ESPERIMENTÀ DI FISICA

$\mathcal{G}$ Requisito di una grandezza: <u>dever essere misurabile</u>

U CAMPIONE o UNITÀ DI MISURA

g numero

$$\mathcal{G} = g\, U$$

Sistema di misure: c g s è sistema pratico (vi sono 2 cgs per l'elettromagnetismo)

SISTEMA INTERNAZIONALE

MISURARE: fare confronto fra grandezza e campione

MISURA può essere: DIRETTA, INDIRETTA, STRUMENTI TARATI

MISURA DIRETTA: confronto diretto

MISURA INDIRETTA: misuriamo $\mathcal{G}$ indirettamente, misuriamo direttamente grandezze di cui $\mathcal{G}$ è (data) funzione

$\mathcal{G} = f(A, B, C)$

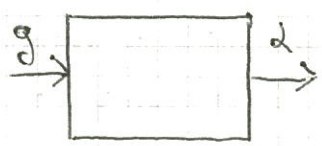
ES. volume $V = a \cdot b \cdot c$

misura indiretta — misure indirette

MISURA CON STRUMENTI TARATI: indicazione da cui ricaviamo $\mathcal{G}$

ES. velocità = spazio x tempo

oppure Tachimetro



STRUMENTI: di tipo ANALOGICO (con indice scala)

di tipo DIGITALE (mostra cifre, display)

CARATTERISTICHE DI UNO STRUMENTO DI MISURA

PRONTEZZA
SENSIBILITÀ
PORTATA
PRECISIONE
CONSUMO
. . . .
. . . .
. . . .

PRONTEZZA attitudine dello strumento a fornire misura
strumento + pronto -> strumento impiega meno tempo
a fornire risultati.
Sua misura $\frac{1}{T}$

SENSIBILITÀ $g \to \lambda$ posizione sulla scala $= \lambda$ $\quad \Delta g \to \Delta \lambda$
Sensibilità $\sigma = \left|\frac{\Delta \lambda}{\Delta g}\right|$ spostamento dell'indice
rispetto alla variazione di grandezza unitaria.
$\left|\frac{d\lambda}{dg}\right|$
Il suo inverso $K = \frac{1}{\sigma}$ **COSTANTE DI LETTURA**
dello strumento $= \left|\frac{\Delta g}{\Delta \lambda}\right|$ rappresenta
spostamento unitario sulla scala

SCALA LINEARE: $\left|\frac{d\lambda}{dg}\right|$ è costante $\quad \lambda = \lambda(g) \quad \lambda^* = ag + b$
SCALA NON LINEARE: $\left|\frac{d\lambda}{dg}\right|$ non è costante (lettura è + complicata)
SOGLIA DI SENSIBILITÀ Valore minimo della grandezza per cui indice si sposta, la misura

(Sensibilità e prontezza sono legate, si influenzano a vicenda + lo strumento è pronto -> - è sensibile)

PORTATA Gli estremi dell'intervallo di valori che lo strumento è in grado di misurare.
(Si deve essere sicuri che la grandezza stia nella portata)

CONSUMO

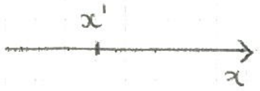
Misurando in un sistema interagiamo energeticamente col sistema e misura cambia.
Es. Termometro
Nella FISICA CLASSICA consumo può essere reso piccolo a piacere.
Nella FISICA QUANTISTICA si hanno interazioni non determinabili a priori.

PRECISIONE

Precisione consta di { **ATTENDIBILITÀ**, **RIPRODUCIBILITÀ** }

(Se ci sono ambedue strumento è preciso)

1° caso limite : Misura è riproducibile, ma non attendibile.



(Se strumento è sensibile) Misura è riproducibile, ed è attendibile.

2° caso limite : Misura è attendibile, ma scarsamente riproducibile

Precisione è data da TEORIA DEGLI ERRORI

ERRORI : { **SISTEMATICI**, **ACCIDENTALI** }

Errori sistematici: es A (ma non si può affermare con certezza: es. le mie 10 misure tutte in quell'intervallo)
Compaiono con lo stesso segno, nello stesso modo. Si devono eliminare.

Errori accidentali: es B

Teoria degli errori, funzione di Gauss, ecc. sono valide se sono stati eliminati errori sistematici.

MISURE

- MISURE
  - NON RIPETUTE
    - DIRETTE
    - INDIRETTE
  - RIPETUTE
    - DIRETTE
    - INDIRETTE

MISURE NON RIPETUTE DIRETTE

Si verificano quando l'evento avviene una volta sola, come prove viene distrutto (es. per prove di resistenza), sensibilità dello strumento è troppo piccola (es. misuro un tavolo una sola volta)

Ci fidiamo dello strumento che garantisce certe tacche
$\Delta x \equiv \frac{k}{2}$ oltre non ha senso andare.
(coincidono numericamente es. Volt $\frac{\text{Volt}}{\text{divisione}}$)

Δx = ERRORE MASSIMO ASSOLUTO A PRIORI

limite massimo — in valore assoluto, ... — lo so prima di fare misura (basta osservare la scala)

$\frac{\Delta x}{x}$ = ERRORE RELATIVO

$\frac{\Delta x}{x} \cdot 100$ = ERRORE PERCENTUALE

ES. Su distanza terra-luna $\frac{\Delta x}{x} = \frac{400\ km}{400'000\ km} = \frac{1}{1000} = 0,1\%$

Sul diametro di un capello $\frac{\Delta x}{x} = \frac{1 \text{ centesimo di mm}}{5 \text{ '' '' ''}} = 0,2 = 20\%$

RISULTATO ~~$x \pm \Delta x$~~

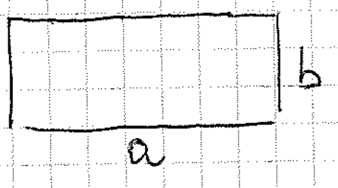
x

Δx

$\frac{\Delta x}{x}$

DIMOSTRIAMO LE LEGGI DI PROPAGAZIONE DEGLI ERRORI (MISURE NON RIPETUTE, INDIRETTE) IN DUE CASI PARTICOLARI - E MOLTO SEMPLICI

Determinare il semiperimetro S di un rettangolo i cui lati misurano a e b (valori veri) e gli errori associati sono Δa e Δb



a, Δa
b, Δb

$S = a + b$ formula

Dalla legge di propagazione dell'errore max assoluto

$$S = f(a,b) = a + b$$

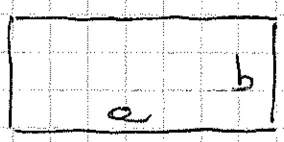
$$\Delta S = \left|\frac{\partial f}{\partial a}\right| \Delta a + \left|\frac{\partial f}{\partial b}\right| \Delta b = 1 \cdot \Delta a + 1 \cdot \Delta b = \boxed{\Delta a + \Delta b}$$

Ora applichiamo il ragionamento:
nel caso più sfortunato entrambe le misure sono sovrastime (o sottostime) del valore vero
Supp. siano sovrastime

Misura $a + \Delta a + b + \Delta b = \underbrace{(a+b)}_{\substack{S \\ \text{valore vero}}} + \underbrace{(\Delta a + \Delta b)}_{\Delta S}$

Cioè $\Delta S = \Delta a + \Delta b$
come sopra.

Determinare l'area di un rettangolo (A)



a, Δa

b, Δb

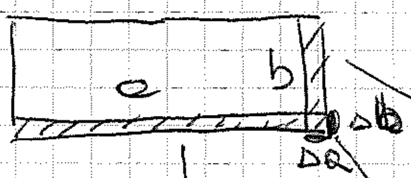
$A = a \cdot b$ formula

È una f. monomia $\Rightarrow$ posso applicare la legge di propagazione dell'errore relativo

$A = f(a, b) = a^1 \cdot b^1$

$$\frac{\Delta A}{A} = 1 \cdot \frac{\Delta a}{a} + 1 \cdot \frac{\Delta b}{b} = \boxed{\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}}$$

Procediamo invece col ragionamento.
Per es. entrambi a e b vengono sovrastimati rispetto al valore vero.



Faccio un errore sull'area di

$$\Delta A = a \cdot \Delta b + \Delta a \cdot \Delta b + \Delta a \cdot b$$

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{a \cdot \Delta b + \Delta a \, \Delta b + \Delta a \cdot b}{a \cdot b} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \cancel{\frac{\Delta a \cdot \Delta b}{a \cdot b}}$$

L'errore è < misura! Cioè $\frac{\Delta a}{a} < 1$ e $\frac{\Delta b}{b} < 1$

quindi $\frac{\Delta a \cdot \Delta b}{a \cdot b} \ll 1$ Es. $\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta b}{b} = 10^{-1} \Rightarrow \frac{\Delta a \cdot \Delta b}{a b} = 10^{-2}$

Allora $\frac{\Delta a \cdot \Delta b}{a \cdot b}$ è trascurabile! [In matematica: è un infinitesimo del II ordine]

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$$ c.v.d.

MISURE NON RIPETUTE INDIRETTE

$y = f(u, v)$

$u \qquad v$

$\Delta u \qquad \Delta v$

$y = ?$

$\Delta y = ?$

$$y = f(u, v)$$

Δu e Δv indipendenti

$$\Delta y = \left|\frac{\partial f}{\partial u}\right| \Delta u + \left|\frac{\partial f}{\partial v}\right| \Delta v$$

LEGGE DI PROPAGAZIONE DELL'ERRORE MASSIMO ASSOLUTO (di Gauss)

Se grandezza ha forma monomia (Non ci devono essere somme e sottrazioni)

$$y = K u^{K_1} \cdot v^{K_2}$$

ES. $y = 3 u^{\frac{1}{3}} \cdot v^{-\frac{2}{5}}$

$$\frac{\Delta y}{y} = |K_1| \frac{\Delta u}{u} + |K_2| \frac{\Delta v}{v}$$

LEGGE DI PROPAGAZIONE DELL'ERRORE RELATIVO

ESEMPIO: x Voler determinare la densità di un corpo sferico di raggio R

$\delta = \frac{m}{V}$ (R)

Supponiamo che ho misurato m con errore Δm ed R con errore ΔR.

$$\delta = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3} \qquad \delta = \frac{3}{4\pi} m R^{-3} \qquad \delta = f(m, R)$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial m}\right)_{R = \text{costante}} = \frac{3}{4\pi} R^{-3} \qquad \left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)_{m = \text{cost.}} = \frac{3}{4\pi} m \cdot (-3) R^{-4} = -\frac{9}{4\pi} m R^{-4}$$

$$\Delta y = \frac{3}{4\pi} R^{-3} \cdot \Delta m + \frac{9}{4\pi} m R^{-4} \Delta R \qquad \frac{\Delta y}{y} = \frac{\cancel{\frac{3}{4\pi}} \cancel{R^{-3}} \cdot \Delta m}{\cancel{\frac{3}{4\pi}} m \cancel{R^{-3}}} + \frac{\cancel{\frac{9}{4\pi}}^{3} m \cancel{R^{-4}}^{-1} \Delta R}{\cancel{\frac{3}{4\pi}} m \cancel{R^{-3}}} = \frac{\Delta m}{m} + 3 \frac{\Delta R}{R}$$

Posso applicare anche 2ª legge dato che grandezza è di forma monomia

$$\frac{\Delta y}{y} = |1| \frac{\Delta m}{m} + |-3| \frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta m}{m} + 3 \frac{\Delta R}{R}$$

Se $\frac{\Delta m}{m} = 1\%$

$\frac{\Delta R}{R} = 2\%$

$\delta = 8{,}7043228137 \ g/cm^3$

$\frac{\Delta \delta}{\delta} = 0{,}01 + 3 \cdot 0{,}02 = 0{,}07$ grandezza ADIMENSIONALE

(GRANDEZZA ADIMENSIONALE: sempre in riferimento a grandezze fisiche, non propriamente numeri puri)
(es. $L = F \cdot s$
momento = F · l braccio)

$\Delta \delta = \left(\frac{\Delta \delta}{\delta}\right) \delta \simeq 0{,}61 \ g/cm^3$

già i centesimi non sono sicuri

$\delta = 8{,}7|0|$

risultato $\longrightarrow$ $\delta = 8{,}7 \ g/cm^3$

$\Delta \delta = 0{,}6 \ g/cm^3$ oppure 6%

Ho trovato numero esiste errore di TRONCAMENTO
con 0, 1, 2, 3, 4 ARROTONDIAMO PER DIFETTO

RISULTATO x
Δx

MISURE RIPETUTE DIRETTE

x' valore vero

n misure $\quad x_1, \dots, x_n \quad$ sparpagliamento dei risultati attorno al valore vero

Avviene per molti motivi: corpuscoli di polvere, dilatazioni termiche, ecc.

ES, $10\,cm$ {  tocca $0{,}001$ mm sferometro

$$l = l_0(1 + \lambda \Delta t)$$

$$\lambda = 1{,}2 \cdot 10^{-5} \frac{1}{t}$$

$$\Delta l = l - l_0 = l_0 \lambda \Delta t = 100 \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-5} \cdot 10 = 2 \cdot 10^{-2} = 20 \cdot$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \approx x' \qquad \text{VALORE + ATTENDIBILE}$$

$$x_i - x' \approx x_i - \bar{x} = v_i \qquad \text{SCARTI}$$

valore + probabile di σ

$$m = \eta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n-1}} \qquad \text{ERRORE QUADRATICO MEDIO PRATICO}$$

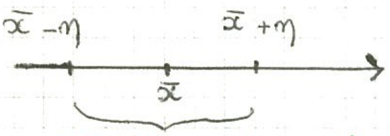
$\sqrt{var(x')}$

$$M = \frac{m}{\sqrt{n}} \qquad \text{ERRORE QUADRATICO MEDIO DELLA MEDIA}$$

Danno informazione del valore vero rispetto ad errore e rispetto a valore medio.

(Se $n-1$ al posto di n valore significativo non cambia)

RISULTATO FINALE $\quad x = \bar{x} \pm \eta = M$



INTERVALLO DI CONFIDENZA (confidiamo che x sia lì)

C'è una probabilità conosciuta standard (68%) che x cada nell'intervallo.

MISURE RIPETUTE INDIRETTE

$$\eta_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)^2 \eta_u^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial v}\right)^2 \eta_v^2}$$

calcolato in $\bar{u}$, $\bar{v}$ — $\bar{u}$, $\bar{v}$ = v medio

grandezze u, v siano INDIPENDENTI, non correlate.

INDIPENDENZA STATISTICA: u e v non influiscono l'una sull'altra

(se no si deve calcolare covarianza: valore di correlazione)

ESEMPIO: Misurare g attraverso il pendolo

$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ misure ripetute sia di l che di T

$l \quad \bar{l} \quad \eta_l$

$T \quad \bar{T} \quad \eta_T$

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = 4\pi^2 l T^{-2}$$

valore + attendibile, risultato $= g = \frac{4\pi^2 \bar{l}}{(\bar{T})^2}$

$$\eta_g = \sqrt{(4\pi^2 T^{-2})^2 \eta_l^2 + (-8\pi^2 l T^{-3})^2 \eta_T^2}$$

$$\eta_g = \sqrt{16\pi^4 (\bar{T})^{-4} \eta_l^2 + 64\pi^4 \bar{l}^2 (\bar{T})^{-6} \eta_T^2}$$

1D: gruppo B, nome=

1.Quante cifre significative hanno le seguenti misure? 0,50 m; $2 \times 10^3 cm$; 3,2 dm

2.Quale dei seguenti errori (assoluti) non e' scritto correttamente? Quando puoi scrivili nel modo appropriato: 10 m^2; 0,03; 5,2 dm; 0,3 km;

3.Con un'asta centimetrata (che riporta solo i cm) Mario ha misurato la lunghezza del tavolo: 1,24 m. Trasforma questa lunghezza in Km, cm, mm.

4.Ho un'asta decimetrata (cioe' la lunghezza piu' piccola che puo' misurare e' il dm) e l'ho usata per misurare varie lunghezze: quali sono scritte sbagliate? (Perche'?) 2,6 m ; 2 mm; 35 cm; 2 m

5.Giorgio ha un righello millimetrato e misura due segmenti: a=72 mm e b=4,32 dm; Maria ha un'asta centimetrata e misura gli stessi segmenti: come scrivera' le sue misure? (...approssima ai cm le misure di Giorgio).

Gianni misura un volume: V=3222 cm^3; Maria ha uno strumento meno preciso (solo fino ai dm^3) cosa trovera' quando misurera' V ?

6. L'errore percentuale di una misura di massa e' del 2%; qual e' l'errore relativo ($\Delta m/m$)? Se la misura della massa (m) e' 4 Kg, quanto e' l'errore assoluto (Δm) ?

7.Fai le seguenti operazioni fra misure:
8,55 dm - 1,2 cm=
31 m × 1 m=.

8. Un rettangolo ha i due lati: $x = (60 \pm 4)cm$ e $y = (20 \pm 2)cm$; quant'e' la misura e l'errore dell'area del rettangolo?

9.Hai due segmenti di lunghezza $a = (3,02 \pm 0,02)cm$ e $b = (3,7 \pm 0,1)$ cm quanto sara' la misura e l'errore della lunghezza del segmento somma dei due?

10. I segmenti dell'esercizio 9 sono i lati di un rettangolo. Quano sono la misura e l'errore della lunghezza del suo perimetro?

FAC. Faccio oscillare una pallina appesa ad un filo: il tempo T di oscillazione e' circa sempre lo stesso. Faccio piu' misure e ottengo: T=32;35;38;33;37 in sec. Qual e' il risultato della mia misura di T? Quale errore posso associare? Scrivi quello che sai sull'argomento (misure ripetute).

1C: gruppo B, nome=

1.Quante cifre significative hanno le seguenti misure? 3,0 Kg; 2,76 g; 7,8 $\times 10^2$g

2.Con un'asta (che riportava solo i dm) ho misurato la lunghezza di un tavolo 1,7 m. Trasforma questa misura in Km, cm, mm.

3.Ho uno strumento preciso ai cm (cioe' la lunghezza piu' piccola che puo' misurare e' il cm) e l'ho usato per misurare varie lunghezze: quali sono scritte sbagliate? (Perche'?) 3,2 m ; 4,2 dm; 3,2 cm; 0,3 dm

4.Quale dei seguenti errori (assoluti) non e' scritto corretamente? Quando puoi scrivili nel modo appropriato: 0,01 m; 0,33 cm; 5 dm; 0,1;

5.Marco ha un righello millimetrato e misura due segmenti: a=22,2 cm e b=0,67 dm; Maria ha un'asta centimetrata e misura gli stessi segmenti: come scrivera' le sue misure? (...approssima ai cm le misure di Paolo).

Gianni misura un'area: A=3666 mm^2; Luisa ha uno strumento meno preciso (solo fino ai cm^2) cosa trovera' quando misurera' A ?

6. L'errore relativo di una misura di massa e' $(\Delta m/m)$ 0.5; qual e' l'errore percentuale? Se la misura della massa (m) e' 8 Kg, quanto e' l'errore assoluto (Δm) ?

7.Fai le seguenti operazioni fra misure:
8,2 dm + 1,23 cm=
2,1 cm $\times$ 1,1 cm=

8.Hai due segmenti di lunghezza $a = (4,22 \pm 0.02)dm$ e $b = (3,7 \pm 0.1)$ dm quanto sara' la misura e l'errore della lunghezza del segmento somma dei due?

9. Un rettangolo ha i due lati: $x = (30 \pm 1)cm$ e $y = (20 \pm 1)cm$; quant'e' la misura e l'errore dell'area del rettangolo?

10. I segmenti dell'esercizio 7 sono i lati di un rettangolo. Quano sono la misura e l'errore della lunghezza del suo perimetro?

FACOLTATIVO: Faccio oscillare una pallina appesa ad un filo: il tempo T di oscillazione e' circa sempre lo stesso. Faccio piu' misure e ottengo: T=1,2;1,5;1,8;1,3;1,7 in secondi. Qual e' il risultato della mia misura di T? Quale errore posso associare? Scrivi quello che sai sull'argomento(misure ripetute)