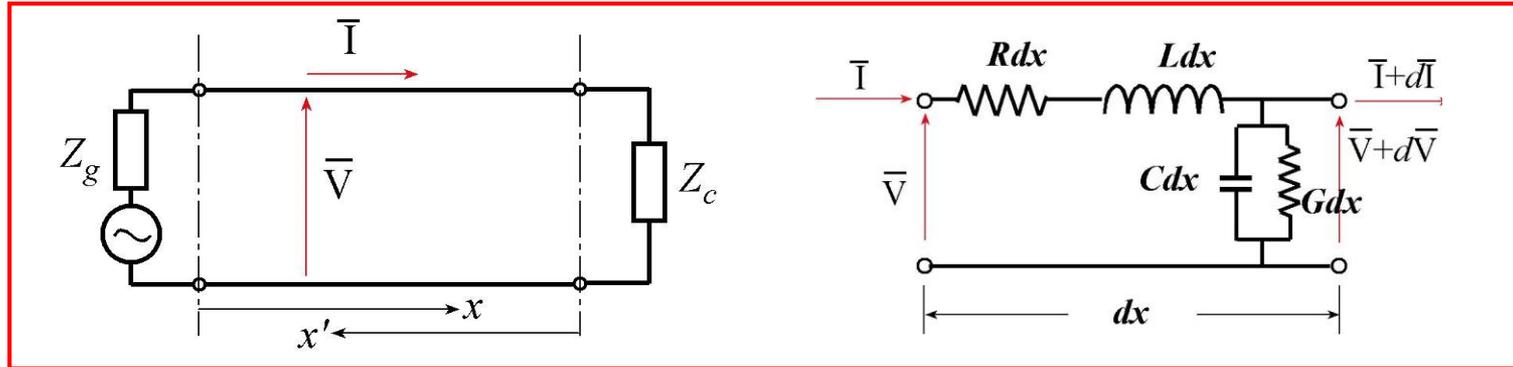
Modo TE _{mn}		Linea con impedenza caratteristica	$Z_0^{mn} = Z_g^{mn} = \frac{\omega\mu}{k\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$
Modo TM _{mn}		Linea con impedenza caratteristica	$Z_0^{mn} = Z_g^{mn} = \frac{k\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}{\omega\epsilon}$

Da notare che la lunghezza d'onda della linea associata non è quella dello spazio libero ma quella in guida

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}}$$

Linee di trasmissione (richiami)

Tronco di linea in regime sinusoidale



$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{V}}{dx} &= -Z_l \bar{I} \\ \frac{d\bar{I}}{dx} &= -Y_l \bar{V} \end{aligned} \right\} \frac{d^2 \bar{V}}{dx^2} = Y_l Z_l \bar{V}$$

$$Z_l = R + j\omega L$$

$$Y_l = G + j\omega C$$

$$\left\{ \begin{aligned} \Gamma &= \sqrt{\frac{Z_l}{Y_l}} \\ Z_0 &= \sqrt{\frac{Z_l}{Y_l}} \end{aligned} \right.$$

costante di propagazione

impedenza caratteristica

Linee di trasmissione

Soluzione dell'equazione delle onde

asse x

$$\bar{V}(x) = A e^{-\Gamma x} + B e^{\Gamma x}$$

$$\bar{I}(x) = \frac{1}{Z_0} (A e^{-\Gamma x} - B e^{\Gamma x})$$

asse x'

$$\bar{V}(x') = A' e^{-\Gamma x'} + B' e^{\Gamma x'}$$

$$\bar{I}(x') = \frac{1}{Z_0} (A' e^{-\Gamma x'} - B' e^{\Gamma x'})$$

NB. $\Gamma = \alpha + j\beta$ $\alpha \geq 0$ $\beta \geq 0$ A, B, A', B' complessi

α = costante di attenuazione [N_p/m]

β = costante di fase [rad/m]

$e^{j\omega t}$

rappresenta la variazione temporale

$$A e^{-\Gamma x} = A e^{-\alpha x} e^{-j\beta x}$$

rappresenta un'onda che si propaga nel verso delle x crescenti

$$B e^{\Gamma x} = B e^{\alpha x} e^{j\beta x}$$

rappresenta un'onda che si propaga nel verso delle x decrescenti

$$v^+(x,t) = |A| e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \phi_A)$$

Stessa fase all'istante $t_0 + dt$ nella sezione $x_0 + dx$ tale per cui:

$$\omega(t_0 + dt) - \beta(x_0 + dx) + \phi_A = \varphi_0 = \omega t_0 - \beta x_0 + \phi_A$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = v_f = \underline{\text{velocità di fase}} \quad f\lambda = v_f$$

Analoghe considerazioni per il termine $B e^{\Gamma x}$ cui corrisponde un'onda che si propaga nel verso delle x decrescenti

$$v^-(x,t) = |B| e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \phi_B)$$

Coefficiente di riflessione

Si consideri l'asse x' $\left\{ \begin{array}{l} \bar{V}^+(x') = B' e^{\Gamma x'} \quad \text{onda incidente} \\ \bar{V}^-(x') = A' e^{-\Gamma x'} \quad \text{onda riflessa} \end{array} \right.$
(distanze misurate dal carico)

Coefficiente di riflessione nella generica sezione x'

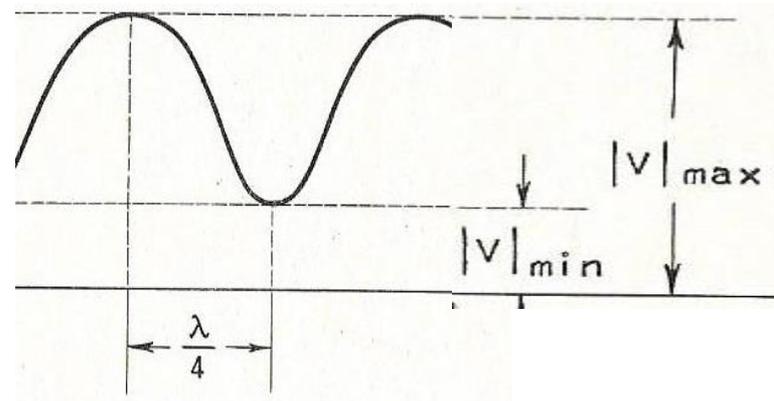
$$\rho(x') = \frac{\text{onda riflessa}}{\text{onda incidente}} = \frac{\bar{V}^-(x')}{\bar{V}^+(x')} = \frac{A'}{B'} e^{-2\Gamma x'} = \rho_c e^{-2\Gamma x'}$$

$$\rho_c = \frac{A'}{B'} = \text{coefficiente di riflessione al carico}$$

Da considerazioni geometriche si ricava

$$|\bar{V}| \propto \sqrt{1 + |\rho|^2 + 2|\rho| \cos(\arg \rho_c - 2\beta x')}$$

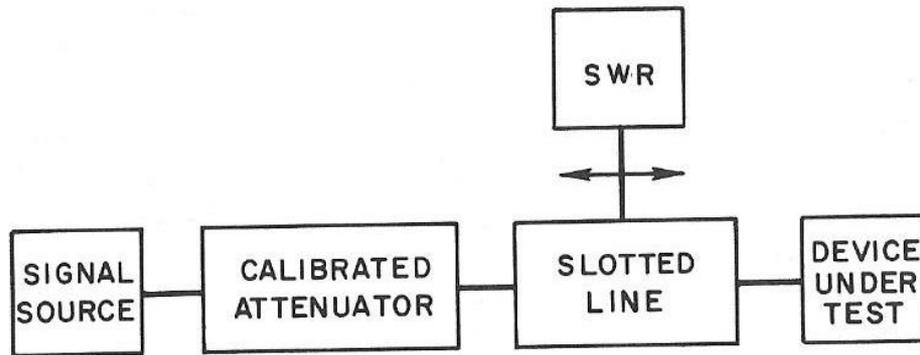
Se $|\rho| = 1$ allora $|\bar{V}|$ descrive
archi di senoide



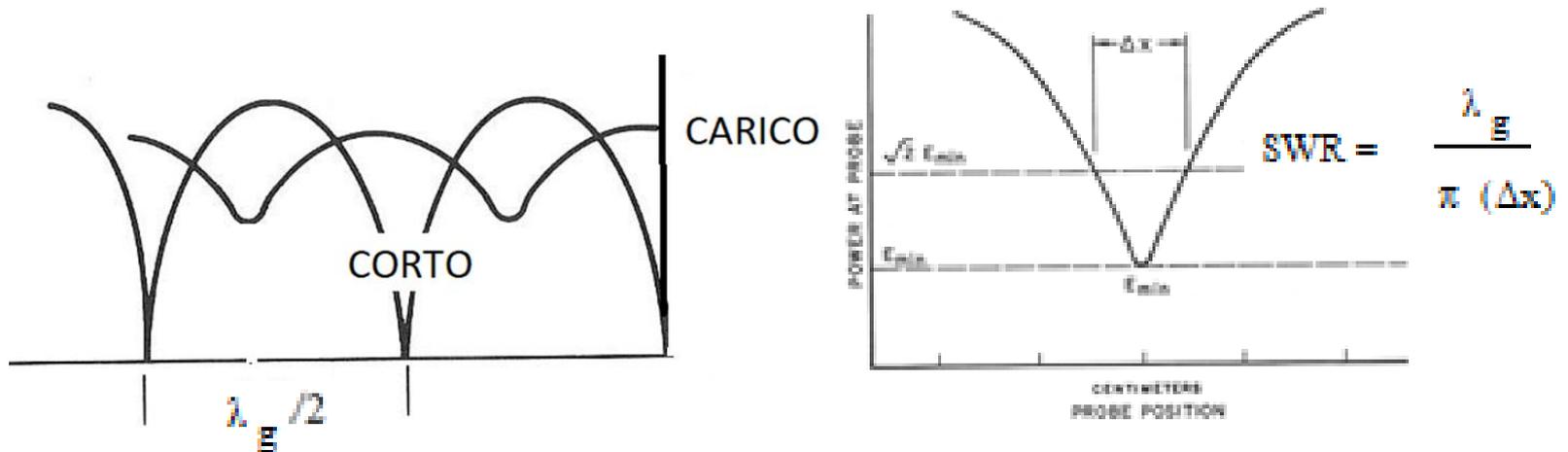
Rapporto d'onda stazionaria (*ROS*, *VSWR*)

$$S = \frac{|\bar{V}|_{max}}{|\bar{V}|_{min}} = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|} \rightarrow |\rho| = \frac{S - 1}{S + 1}$$

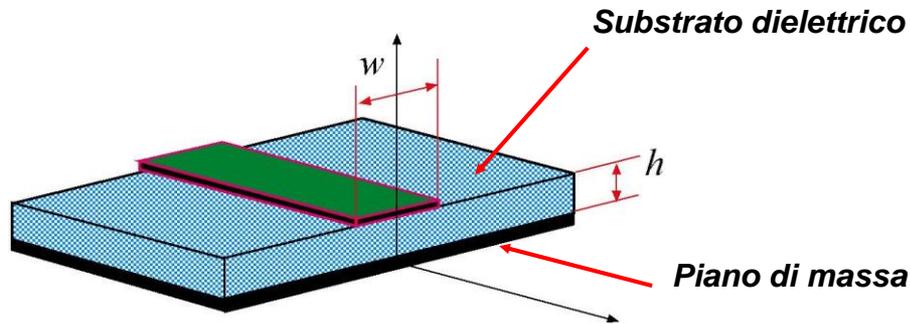
LINEA FESSURATA MISURA DI ROS (SWR)



- a) Attenuazione tra massimo e minimo (Attenuatore calibrato)
- b) Distanza tra punti a 3dB attorno al minimo

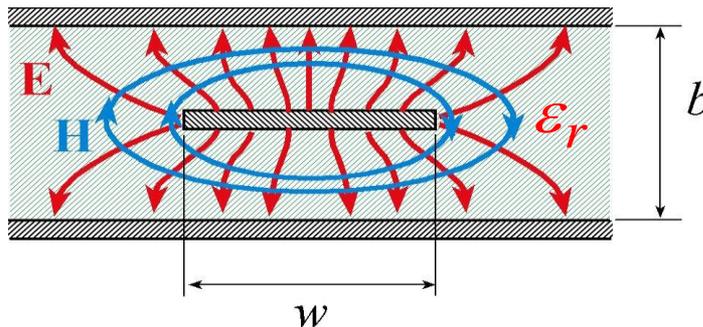


Microstriscia e strip-line



Microstriscia

usualmente $h \ll \lambda$



Strip - line

Analisi modale completa molto complessa Modo
fondamentale quasi TEM

Analisi approssimata: linea di trasmissione

Strip – line

Ipotesi: perdite trascurabili

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \Rightarrow L = \frac{\mu\varepsilon}{C}$$

L induttanza per unità di lunghezza

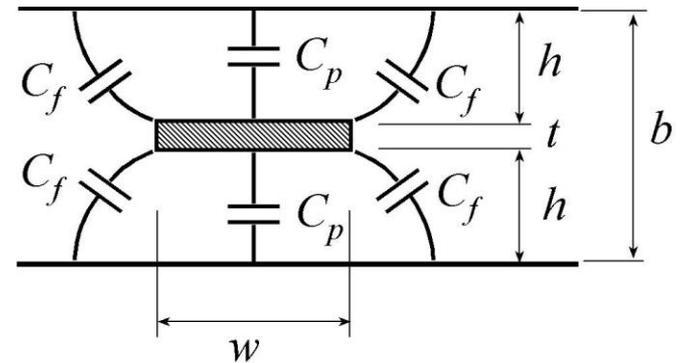
C capacità per unità di lunghezza

Per strip – line:

$$C = 2C_p + 4C_f$$

C_p capacità in assenza di effetto di bordo

C_f capacità dovuta all'effetto di bordo



Strip - line

Espressione per C_p :
$$C_p = \varepsilon \frac{2w}{b-t} = 2\varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{2 \frac{w}{b}}{1 - \frac{t}{b}}$$

Espressione empirica per C_f :

$$C_f \cong \frac{\varepsilon}{\pi} \left\{ \frac{2}{1 - \frac{t}{b}} \ln \left(1 + \frac{1}{1 - \frac{t}{b}} \right) - \left(\frac{1}{1 - \frac{t}{b}} - 1 \right) \ln \left(\frac{1}{\left(1 - \frac{t}{b} \right)^2} - 1 \right) \right\}$$

Per $t \cong 0$
$$\frac{C_f}{\varepsilon} \cong \frac{1}{\pi} [2 \ln(2)] = 0.4413$$

Per $t = 0$ espressione esatta per Z_0 :

$$Z_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{30\pi}{\mathbf{K}(k)/\mathbf{K}(k')} \quad \begin{cases} k = \tanh\left(\frac{\pi w}{2b}\right) \\ k' = \sqrt{1-k^2} \end{cases} \quad \mathbf{K}(k) = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-q^2}} \frac{1}{\sqrt{1-kq^2}} dq$$

Microstriscia

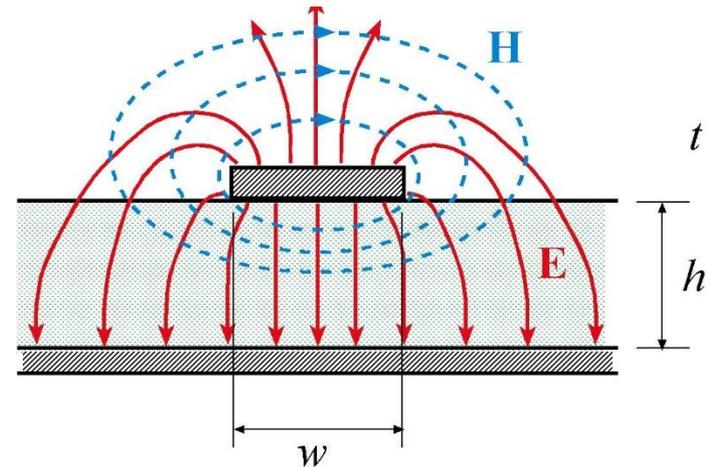
Difficile calcolare la capacità per unità di lunghezza:

Le linee di campo elettrico si sviluppano parte in aria, parte nel dielettrico

Necessario definire una ϵ_{eff} e una w_{eff}

Parametri a bassa frequenza:

(teoricamente a frequenza $f = 0$)



$$\frac{w_{eff}(0)}{h} = \frac{w}{h} + \frac{1.25}{\pi} \frac{t}{h} \left[1 + \ln \left(\frac{2h}{t} \right) \right] \quad \text{per } \frac{w}{h} \geq \frac{1}{2\pi}$$
$$\frac{w_{eff}(0)}{h} = \frac{w}{h} + \frac{1.25}{\pi} \frac{t}{h} \left[1 + \ln \left(\frac{4\pi w}{t} \right) \right] \quad \text{per } \frac{w}{h} < \frac{1}{2\pi}$$

Microstriscia

$$\frac{w_{eff}(0)}{h} \leq 1$$
$$\varepsilon_{r,eff}(0) = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \times \left\{ \left[1 + 12 \frac{h}{w_{eff}(0)} \right]^{-1/2} + 0.04 \left[1 - \frac{w_{eff}(0)}{h} \right]^2 \right\}$$
$$Z_o(0) = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_{r,eff}(0)}} \ln \left[\frac{8h}{w_{eff}(0)} + \frac{w_{eff}(0)}{4h} \right]$$

$$\frac{w_{eff}(0)}{h} > 1$$
$$\varepsilon_{r,eff}(0) = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left[1 + 12 \frac{h}{w_{eff}(0)} \right]^{-1/2}$$
$$Z_o(0) = \frac{\frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_{r,eff}(0)}}}{\frac{w_{eff}(0)}{h} + 1.393 + 0.667 \ln \left[\frac{w_{eff}(0)}{h} + 1.444 \right]}$$

Esempio

$$\frac{w}{h} = 1, \quad \epsilon_r = 10 \quad \frac{t}{h} = 0$$

$$\frac{w_{eff}(0)}{h} = \frac{w}{h} = 1$$

$$\epsilon_{r,eff} = \frac{10+1}{2} + \frac{10-1}{2} [1+12(1)]^{-1/2} = 6.748$$

$$Z_0(0) = \frac{60}{\sqrt{6.748}} \ln \left[8(1) + \frac{1}{4}(1) \right] = 48.74 \Omega$$

Andamento di $Z_0(0)$ in funzione di w/h

