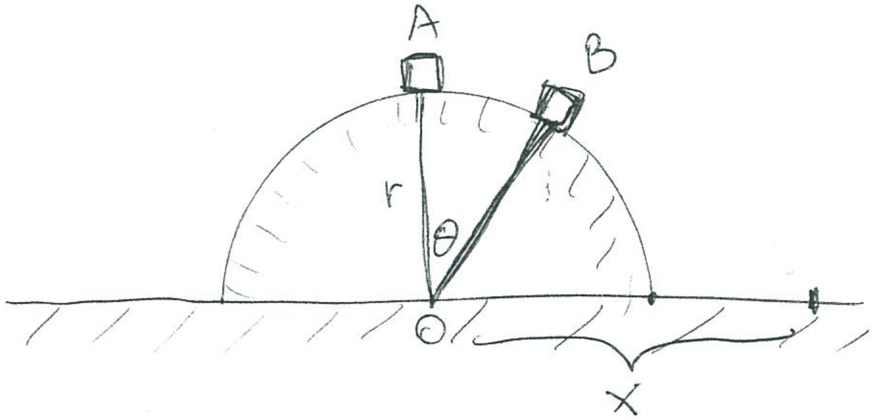
NOME e COGNOME

DATA 15/03/02

PROBLEMA I

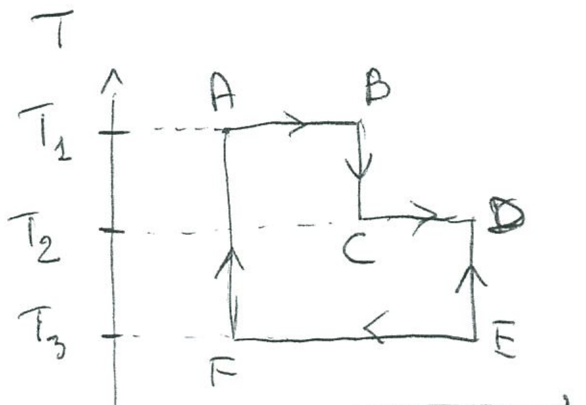
Un grave (puntiforme) di massa m scivola senza attrito su una semisfera di ghiaccio di raggio r, partendo dal punto A (vedi figura). Il moto avviene lungo un meridiano, la velocita' iniziale e' trascurabile, l'attrito e' trascurabile. 1) Determinare il valore dell'**angolo** θ in corrispondenza al quale il grave abbandona la superficie e, sapendo che r=1,00 m, **la velocita' nel punto B** v_B dove il grave abbandona la superficie (suggerrimento: considerare le forze che agiscono sull'oggetto in posizione B...); 2) descrivere la **traiettoria** descritta una volta abbandonata la sfera e determinare **la distanza** x dal centro della sfera in cui il grave tocca il suolo.



PROBLEMA II

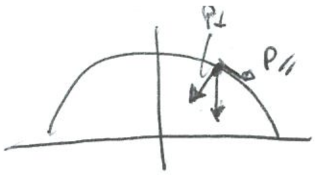
Due moli di gas perfetto biatomico descrivono il ciclo **reversibile** rappresentato in Fig. nel piano temperatura, entropia (T,S). Esso e' costituito alternativamente da trasformazioni isoterme ed adiabatiche. Nelle trasformazioni isoterme, siano Q_1, Q_2 le quantita' di calore assorbite nei tratti AB e CD e Q_3 quella ceduta in EF. Si domanda: 1) sapendo che $Q_1 = Q_2$ e $T_2 = (2/3)T_1$ e $T_3 = T_2/2$, calcolare il **rendimento** η del ciclo (suggerimento: scrivere la variazione di entropia complessiva del ciclo, ΔS, come somma delle variazioni di entropia nei vari tratti e ricavare una relazione fra Q_3 e Q_1 e poi...) 2) assumendo la variazione di energia interna $U_A - U_E$ =5,00 10^3 cal, determinare le **temperature** T_1, T_2, e T_3.

Domanda 3. Fare il grafico nel piano T,S di una macchina di Carnot che lavori fra le sole T_1 e T_3: quanto vale il rendimento η_C?



I

15/03/02



Prima dello stacco $P_\perp - R_V = F_{centripeta}$

Allo stacco $R_V \to 0$ $P_\perp = F_c$

$$\begin{cases} mg\cos\theta = \dfrac{m v_B^2}{r} \\ \frac{1}{2} m v_B^2 + mgr\cos\theta = mgr \end{cases}$$ cons. energia $E_B = E_A$

$$\begin{cases} v_B^2 = 2gr(1-\cos\theta) \\ \cancel{m}\cancel{g}\cos\theta = \dfrac{\cancel{m}\, 2\cancel{g}\cancel{r}(1-\cos\theta)}{\cancel{r}} \end{cases}$$

$\cos\theta = 2(1-\cos\theta)$ $\cos\theta = 2 - 2\cos\theta$

1) $\cos\theta = \frac{2}{3}$ $\theta \sim 0{,}841$ rad $\sim 48°$

$v_B = \sqrt{2gr(1-\cos\theta)} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{1}{3}} = 2{,}56$ m/s

$v_{Bx} = v_B\cos\theta$ $v_{By} = v_B \operatorname{sen}\theta$

2) Traiettoria è arco di parabola!

$X = r\operatorname{sen}\theta + x$

$$\begin{cases} y = -v_{By} t - \frac{1}{2} g t^2 \\ x = v_{Bx} t \to t = \dfrac{x}{v_{By}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = \dfrac{x}{v_{Bx}} \\ y = -\dfrac{v_{By}}{v_{Bx}} x - \dfrac{1}{2} g \dfrac{x^2}{v_{Bx}^2} \end{cases}$$

$\hookrightarrow$ è $r\cos\theta$!

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2}\dfrac{g}{v_B^2\cos^2\theta} x^2 + \operatorname{tg}\theta\, x - r\cos\theta = 0 \end{cases}$$

$$x_{12} = \frac{-\operatorname{Tg}\theta \pm \sqrt{\operatorname{Tg}^2\theta + 4\dfrac{g^2}{v_B^2\cos^2\theta}}}{g\,(v_B^2\cos^2\theta)} =$$

$$= \frac{-1{,}11 \pm \sqrt{10{,}18}}{3{,}34} = 0{,}62 \text{ m}$$

$X = r\operatorname{sen}\theta + 0{,}62 = 1{,}36$ m

II $\quad Q_1 = Q_2$

$T_2 = 2/3\, T_1 \qquad T_3 = \frac{1}{2} T_2 = \frac{1}{3} T_1$

1)

$\Delta S_{ciclo} = 0$

$$\Delta S = \Delta S_{AB} + \underbrace{\cancel{\Delta S_{BC}}}_{=0} + \Delta S_{CD} + \underbrace{\cancel{\Delta S_{DE}}}_{=0} + \Delta S_{EF} + \underbrace{\cancel{\Delta S_{FA}}}_{=0} = 0$$

$$\Delta S = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_3}{T_3} = 0$$

tutti i Q qui sono positivi!

$$\frac{Q_1}{\cancel{T_1}} + \frac{3}{2}\frac{Q_1}{\cancel{T_1}} = \frac{3 Q_3}{\cancel{T_1}} \qquad \frac{5}{2} Q_1 = 3 Q_3$$

$$Q_1 = \frac{6}{5} Q_3$$

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2 - Q_3}{Q_1 + Q_2} = \frac{2Q_1 - \frac{5}{6} Q_1}{2 Q_1} = \frac{7}{12} = 58\%$$

2) $U_A - U_E = m c_V (T_1 - T_3) =$

$= \frac{5}{2} n R (3T_3 - T_3) = 5 n R T_3$

$U_A - U_E = 5{,}00 \cdot 10^3$ cal

$= 5 \cdot 10^3 \cdot 4{,}1868$ J

$= 20{,}9 \cdot 10^3$ J

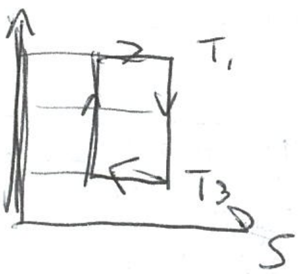
$R = 8{,}31\ldots$

$n = 2$

$$T_3 = \frac{U_A - U_E}{5 n R} = \frac{20{,}9 \cdot 10^3}{5 \cdot 2 \cdot 8{,}31} = 252 K$$

$T_1 = 3 T_3 = 756$ K $\qquad T_2 = \frac{3}{2} T_1 = 504$ K

F



$$\eta = 1 - \frac{T_3}{T_1} = 1 - \frac{T_3}{T_1} = \frac{2}{3} = 66\%$$

NOME e COGNOME
DATA DI NASCITA
DATA ODIERNA

26/10/01

A chi dati

PROBLEMA I

2 20

Una puleggia omogenea di massa M e raggio R e' libera di ruotare senza attrito attorno all'asse orizzontale passante per il punto O (vedai figura A). Sulla sua superficie e' avvolto un filo inestendibile di massa trascurabile, all'estremita' del quale e' fissato un corpo puntiforme di massa m. Supponendo di abbandonare il corpo con velocita' iniziale nulla, si determini: 1) l'accelerazione angolare, 2) la legge oraria del moto, e 3) la tensione del filo. Si assuma $R = 40,0$ cm, $M = 1,000$ Kg, e $m = 10,0$ g.

DOMANDA 4. Cosa cambia se il corpo si muovesse invece su di un piano scabro (con coefficiente di attrito dinamico μ) e inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale come indicato in figura B? Scrivere brevemente le equazioni che ritiene importanti senza svolgere i calcoli numerici.

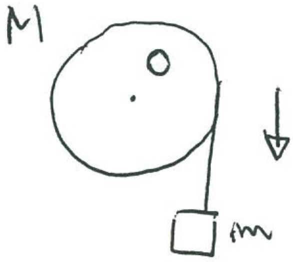


FIG A

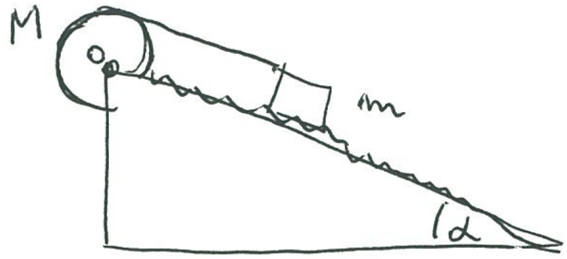


FIG B

PROBLEMA II

Nella parte inferiore di un cilindro, al di sotto di un pistone di sezione S, sono contenute n moli di gas biatomico alla temperatura t_0. Nel volume al di sopra del pistone e' stato praticato il vuoto. Il pistone, di massa trascurabile, sostiene un corpo di massa m; nelle condizioni iniziali esso si trova a distanza h_0 dall'estremo inferiore del cilindro (vedi figura C).

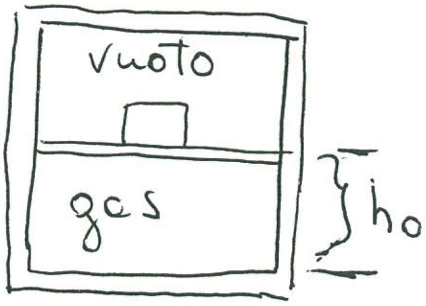
Viene fornito calore al gas ed il pistone si alza della quantita' Δh. Assumendo nei calcoli $S = 50$ cm^2, $n = 0,10$ mol, $t_0 = 0,0\ ^0$C, $m = 1,0 \cdot 10^{3}$ kg, $\Delta h = 10$cm, determinare:

OK

1) La pressione iniziale del gas, p_0;
2) l'altezza iniziale h_0;
3) il tipo di trasformazione con cui si puo' rappresentare il riscaldamento del gas;
4) la temperatura T_1 del gas raggiunta dopo il riscaldamento;
5) l'aumento di energia interna del gas, ΔU;
6) la quantita' di calore fornita al gas, Q;
7) il lavoro fatto dal gas, L (possibilmente calcolarlo con piu' approcci possibili).

DOMANDA 8. Si consideri ora la stessa situazione iniziale, ma supponga che ci sia qualche forma di attrito tale che quando il pistone risale venga sprecata energia per superare alcune scabrosita' del cilindro (tipicamente $E_{persa} = 3,0$ J per ogni 1,0 cm di risalita del pistone). Si dovra' fornire piu' o meno calore per raggiungere la stessa situazione finale di prima (come temperatura e altezza del pistone)? Calcolare l'ammontare di calore fornito in questa nuova situazione, Q_{new}.

FIG. C



26/10/01

I $\quad R = 40\,cm = 0{,}4\,m \quad M = 2\,kg \quad m = 20\,g \quad \frac{M}{m} = \frac{2000}{20} = 100$

$ma = mg - T$

$a = \alpha R$

$$\begin{cases} T = \dfrac{I\alpha}{R} & \text{eq. puleggia} \\ T = mg - ma & \text{eq. corpo} \end{cases}$$

$\frac{I\alpha}{R} = mg - ma$

$\frac{I\alpha}{R} = mg - m\alpha R \qquad I\alpha = mgR - m\alpha R^2$

$\alpha(I + mR^2) = mgR$

1) $\alpha = \dfrac{mgR}{\frac{1}{2}MR^2 + mR^2} = \dfrac{mg}{\frac{1}{2}MR + mR} = \dfrac{g}{R\left(\frac{1}{2}\frac{M}{m} + 1\right)} = 0{,}48\ \frac{rad}{s^2}$

$\omega = \alpha t = \dfrac{g}{R(1 + M/2m)}\,t$

2) $\theta = \cancel{\theta_0} + \cancel{\omega_0 t} + \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}\dfrac{g}{R(1 + M/2m)}\,t^2$

3) $T = \dfrac{I\alpha}{R} = \frac{1}{2}MR^2\dfrac{\alpha}{R} = \frac{1}{2}MR\alpha = \frac{1}{2}\cdot 2 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}48 = 0{,}19\,N$

4) $I\alpha = TR$ come prima

$ma = F - T - F_a \qquad F$ non è mg, ma $F_x = mg\,\mathrm{sen}\,\alpha$

$ma = mg\,\mathrm{sen}\,\alpha - T - \mu mg\cos\alpha$

II $\quad S = 50\,cm^2 = 50\cdot 10^{-4}\,m^2$
$n = 0{,}10$ moli
$t_0 = 0{,}0°C \quad T_0 = 273\,K$
$m = 1{,}0\cdot 10^2\,kg \quad \Delta h = 10\,cm$

1) $p_0 = \dfrac{F}{S} = \dfrac{mg}{S} = \dfrac{1\cdot 10^2 \cdot 9{,}8}{50\cdot 10^{-4}} = 2{,}0\cdot 10^5\,N/m^2$

2) $p_0 V_0 = nRT_0 \qquad p_0 S h_0 = nRT_0$
$h_0 = \dfrac{nRT_0}{p_0 S} = \dfrac{0{,}1\cdot 8{,}31\cdot 273}{2\cdot 10^5 \cdot 50\cdot 10^{-4}} = 0{,}22\,m = 22\,cm$

3) espansione isobara

4) $p = \dfrac{nRT}{V} \qquad \dfrac{T_0}{V_0} = \dfrac{T_1}{V_1} \qquad T_1 = T_0\dfrac{V_1}{V_0} = T_0\dfrac{h_1 S}{h_0 S} = T_0\dfrac{h_1}{h_0} = 273\cdot\dfrac{(10+22)}{22} = 397$

5) $\Delta U = nC_V(T_1 - T_0) = 0{,}1\cdot\frac{5}{2}R(397 - 273) = 2{,}6\cdot 10^2\,J$

6) $Q = nC_p(T_1 - T_0) = 0{,}1\,\frac{7}{2}R(397 - 273) = 3{,}6\cdot 10^2\,J$

7) $L = Q - \Delta U = 1{,}0\cdot 10^2\,J \qquad L = F\cdot\Delta h = mg\cdot\Delta h = 1\cdot 10^2\cdot 9{,}8\cdot 0{,}1 \sim 1\cdot 10^2\,J$

8) $Q_{rev} = (2{,}6\cdot 10^2 + 1{,}0\cdot 10^2 + 30) = 3{,}9\cdot 10^2\,J$

$3{,}0\,J \times 1\,cm$
$30\,J \times 10\,cm \qquad \Delta h = 10\,cm$

NOME e COGNOME

28/09/01

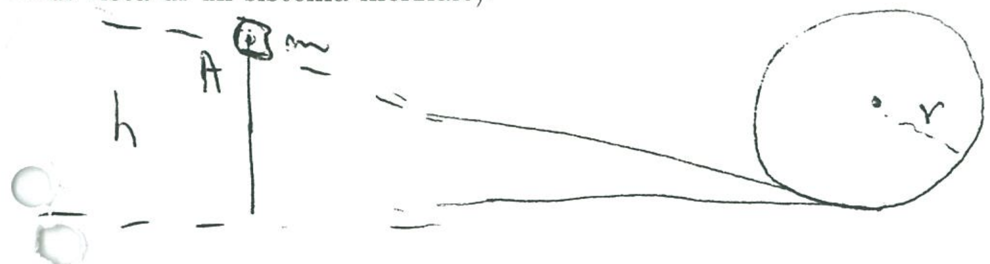
DATA

Nel caso di scritto positivo preferisce fare l'orale il 2/10/01 o il 29/10/01 (data da confermare)?

PROBLEMA I

Un corpo si muove lungo una guida, il cui primo tratto giace su di un piano inclinato, mentre il secondo ha forma circolare (di raggio $r = 20,00 cm$, vedi figura). Il corpo parte con velocita' iniziale nulla da un punto A all'altezza h rispetto al piano orizzontale.

1) Elencare le forze agenti sul corpo quando si trova alla sommita' della guida circolare (dal punto di vista di un sistema inerziale).



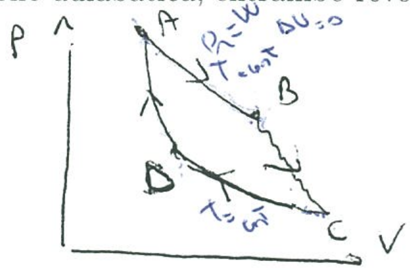
2) Considerando assente ogni forma di attrito: quanto deve valere h, perche' il corpo possa percorrere l'intera parte circolare della guida;

3) Considerando assente ogni forma di attrito: quanto deve valere h perche' il corpo si distacchi dalla guida e cada liberamente:

4) Nel caso che il piano inclinato formi un angolo di 30^o col suolo e la sua superficie sia scabra con un coefficiente d'attrito $\mu = 0.2$. quanto deve valere h perche' il corpo possa percorrere l'intera parte circolare della guida.

PROBLEMA II

Una mole di gas perfetto monoatomico descrive il ciclo irreversibile di Carnot disegnato in figura. A partire dallo stato A, definito da p_A, V_A, T_A, si esegue un'espansione isoterma reversibile fino allo stato B, di volume $V_B = 2V_A$. Successivamente un'espansione adiabatica irreversibile porta il sistema nello stato C, di volume $V_C = 6V_A$ e temperatura $T_C = T_A/2$. Si chiude il ciclo con una compressione isoterma ed una compressione adiabatica, entrambe reversibili. Eseguire i calcoli assumendo $p_A = 4,00$ atm; $V_A = 12,3$ dm^3.



Calcolare:

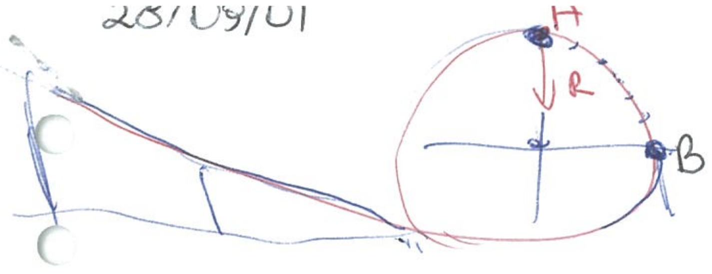
1) il lavoro W_{BC} fatto dal gas nella trasformazione adiabatica irreversibile;

2) il lavoro W fatto dal ciclo;

3) il rendimento η del ciclo;

4) la variazione di entropia ΔS_{BC} del gas nella trasformazione BC.

28/09/01



$F_{peso} \downarrow \downarrow R_V \rightarrow F_{centripeta}$

$P_1 + R_V = F_{cent.}$

A

1) $R + mg = m \dfrac{V_A^2}{r}$

2) $R \geq 0 \qquad \dfrac{\cancel{m} V_A^2}{r} \geq \cancel{m} g \qquad \boxed{V_A^2 \geq rg}$

Condiz. xché non si stacchi

* se è $= 0$ condiz. limite

$\cancel{m} g h = 2 \cancel{m} g r + \frac{1}{2} \cancel{m} V_A^2$

$V_A^2 = 2 \cdot (gh - 2gr)$

$2gh - 4gr \geq rg$ * $\quad 2\cancel{g}h \geq 5 r\cancel{g} \qquad \boxed{h \geq \frac{5}{2} r}$

$h \geq \frac{5}{2} \cdot 20 = \underline{\underline{50 \text{ cm}}}$

3) Deve arrivare almeno su B sennò non si stacca (torna indietro!)

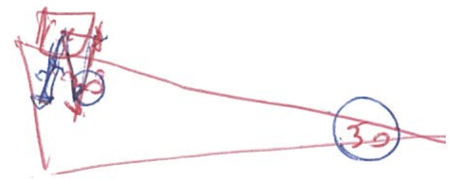
$mgh = mgr \qquad h = \underline{\underline{r = 20 \text{ cm}}} \qquad \boxed{20_{cm} < h < 50 \text{ cm}}$

4) $\boxed{V_A^2 \geq rg}$

$mgh = 2mgr + \frac{1}{2} m V_A^2 + E_{persa\ x\ attr.}$

$E_{persa} = F_{att} \cdot \ell = mg \cos(30°) \cdot \mu \cdot \dfrac{h}{\operatorname{sen} 30} =$

$= mg \mu h \operatorname{cotg} 30$



$\operatorname{sen} 30 = \dfrac{h}{\ell}$

$\cos 30 = \dfrac{\oplus}{mg}$

$\cancel{m} gh = 2\cancel{m} gr + \frac{1}{2} \cancel{m} V_A^2 + \cancel{m} g \mu h \operatorname{cotg} 30$

$V_A^2 = 2 \cdot (gh - 2gr - g\mu h \operatorname{cotg} 30)$

*

$$2\cancel{g}h - 4\cancel{g}r - 2\cancel{g}\mu h \,\mathrm{cotg}\,30 \geq \cancel{g}\cdot r$$

$$2h - \mu h \,\mathrm{cotg}\,30 \geq 5r$$

$$h \geq \frac{5r}{2 - \mu \,\mathrm{cotg}\,30}$$

$$h \geq 3{,}02 \cdot r \quad \sim \underline{\underline{60{,}47 \text{ cm}}}$$

28/05/07

$V_A = 12,3\ dm^3 \rightarrow 12,3 \cdot 10^{-3}\ m^3$ $\quad pV = nRT$ $\quad T_A = \frac{p_A V_A}{R} \longrightarrow$

$p_A = 4,00\ atm \rightarrow 1,014 \cdot 4 \cdot 10^5\ Pa$ $\quad 1$ $\quad 1,014 \cdot 10^5$

$\downarrow$ isot.

$V_B = 2V_A \qquad T_B = T_A$

$\downarrow$ adiab

$\int p\,dV$

$V_C = 6V_A$

$T_C = \frac{T_A}{2}$

$\downarrow$ isot

$D \qquad T_D = T_C = \frac{T_A}{2}$

$\downarrow$ adiab.

A

1) $\Delta Q_{BC} = 0 \qquad \Delta Q - W = \Delta U$

$W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -C_V(T_C - T_B) = -\frac{3}{2}R(T_C - T_B) =$

$= -\frac{3}{2}R\left(\frac{T_A}{2} - T_A\right) = \frac{3}{2}R\frac{T_A}{2} = \frac{3}{4}RT_A =$

$= \frac{3}{4}\cancel{R}\frac{p_A V_A}{\cancel{R}} = 36,9\ dm^3\ atm = 3,74\ 10^3\ J$

$\boxed{\begin{array}{l} 1\ atm \sim 1,01\ 10^5\ Pa \\ 1\ dm^3 \sim 10^{-3}\ m^3 \end{array}}$

2) $W = W_{AB} + \cancel{W_{BC}} + W_{CD} + \cancel{W_{DA}} \qquad W_{BC} = -W_{DA}$

$= RT_A \ln\frac{V_B}{V_A} + RT_C \ln\frac{V_D}{V_C} \qquad T_D V_D^{\gamma-1} = T_A V_A^{\gamma-1}$

$$\left(\frac{V_D}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_A}{T_D} \qquad \frac{V_D}{V_A} = \left(\frac{T_A}{T_D}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 2^{\frac{1}{\gamma-1}} =$$

$$= 2^{\frac{1}{\frac{2}{3}}} = 2^{\frac{3}{2}} =$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{\frac{5}{2}R}{\frac{3}{2}R} = \frac{5}{3} \qquad = 2,83$$

$$\frac{V_D}{V_C} = \frac{V_D}{V_A}\cdot\frac{V_A}{V_C} = \frac{1}{6}\,\frac{V_D}{V_A}$$

$$W = R\,T_A \ln 2 + R\,\frac{T_A}{2}\ln\left(2,83\cdot\frac{1}{6}\right) =$$

$$= R\,T_A\left(\ln 2 + \frac{1}{2}\ln\left(2,83\cdot\frac{1}{6}\right)\right) = \cancel{R}\,\frac{p_A V_A}{\cancel{R}}\left(\ln 2 + \frac{1}{2}\ln\left(2,83\cdot\frac{1}{6}\right)\right) =$$

$$= \cancel{58,7\cdot 2\cdot 1,013\cdot 10^5\cdot 10^{-3}} =$$

$$= 15,62\cdot 1,013\cdot 10^5\cdot 10^{-3} = \underline{\underline{1,58\,10^3\,J}}$$

3) $$\eta = \frac{W}{Q_{ass.}} = \frac{1,58}{Q_{AB}} = \frac{1,58}{\cancel{R}\,\frac{p_A V_A \ln 2}{\cancel{R}}} = \frac{1,58}{(12,5\cdot 4\ln 2)\cdot 1,013\cdot 10^2}$$

$$= 0,46$$

4) $$\Delta S_{BC} = \Delta S_{BA} + \underset{}{\overset{=0}{\Delta S_{AD}}} + \Delta S_{DC} =$$

$$= S_B - \cancel{S_A} + \cancel{S_A} - \cancel{S_D} + \cancel{S_D} - S_C$$

$$= \int_B^A \frac{dQ}{T_A} + \int_D^C \frac{dQ}{T_C} = \frac{Q_{BA}}{T_A} + \frac{Q_{DC}}{T_C} = \frac{-W_{AB}}{T_A} + \frac{2W}{T_A}$$

$$\frac{\cancel{T_A}\left(\ln 2 + \ln\left(2,83\cdot\frac{1}{6}\right)\right)}{\cancel{T_A}} = +0,48\ J/K$$

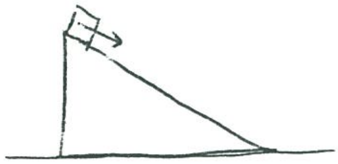
NOME e COGNOME

DATA

17/07/01

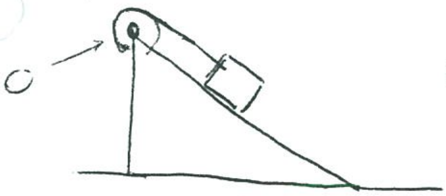
PROBLEMA I

Un cubo di massa $m = 5,0\ kg$ si muove su di un piano inclinato (fisso col suolo) di un angolo $\alpha = 35^0$ rispetto all'orizzontale. E' noto il coefficiente d'attrito dinamico $\mu = 0,25$.



CASO A

CASO A. Il cubo e' libero di cadere, sapendo che parte dal punto piu' alto e che il piano e' alto $h = 3,0\ m$ determinare: 1) l'energia E dissipata per gli attriti, 2) la velocita' v nel punto finale del piano, 3) il tempo t necessario a percorrere tutto il piano.



CASO B

CASO B. Una corda fissata al cubo si avvolge su un cilindro circolare retto omogeneo, di massa $M = 20\ kg$ e raggio R, libero di ruotare attorno ad un asse orizzontale di traccia "O". Determinare: 1) l'accelerazione con la quale il corpo scende lungo il piano inclinato e la tensione della corda. Supponendo che l'angolo α possa variare, dire (2) per quale valore α_{lim} il moto di rotazione del cilindro e' uniforme.

PROBLEMA II

Un recipiente adiabatico e' munito di un pistone mobile, di massa trascurabile, anch'esso adiabatico. Esso si trova in un ambiente a pressione costante p_0 e contiene una mole di gas perfetto e monoatomico alla temperatura $T_0 = 300\ K$.

CASO A

CASO A. Si pigia sopra al pistone in modo da raddoppiare la pressione $p_1 = 2p_0$, determinare: 1) la variazione di temperatura, 2) il lavoro L compiuto dal gas, 3) la variazione di entropia del gas ΔS assumendo che la trasformazione sia reversibile.

CASO B

CASO B. Ad un certo istante viene introdotto nel recipiente un corpo solido, di capacita' termica $C = 5,00\ cal/K$ e termperatura $T_1 = 800\ K$. Ha allora luogo uno scambio di calore tra il gas ed il corpo finche' il sistema ragiunge una nuova condizione di equilibrio. Supponendo assenti gli scambi di calore con l'esterno e trascurando l'effetto della dilatazione termica, si determini: 1) la temperatura di equilibrio T_e, 2) la variazione di energia interna del gas ΔU_g, 3) la variazione di energia interna del corpo ΔU_c etrascurando l'effetto della dilatazione termica, 4) il lavoro L compiuto dal gas. 5) la variazione di entropia ΔS del gas assumendo che la trasformazione sia reversibile.

17/07/01

$g = 9{,}8\, m/s^2$ 1) A

$\mu = 0.25 \quad \alpha = 35° \quad m = 5{,}0\, kg \quad h = 3{,}0\, m$

$\frac{h}{l} = \operatorname{sen}\alpha \quad l = \frac{h}{\operatorname{sen}\alpha}$

1) $E_a = \mu m g \cos\alpha \cdot l =$

$= \mu m g \frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} \cdot h = \boxed{52{,}45\ J}$

2) $mgh = \frac{1}{2} m v^2 + E_a \qquad v = \sqrt{\frac{2}{m}\left(mgh - E\right)} = \sqrt{\frac{2}{\cancel{m}} \cancel{m} g h \left(1 - \mu \frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha}\right)}$

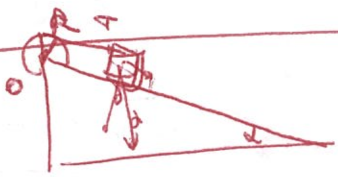
$= \sqrt{2gh\left(1 - \mu \frac{\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha}\right)} = 37{,}8 = \boxed{38\, m/s}$

$v = aT$

3) $f = ma$

$a = \frac{\cancel{m} g \operatorname{sen}\alpha - \mu \cancel{m} g \cos\alpha}{\cancel{m}} = g(\operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha\,\mu) = 36\, m/s^2$

$t = \frac{v}{a} = \boxed{14\ s}$



1) B $M = 20\, kg$ R

$\tau = I\alpha \qquad T \cdot R = \frac{1}{2} M R^2 \alpha$

$\begin{cases} T\cancel{R} = \frac{1}{2} M R^{\cancel{2}} \cdot \frac{a}{\cancel{R}} \\ mg\operatorname{sen}\alpha - T - \mu m g \cos\alpha = ma \end{cases}$

$\operatorname{sen}\alpha\, mg - T = ma$

$a = \alpha R$

$\alpha = \frac{a}{R}$

$\begin{cases} a = \frac{2T}{M} \\ mg\operatorname{sen}\alpha - T - \mu m g\cos\alpha = \frac{m 2T}{M} \end{cases}$

$Mmg(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha) = T(M + 2m)$

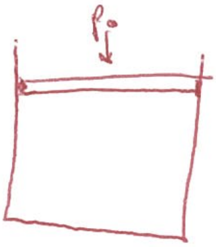
1) $T = \frac{Mmg(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)}{(M + 2m)} = 12\, N \qquad a = \frac{2T}{M} = 1{,}2\, m/s^2$

2) $\alpha = \cancel{\varnothing} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow T = 0 \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = \mu\cos\alpha \quad tg\alpha = \mu$

$\alpha = \operatorname{arctg}\mu =$

$= 14°$

II

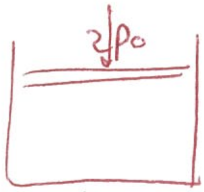


p_0

$m = 1$

$T_0 = 300\,K$

brot.



$p_1 V_1^{\gamma} = p_0 V_0^{\gamma}$

$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{7}{5}$

$p_0 V_0 = m R T_0 \qquad T_0 = \frac{p_0 V_0}{mR} \qquad 2\cancel{p_0} V_1^{\gamma} = \cancel{p_0} V_0^{\gamma}$

$p_1 = 2 p_0$

$p_1 V_1 = m R T_1 \qquad T_1 = \frac{p_1 V_1}{mR} \qquad V_1 = \sqrt[\gamma]{\frac{1}{2}}\, V_0$

$\boxed{\text{CASO A}}$

$\Delta T = T_1 - T_0 = \frac{1}{mR}\left(p_1 V_1 - p_0 V_0\right) = \frac{p_0 V_0}{mR}\left(2\sqrt[\gamma]{\tfrac{1}{2}} - 1\right) = T_0\left(2\sqrt[\gamma]{\tfrac{1}{2}} - 1\right) =$

$= T_0\left(2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1\right) =$

$= T_0\left(2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{5/7} - 1\right)$

$\underline{= 65{,}7\ K}$

$L = Q - \Delta U = -\Delta U = -C_v R \Delta T =$

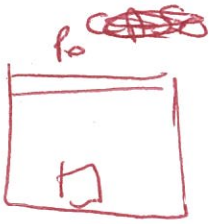
$= -\frac{5}{2} R \Delta T = -1365\ J = \underline{-136 \cdot 10\ J}$

$R = 8{,}31\ J/mol\,K$

$1\,cal = 4{,}186\ J$

$\underline{\Delta S = 0}$

$\boxed{\text{CASO B}}$



$C = 5{,}00\ cal/K = 20{,}93\ J$

$T_1 = 800\,K$

$\Delta Q_c = \Delta Q_g \qquad C \cdot (T_1 - T_e) = C_p (T_e - T_0)$

$800\,C - C \cdot T_e = \frac{7}{2} R\, T_e - \frac{7}{2} R\, T_0$

$T_e = \frac{800 \cdot 20{,}93 + \frac{7}{2} \cdot 8{,}31 \cdot 300}{\left(\frac{7}{2} R + 20{,}93\right)} = 509\ K$

$\Delta U_g = C_v \Delta T = \frac{5}{2} R \cdot \Delta T = 4{,}34 \cdot 10^3\ J$

$\Delta U_c = Q_c - L_c = C\,\Delta T = -6{,}09 \cdot 10^3\ J$

$L = Q - \Delta U = C_p \Delta T - C_v \Delta T = R \Delta T = 1{,}74 \cdot 10^3\ J$

$\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{C_p\, dT}{T} =$

$= C_p \ln(T_f/T_i) = 6{,}68\ J/K$

21/06/01

NOME e COGNOME

DATA

Nel caso di scritto positivo preferisce fare l'orale il 26/06/01 o in luglio (probabilmente il 18/07)?

PROBLEMA I

Si consideri un fucile posato su una superficie senza attrito (vedi figura). La massa del fucile e' $M_f = 1,0000\ kg$ il pallino ha massa $m = 10,0\ g$. Calcolare (1) il rapporto tra la velocita' del pallino e del fucile (in modulo v/V_f) dopo lo sparo.

Il fucile e' un giocattolo a molla dove il pallino e' lanciato da una molla (che prima e' compressa e poi viene lasciata libera al momento dello sparo). Il meccanismo della molla e quindi tutta la fase di sparo non sviluppa attriti e nessuna forza non conservativa entra in gioco durante lo sparo. La molla ha costante elastica $k = 1000 N/m$ ed e' compressa di $\Delta x = 10,0 cm$. (2) Calcolare v e V_f e specificare i versi dei vettori.

Il pallino, che continua a muoversi di velocita' v parallelamente alla superficie del suolo (trascurando quindi la forza di gravita'), incontra una massa pendolare (anche pendolo balistico), cioe' un blocco appeso ad un gancio nel punto O (vedi figura) con un filo inestensibile e senza massa. La massa del blocco e' $M_b = 50,0\ gr$ ed e' appesa ad un'altezza di $h = 1,00\ m$ da terra. Il pallino resta conficcato nel centro del blocco. Dopo l'urto tutto il sistema blocco+pallino si sollevera' verso l'alto. (3) Calcolare la massima altezza dal suolo, h_{max}, raggiunta dal sistema nel suo movimento. (4) Calcolare anche la velocita' angolare ω_0 acquistata dal sistema subito dopo l'urto. Si assuma che blocco e pallino siano puntiformi e che la lunghezza del filo sia $l = 3,00\ m$.

4) CASO PIU" COMPLESSO: l'urto non e' completamente anaelastico e il pallino esce con la stessa direzione iniziale, ma una velocita' dimezzata. Calcolare la massima altezza dal suolo, H_{max}, raggiunta dal blocco in questo caso.

PROBLEMA II

Un cilindro contiene n moli di aria da considerarsi un gas perfetto biatomico. Con opportuni scambi energetici (e con opportune varie sorgenti di calore), il fluido descrive le seguenti trasformazioni da considerarsi reversibili:

- riscaldamento a pressione costante dallo stato 0 di volume V_0 e pressione p_0 allo stato 1 di volume $V_1 = 2V_0$;

- raffreddamento isocoro dallo stato 1 allo stato 2 in corrispondenza al quale la pressione ha valore $p_2 = p_0/2$;

- compressione isoterma fino a riportare il volume al valore V_0.

Eseguire i calcoli assumendo $p_0 = 5,00\ atm$; $V_0 = 5,00\ dm^3$. Si chiede:

1) disegnare le trasformazioni nel piano p,V e nel piano T,V

2) calcolare il lavoro netto compiuto L;

3) calcolare il calore assorbito o ceduto in ognuno dei tre tratti del ciclo: Q_{01}, Q_{12}, Q_{23};

4) calcolare il valore del rendimento η; calcolare la potenza P di una macchina basata su tale ciclo ideale compiuto in 4 secondi;

5) sapendo che il cilindro contiene 0.8 moli calcolare la variazione di entropia di tutto il ciclo e di ciascun tratto: ΔS, ΔS_{01}, ΔS_{12}, ΔS_{23}.

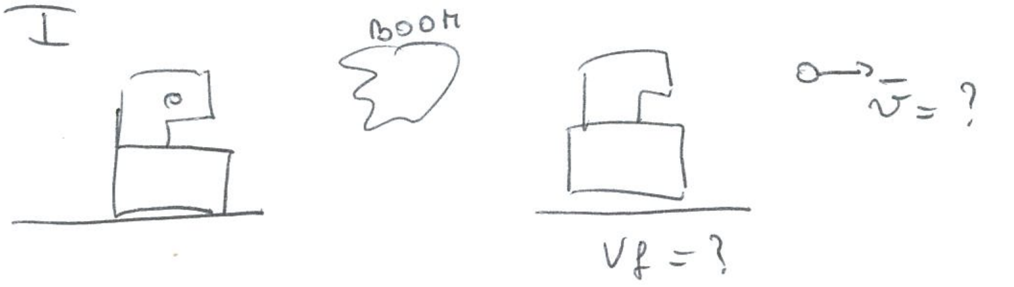
PROVA I di FISICA I-SC.AMB., 21/06/01

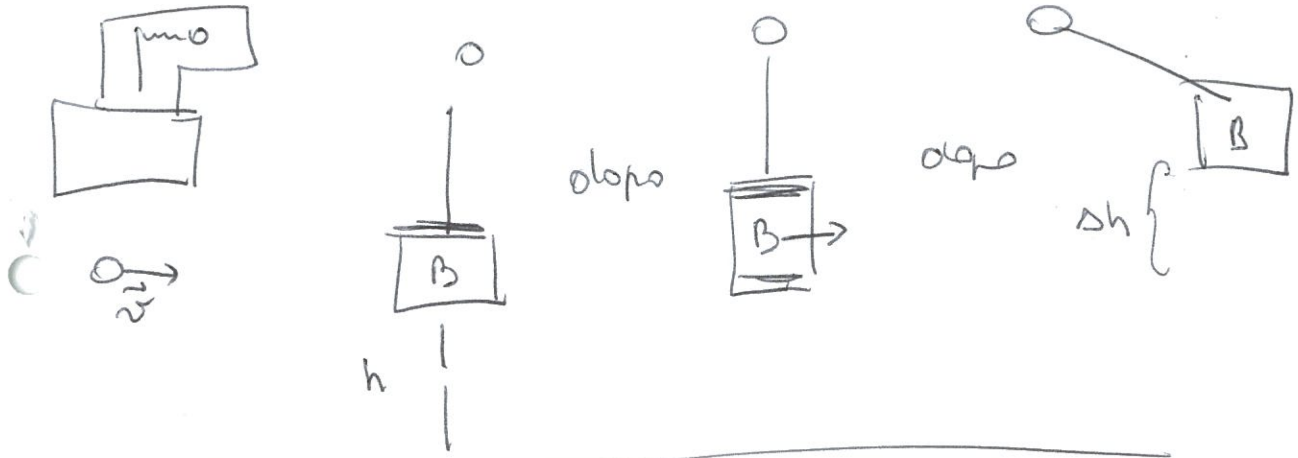
Svolgere i seguenti quesiti e problemi. Si richiede:

- 1. scrivere a capo di questo foglio e di ciascun foglio protocollo: nome, cognome, data di nascita, data della prova;
- 2. scrivere SOLO A PENNA e presentare UNA SOLA versione per esercizio; nel caso, ricopiare gli esercizi sul secondo foglio o cancellare chiaramente con sbarre l'esercizio che non va corretto;
- 3. non saranno valutati risultati di cui non e' chiaro il procedimento usato per arrivarvi, per cui scrivere chiaramente: 1) teoremi, leggi o principi eventualmente usati; 2) formule usate; 3) risultati numerici;
- 4. nel caso dell'uso di COSTANTI scrivere esplicitamente il loro valore: es., "assumo $g = 9,80\ m/s^2$";
- 5. nel caso che non si sappia risolvere la prima parte di un problema, ma si vuole passare a risolvere le successive, E' CONCESSO ASSUMERE COME NOTA UNA VARIABILE e procedere. Scrivere esplicitamente l'assunzione, con un valore numerico a scelta e l'opportuna unita' di misura: es., "assumo massa pallina $m = 1kg$";
- ordine e chiarezza saranno elemento di valutazione.

21/06/01 (il II è uguale a 21/06/01 provetta)

I





$M_f = 1{,}000$ kg $\quad k = 1000$ N/m $\quad \Delta x = 10{,}0$ cm $= 0{,}100$ m

$m = 0{,}0100$ kg

$M V_f = m v \qquad \frac{v}{V_f} = \frac{M}{m} = 100$

$\frac{1}{2}\frac{kx^2}{m} = \frac{1}{2}\frac{M_f}{m} V_f^2 + \frac{1}{2}\frac{m}{m}\cancel{v^2}\, 100^2 V_f^2$

$\dfrac{\frac{kx^2}{m}}{\frac{M_f}{m} + 100^2} = V_f^2 \qquad V_f = 0{,}315$ m/s $\qquad v = 31{,}5$ m/s

$M_B = 0{,}500$ kg $\qquad h = 1{,}00$ m

$m v = (M_B + m) V_B \qquad V_B = 5{,}27$ m/s

$\frac{1}{2}\cancel{(M_B + m)} V_B^2 = \cancel{(M_B + m)}\, g \Delta h \qquad \Delta h = 1{,}42$ m $\qquad h_{max} = 2{,}42$ m

$m v l = I \omega_0 = (M_B + m) l^2 \omega_0$

$\omega_0 = \frac{m v}{l (M_B + m)} = 1{,}75$ rad/s

4) $m v l = I \omega_0' + m \frac{v}{2} l$

$\omega_0' = \frac{1}{2} \frac{m v}{l (M_B + m)} = \frac{\omega_0}{2} = 0{,}875 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

$\frac{1}{2}\cancel{(M_B + m)}\, l^2 \omega_0^2 = \cancel{(M_B + m)}\, g \Delta H$

$\Delta H = 0{,}352$ m $\qquad H = 1{,}352$ m

PROVA II PARTE NON ENTRATA

~~PROVA I~~ di FISICA I-SC.AMB., 21/06/01

21/06/01
Provetta

Svolgere i seguenti quesiti e problemi. Si richiede:

- 1. scrivere a capo di questo foglio e di ciascun foglio protocollo: nome, cognome, data di nascita, data della prova;
- 2. scrivere SOLO A PENNA e presentare UNA SOLA versione per esercizio; nel caso, ricopiare gli esercizi sul secondo foglio o cancellare chiaramente con sbarre l'esercizio che non va corretto;
- 3. non saranno valutati risultati di cui non e' chiaro il procedimento usato per arrivarvi, per cui scrivere chiaramente: 1) teoremi, leggi o principi eventualmente usati; 2) formule usate; 3) risultati numerici;
- 4. nel caso dell'uso di COSTANTI scrivere esplicitamente il loro valore: es., "assumo $g = 9,80\ m/s^2$";
- 5. nel caso che non si sappia risolvere la prima parte di un problema, ma si vuole passare a risolvere le successive, E' CONCESSO ASSUMERE COME NOTA UNA VARIABILE e procedere. Scrivere esplicitamente l'assunzione, con un valore numerico a scelta e l'opportuna unita' di misura: es., "assumo massa pallina $m = 1kg$";
- ordine e chiarezza saranno elemento di valutazione.

NOME e COGNOME

DATA

Nel caso di scritto positivo preferisce fare l'orale il 26/06/01 o in luglio (probabilmente il 18/07)?

PROBLEMA I

Un calorimetro perfettamente adiabatico contiene una massa m_0 di acqua in equilibrio termodinamico alla temperatura $t_0 = 0,0\ ^0C$ con una massa m_0' di ghiaccio. Ad un certo istante e' introdotta una sbarretta metallica di massa m_1 alla temperatuta t_1. Quando il sistema ha raggiunto l'equilibrio termico si osserva che la lunghezza della sbarretta si e' ridotta del 2 per mille. Si assuma: $m_0 = 55\ g$; $m_0' = 4,0\ g$; $m_1 = 43\ g$; $t_1 = 206\ ^0C$; coefficiente di dilatazione lineare della sbarretta $\lambda = 1,0 \cdot 10^{-5}\ ^0C^{-1}$; calore specifico della sbarretta $c_1 = 0,090\ cal/(g^0C)$; calore latente di fusione del ghiaccio $Cal_{fus} = 80\ cal/g$.

Si determini:

1) la temperatura t_e di equilibrio;

2) la capacita' termica C del calorimetro e degli accessori.

PROBLEMA II

Un cilindro contiene n moli di aria da considerarsi un gas perfetto biatomico. Con opportuni scambi energetici (e con opportune varie sorgenti di calore), il fluido descrive le seguenti trasformazioni da considerarsi reversibili:

- riscaldamento a pressione costante dallo stato 0 di volume V_0 e pressione p_0 allo stato 1 di volume $V_1 = 2V_0$;

- raffreddamento isocoro dallo stato 1 allo stato 2 in corrispondenza al quale la pressione ha valore $p_2 = p_0/2$;

- compressione isoterma fino a riportare il volume al valore V_0.

Eseguire i calcoli assumendo $p_0 = 5,00\ atm$; $V_0 = 5,00\ dm^3$. Si chiede:

1) disegnare le trasformazioni nel piano p,V e nel piano T,V

2) calcolare il lavoro netto compiuto L;

3) calcolare il calore assorbito o ceduto in ognuno dei tre tratti del ciclo: Q_{01}, Q_{12}, Q_{23};

4) calcolare il valore del rendimento η; calcolare la potenza P di una macchina basata su ciclo ideale compiuto in 4 secondi;

5) sapendo che il cilindro contiene 0.8 moli calcolare la variazione di entropia di tutto il ciclo e di ciascun tratto: ΔS, ΔS_{01}, ΔS_{12}, ΔS_{23}.

21/06/01 provette

I) 1) $\Delta l = l \lambda \Delta T \qquad \Delta T = \frac{\Delta l}{l}\frac{1}{\lambda} = \frac{2}{1000} \cdot \frac{1}{1{,}0 \cdot 10^{-5}} = 200$

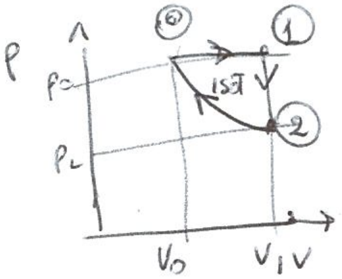
$\Delta T = t_1 - t_e \qquad t_e = t_1 - \Delta T = 206 - 200 = \underline{6\ °C}$

2) $\underbrace{c_1 m_1 (T_e - t_1)}_{\text{calore ceduto sbarretta}} + \underbrace{C_{fus} m_0' + (m_0 + m_0') c_0 (t_e - t_0)}_{\text{calore ass. acqua e ghiaccio}} + \underbrace{C(t_e - T_0)}_{\text{calore ass. calorimetro}} = 0$

$$C = \frac{-c_1 m_1 (t_e - t_1) - C_{fus} m_0' - (m_0 + m_0') c_0 (t_e - t_0)}{(t_e - T_0)} =$$

$$= \frac{774 - 320 - 354}{6} = 16{,}\bar{6} = \underline{17\ °C}$$

II



biatomico $\quad C_V = \frac{5}{2}R$

$C_p = \frac{7}{2}R$

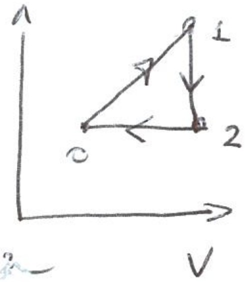
$pV = mRT$

$V_1 = \frac{mRT_1}{p_1} = \frac{mRT_2}{p_2}$

$V_1 = 2V_0$

$p_2 = \frac{p_0}{2}$

1)



$0 \to 1$ ~~p~~ $p = \text{cost}$

$T = \underbrace{\frac{p}{mR}}_{\text{cost}} V$

retta

$p_0 = 5\ atm = 5{,}01 \cdot 10^5\ N/m^2 \approx 5{,}05 \cdot 10^5\ N/m^2$

$V_0 = 5{,}00\ dm^3 = 5{,}00 \cdot 10^{-3}\ m^3$

2) $W_{01} = p\Delta V = p_0 (V_1 - V_0) = p_0 V_0 = 2525$

$W_{12} = \phi$

$W_{20} = \int p\,dV = mRT \int \frac{dV}{V} = mRT \ln\frac{V_0}{V_2} = -mRT \ln 2 = -p_0 V_0 \ln 2$

$W_{TOT} = p_0 V_0 (1 - \ln 2) = \underline{775\ J}$

3) $Q_{01} = m C_p \Delta T = m \frac{7}{2} R (T_1 - T_0) = \cancel{m} \frac{7}{2} \cancel{R} \left(\frac{p_1 V_1}{\cancel{mR}} - \frac{p_0 V_0}{\cancel{mR}}\right) = \frac{7}{2} p_0 V_0 = \underline{\underline{8{,}84 \cdot 10^3\ J}}$

$Q_{12} = m C_V \Delta T = m \frac{5}{2} R (T_2 - T_1) = \cancel{m} \frac{5}{2} \cancel{R} \left(\frac{p_2 V_2}{\cancel{mR}} - \frac{p_1 V_1}{\cancel{mR}}\right) = \frac{5}{2}\left(\frac{p_0}{\cancel{2}} \cancel{2} V_0 - p_0 2 V_0\right) =$

$= \frac{5}{2}(-p_0 V_0) =$

$= \underline{-6{,}3 \cdot 10^3\ J}$

$Q_{20} = -mRT \ln 2 = -p_0 V_0 \ln 2 = \underline{-1{,}75 \cdot 10^3\ J}$

4) $\eta = \frac{W_{TOT}}{Q_{01}} = \frac{775}{8{,}84 \cdot 10^3} = 8{,}8\ \%$ $\qquad P = \frac{W}{\text{tempo}} = \frac{775}{4} = \underline{194\ W}$

5) $\Delta S_{ciclo} = \phi \qquad \Delta S_{01} = \int \frac{dQ}{T} = \int_{T_0}^{T_1} m C_p \frac{dT}{T} = m C_p \ln\frac{T_1}{T_0} = m C_p \ln\left(\frac{p_1 V_1}{p_0 V_0}\right)$

$= m C_p \ln 2 =$

$= 0{,}8 \cdot \frac{7}{2} 8{,}31 \cdot \ln 2$

$= 16{,}1\ J/K$

$\Delta S_{12} = m C_V \ln\frac{T_2}{T_1} = m C_V \ln\left(\frac{p_0 2 V_0}{2\, p_0 2 V_0}\right) = m C_V \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

$= 0{,}8 \cdot \frac{5}{2} 8{,}31 \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right)$

$= -11{,}5\ J/K$

$\Delta S_{20} = \int \frac{dL}{T} = mR \ln\frac{V_0}{V_2} =$

$= -mR \ln 2 = -0{,}8 \cdot 8{,}31 \cdot \ln 2 = -4{,}61\ J/K$