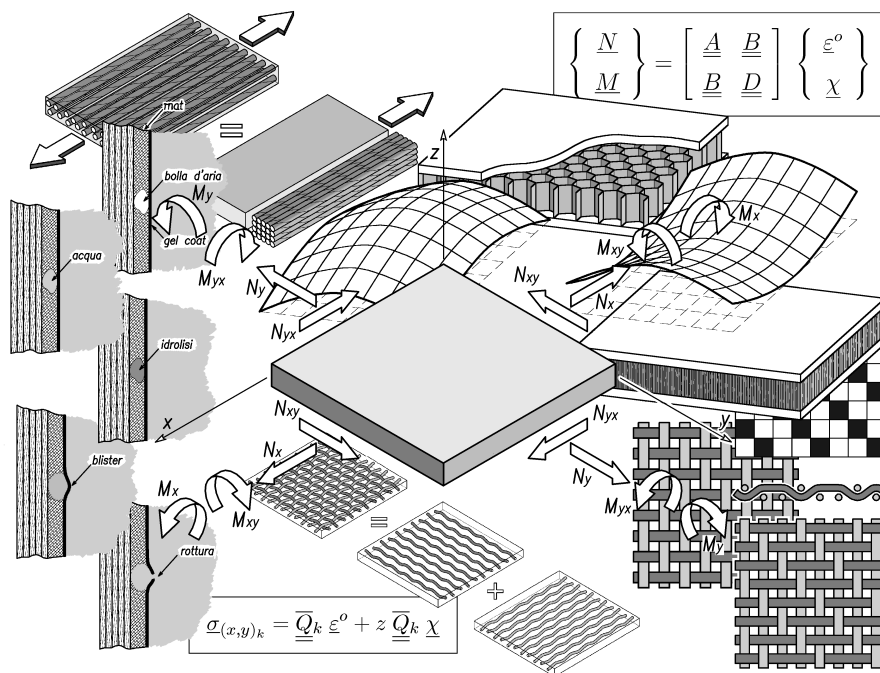


COSTRUZIONI NAVALI IN COMPOSITO



INDICE GENERALE

PRESENTAZIONE

1 LE RESINE

1.1	GENERALITÀ SULLE MATERIE PLASTICHE	1-1
1.2	RESINE IMPIEGATE NELLA COSTRUZIONE DI IMBARCAZIONI	1-4
1.3	RESINE POLIESTERI INSATURE	1-4
1.3.1	Tipi di resine poliesteri insature	1-7
	Resina poliestere ortoftalica	1-7
	Resina poliestere isoftalica	1-7
1.4	RESINE VINILESTERI	1-7
1.5	RESINE EPOSSIDICHE	1-8
1.6	RESINE FENOLICHE	1-10
1.7	CONFRONTO FRA SISTEMI DI RESINE PER IMPIEGHI STRUTTURALI	1-11
1.8	RESINE DI SUPERFICIE (GEL COAT)	1-12
1.8.1	Fenomeno del <i>blistering</i> per osmosi	1-14

2 I RINFORZI

2.1	GENERALITÀ SULLE FIBRE DI RINFORZO	2-1
2.2	LE FIBRE DI VETRO	2-2
	Vetro A	2-3
	Vetro E	2-3
	Vetro S	2-3
	Vetro C	2-3
2.3	PRODUZIONE DELLE FIBRE DI VETRO	2-4
2.4	LE FIBRE DI CARBONIO	2-5
2.5	LE FIBRE ARAMIDICHE	2-8
2.6	FORME COMMERCIALI DEI RINFORZI	2-10
	Mat (Feltro)	2-10
	Mat a fili tagliati (CSM, Chopped Strand Mat)	2-10
	Mat a fili continui (Continuous Filament Mat)	2-11
	Mat di superficie (Surface Mat)	2-11
	Strand tagliati (Chopped Strands)	2-11
	Strand macinati (Milled Fibres)	2-11
	Roving	2-12

	Yarn	2-12
	Tipi di tessitura	2-13
	Stuoia (WR, Woven Roving)	2-15
	Unidirezionale (UD, Uni-Directional reinforcement)	2-15
	Stuoie non-tessute (SF, Stitched Fabric)	2-16
	Stuoie accoppiate (Aramat [®] , Rovimat [®])	2-16
	Stuoia “double face” (Spun Woven Roving)	2-18
	Tessuto (Cloth)	2-18
2.7	MATERIALI D’ANIMA PER STRATIFICATI SANDWICH	2-19
2.7.1	Il principio del sandwich	2-19
2.7.2	Anime corrugate	2-20
2.7.3	Anime in espanso	2-20
	PVC (polyvinylchloride)	2-21
	CL-PVC (cross-linked PVC)	2-22
	L-PVC (linear PVC)	2-22
	SAN (styrene acrylo-nitrile)	2-22
	PU (polyurethane)	2-23
	EPS (expanded polystyrene)	2-23
	Schiume acriliche PMI (polymethacrylimide)	2-23
	Schiume sintattiche	2-23
2.7.4	Anime a nido d’ape	2-24
2.7.5	Anime in legno	2-27
	Balsa	2-27
	Cedro	2-29
	Legno compensato	2-29
	Adesivi di incollaggio delle anime	2-29
3	TECNOLOGIE DI LAMINAZIONE	
3.1	TECNOLOGIE DI PRODUZIONE DI MANUFATTI IN MATERIALE COMPOSITO	3-1
3.2	PROCEDURA CLASSICA DI LAMINAZIONE MANUALE SU STAMPO	3-1
3.2.1	Procedimento di laminazione “al contrario”	3-3
3.3	LAMINAZIONE CON I PREIMPREGNATI	3-4
3.3.1	Laminazione con preimpregnati a bassa temperatura	3-4
3.3.2	Laminazione con preimpregnati ad alta temperatura	3-5
3.4	TECNICA DEL SACCO A VUOTO	3-5
3.5	FORMATURA IN AUTOCLAVE	3-6
3.6	PROCESSI DI FORMATURA CON IMPREGNAZIONE PER INFUSIONE	3-7
3.6.1	VARTM – Vacuum Assisted Resin Transfer Molding	3-7
3.6.2	RFI – Resin Film Infusion	3-8
	SPRINT – SP Resin Infusion Technology	3-8

3.7	TECNICA DELL'AVVOLGIMENTO (FILAMENT WINDING)	3-9
3.8	TECNICA DELLA PULTRUSIONE	3-10
4	ANALISI MICROMECCANICA DELLE LAMINE	
4.1	POSIZIONE DEL PROBLEMA	4-1
4.2	PROPRIETÀ FISICHE E GEOMETRICHE DI UNA LAMINA	4-3
4.2.1	Riferimento principale del materiale	4-3
4.2.2	Grado di contiguità	4-3
4.2.3	Frazioni ponderali e volumetriche	4-4
4.2.4	Spessore nominale di una lamina	4-6
4.3	PROCESSO DI OMOGENEIZZAZIONE	4-7
4.4	FORMULE DI TSAI	4-9
4.4.1	Valutazione di E_L	4-11
4.4.2	Valutazione di E_T	4-11
4.4.3	Valutazione di ν_{LT}	4-11
4.4.4	Valutazione di G_{LT}	4-12
4.5	FORMULE DI WHITNEY E RILEY	4-13
4.6	FORMULE DI HALPIN E TSAI	4-14
4.7	FORMULE DI HAHN	4-16
4.8	MODULI ELASTICI IN COMPOSITI A FIBRE CASUALMENTE ORIENTATE	4-18
4.9	INFLUENZA DEI VUOTI SULLE PROPRIETÀ MECCANICHE	4-19
4.10	MODULI ELASTICI NELLA DIREZIONE NORMALE PRINCIPALE	4-20
4.11	CONSIDERAZIONI SULLA RESISTENZA A TRAZIONE DELLE LAMINE UNIDIREZIONALI	4-21
4.12	CARATTERIZZAZIONE DI UNA LAMINA UNIDIREZIONALE PER VIA SPERIMENTALE	4-24
	Valutazione di E_L , ν_{LT} e σ_{LU}	4-27
	Valutazione di E_T , ν_{TL} e σ_{TU}	4-27
	Valutazione di G_{LT}	4-28
	Valutazione di τ_{LTU}	4-29
4.13	PROPRIETÀ ELASTICHE RIFERITE AD ASSI ARBITRARI	4-30
5	ANALISI MACROMECCANICA DEI LAMINATI	
5.1	POSIZIONE DEL PROBLEMA	5-1
5.2	EQUAZIONE COSTITUTIVA DELLA LAMINA NEL RIFERIMENTO PRINCIPALE DEL MATERIALE	5-1
5.3	EQUAZIONE COSTITUTIVA DELLA LAMINA IN UN RIFERIMENTO GENERICO	5-3
5.4	TEORIA CLASSICA DELLA LAMINAZIONE	5-9
5.4.1	Ipotesi alla base della teoria classica della laminazione	5-10
5.4.2	Il campo delle deformazioni nella teoria delle piastre	5-11
5.5	EQUAZIONE COSTITUTIVA DEL LAMINATO	5-13
	Forma inversa dell'equazione costitutiva del laminato	5-19
5.6	LAMINATI PARTICOLARI	5-21

5.6.1	Effetti di accoppiamento	5-21
5.6.2	Laminati simmetrici	5-22
5.6.3	Laminati ortotropi in relazione alle rigidezze membranali	5-23
5.6.4	Laminati ortotropi in relazione alle rigidezze flessionali	5-24
5.6.5	Laminati ortotropi speciali	5-25
5.6.6	Laminati angle-ply	5-25
5.7	NOTAZIONE DEI LAMINATI	5-26
6	CRITERI DI RESISTENZA	
6.1	INTRODUZIONE	6-1
6.2	RESISTENZA DI UNA LAMINA	6-1
6.2.1	Criterio delle massime tensioni	6-2
6.2.2	Criterio delle massime deformazioni	6-3
6.2.3	Criterio di TSAI-HILL	6-4
6.2.4	Criterio di TSAI-WU	6-5
6.3	RESISTENZA DI UN LAMINATO	6-6

PRESENTAZIONE

I MATERIALI COMPOSITI NELLE COSTRUZIONI NAVALI

IL CONCETTO DI MATERIALE COMPOSITO

La denominazione di *materiale composito*, che in senso lato potrebbe essere assegnata alla totalità dei materiali strutturali normalmente adoperati (in quanto composti da più fasi), è attribuita — nell'ambito qui trattato — ai materiali formati da una fase continua (*matrice*) che ingloba fermamente una fase discontinua (*rinforzo*).

Il rinforzo è solitamente costituito da materiale in fibre lunghe o corte, con orientamento preferenziale o casuale, sì che il composito può essere distinto pure con il termine di *materiale fibrorinforzato*. Nel campo navale, poi, essendo le matrici di natura polimerica (*resine*), viene usata anche la dizione generica di *plastici rinforzati con fibre* (*FRP, Fiber Reinforced Plastic/Polymer*).

Il materiale in fibra presenta requisiti di resistenza ben al di sopra dei requisiti esibiti quando è agglomerato in forma massiccia. Questo è dovuto al fatto che nelle sottilissime fibre la densità dei difetti è ridotta al minimo ed al contempo le catene molecolari, quasi perfettamente allineate con l'asse delle fibre stesse, vengono chiamate a rispondere principalmente nella direzione dei forti legami chimici covalenti. In genere però le fibre non possono essere utilizzate da sole, ma abbisognano di una matrice che le tenga assieme, trasferendo loro i carichi sollecitanti ed anche proteggendole da eventuali azioni abrasive e di attacco ambientale. La matrice, di caratteristiche meccaniche certamente inferiori a quelle delle fibre, in qualche modo “diluisce” le proprietà assolute del composito nel suo complesso, anche se, in ogni caso, rimangono proprietà molto alte in termini *specifici* (ossia riferite all'unità di massa del materiale).

La presenza del rinforzo fibroso conferisce al composito caratteristiche di *anisotropia*, che sapientemente sfruttate consentono di mettere a punto strutture aventi requisiti di resistenza, rigidità e leggerezza, specialmente apprezzati in certi particolari settori di applicazione.

Il tecnico strutturista, abituato a trattare in genere con materiali metallici isotropi, si trova a dover affrontare nuove e stimolanti problematiche, cui potrà dare la soluzione più efficace possibile, una volta compresi i meccanismi di risposta del materiale anisotropo. In questo ambito, al tecnico si richiedono conoscenze che non possono limitarsi a quelle di un semplice “selezionatore” di materiali, ma più propriamente egli dovrà essere anche il “progettista del materiale” da usare, materiale che verrà concepito per sopportare al meglio il cimento dei carichi, senza sprechi, dando la massima capacità di resistenza proprio nella direzione in cui la domanda è preponderante e garantendo pure il controllo delle deformabilità strutturali. In altri termini, si chiede idealmente di mettere a punto ciò che, con dizione anglosassone, efficacemente si definisce “*Functionally Graded Material*”.

L'ESEMPIO DI UN "FUNCTIONALLY GRADED MATERIAL" NATURALE

Uno dei migliori esempi di materiale composito formato in base alla funzione da assolvere viene offerto dalla Natura con la pianta del *bamboo* (Fig. 0.1), il cui fusto risulta ottimizzato per resistere a forti carichi assiali e flessionali con elevata efficienza strutturale.



Figura 0.1 — *Piantagione di bamboo*

Le eccellenti caratteristiche meccaniche, soprattutto se considerate in rapporto al peso unitario del materiale, sono da ascrivere oltre che alla struttura macroscopica del fusto anche alla particolare disposizione nell'ambito della sua sezione trasversale di resistenti fasci vascolari, che ne costituiscono le fibre. La componente principale di dette fibre è la cellulosa, cui si devono le elevate proprietà meccaniche della struttura, mentre la matrice che avvolge le fibre è costituita per la massima parte da lignina, meccanicamente molto meno efficiente. Morfologicamente il fusto, denominato culmo, è articolato in nodi e internodi, con una sezione circolare cava negli internodi e setti trasversali pieni in corrispondenza dei nodi (Fig. 0.2).



Figura 0.2 — *Sezione longitudinale del culmo di bamboo*

Il culmo cilindrico internodale risulta rinforzato unicamente con fibre longitudinali, per cui il materiale assume caratteristiche di ortotropia, mentre nei diaframmi nodali le fibre si diffondono casualmente, impartendo così un comportamento essenzialmente isotropo. Per di più, le fibre longitudinali monodirezionali sono razionalmente distribuite con concentrazione via via maggiore verso la periferia esterna, ove i singoli fasci vascolari divengono pure più sottili (Fig. 0.3).

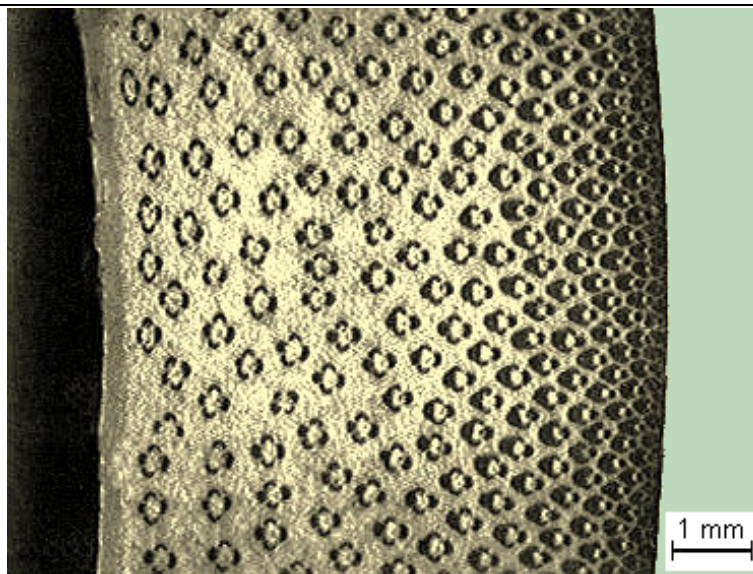


Figura 0.3 — *Micrografia della sezione trasversale del culmo*

In termini ingegneristici, si può dunque parlare di una struttura tubolare multi-diaframmata costituita da un materiale composito a basso peso specifico, in cui si ritrovano applicati concetti tipici del *light-weight design*.

PRESENTAZIONE DEL CORSO

Il Corso introduce alle diverse materie prime (resine e rinforzi) utilizzate usualmente per i plastici rinforzati nelle costruzioni navali, esaminandone le precipue caratteristiche chimico-fisiche, sì da meglio comprendere il loro comportamento sia da un punto di vista meccanico (quando, assemblati in struttura, saranno chiamati sinergicamente a rispondere) sia per quanto riguarda gli aspetti tecnologici (durante la fase di realizzazione del manufatto). Si forniscono, inoltre, gli strumenti analitici per la previsione delle proprietà elastiche delle singole lamine in funzione dei loro costituenti (analisi micromeccanica) e per la determinazione della risposta globale del laminato alle sollecitazioni agenti, in funzione della natura e della sequenza di stratificazione adottata per le diverse lamine (analisi macromeccanica). Infine, si esamina il percorso di verifica da seguire sulla base di opportuni criteri di resistenza.

LE RESINE

1.1 GENERALITÀ SULLE MATERIE PLASTICHE

Le *materie plastiche*, dette pure *resine sintetiche*, sono sostanze di natura *organica* (siamo nella chimica del carbonio) costituite da complesse macromolecole ad elevato peso molecolare (*polimeri*), ottenute a partire da semplici materie prime a basso peso molecolare (*monomeri*).

In qualsiasi processo di polimerizzazione il peso molecolare del prodotto finale dipende da diversi fattori: temperatura, pressione, presenza di catalizzatori, durata del processo, etc. A parità di composizione chimica, più si innalza il peso molecolare più lo stato di aggregazione diventa consistente: si passa così da un liquido fluido ad un liquido viscoso, da questo ad un solido molle ed infine ad un solido meccanicamente resistente.

I polimeri ottenuti per unione di più monomeri identici si definiscono *omopolimeri*, mentre se provengono da monomeri diversi si dicono *copolimeri*.

In condizioni opportune, affinché si possa formare un polimero è necessario che i monomeri di partenza siano composti organici *insaturi*¹ in grado di creare lunghe catene molecolari attraverso la scissione dei doppi o tripli legami presenti, oppure è necessario che siano presenti *gruppi funzionali*² suscettibili di reagire fra loro per dar luogo all'unione di diverse unità monomeriche.

Le reazioni che portano alla formazione delle macromolecole sono essenzialmente di due tipi:

- *reazioni di policondensazione*;
- *reazioni di poliaddizione*.

I *polimeri di condensazione* si formano dall'unione di molecole (anche diverse fra loro) aventi almeno due gruppi funzionali ciascuna. Come risultato della reazione fra i gruppi funzionali si ha la crescita della macromolecola e contemporaneamente la formazione di sottoprodotti leggeri (quali ad esempio H₂O, HCl, NH₃, etc.) che vanno eliminati per favorire lo sviluppo del processo.

I *polimeri di addizione* si formano dall'unione di monomeri (anche diversi fra loro) che contengono in genere dei doppi legami. Mediante un sistema qualsiasi di attivazione (catalitica, termica, luminosa) si rompono i doppi legami, permettendo alle molecole di unirsi fra loro mediante legami semplici. Nella poliaddizione non si formano sottoprodotti di reazione, il che costituisce un indubbio vantaggio da un punto di vista tecnico per la produzione di grandi manufatti.

¹ Un composto *insaturo* è un composto contenente doppi (o tripli) legami C=C che lo rendono particolarmente reattivo. Molecole insature sono infatti relativamente instabili, giacché tendono a trasformarsi in molecole sature attraverso la scissione dei doppi legami che passano così a legami semplici. Un doppio legame spezzato lascia libere due valenze che si saturano con altrettante valenze rimaste libere in qualche altra molecola.

² I *gruppi funzionali* sono speciali gruppi di atomi che caratterizzano i diversi composti della chimica organica. Così ad esempio si avrà negli alcoli l'ossidrile -OH, negli acidi carbossilici il carbossile -COOH, nei composti aromatici l'anello benzenico C₆H₆, nelle ammine il gruppo amminico -NH₂, etc.

Qualunque sia il processo che porta alla formazione delle macromolecole, a seconda della natura dei monomeri reagenti si potranno avere:

- *resine termoplastiche*;
- *resine termoindurenti*.

Sotto questo aspetto, il comportamento della resina è dovuto essenzialmente alle modalità di connessione fra le diverse catene polimeriche e quindi all'entità delle forze di interazione.

Le *resine termoplastiche*, ogni qualvolta vengono scaldate, rammolliscono e diventano deformabili, adattandosi ad assumere la forma voluta in seguito a raffreddamento. L'operazione può essere ripetuta (teoricamente³) un numero indefinito di volte in quanto comporta solo un semplice riassetto delle catene molecolari. Il comportamento termoplastico è proprio delle resine costituite principalmente da *catene lineari* (filiformi). Le forze che agiscono in queste macromolecole sono costituite in primo luogo dalle valenze principali (*legami chimici covalenti*) ed in secondo luogo dalle valenze secondarie (*forze di Van der Waals*). Le forze dovute ai legami chimici covalenti sono di gran lunga predominanti rispetto alle forze di Van der Waals⁴, ma a queste ultime si deve l'attrazione fra le macromolecole che ne ostacola lo scorrimento reciproco. Di conseguenza, la deformazione plastica del materiale può essere governata agendo sull'entità delle forze di attrazione intermolecolare. Nei termoplastici dette forze possono essere allentate, in maniera temporanea, per effetto di un conveniente *aumento della temperatura* oppure, in maniera permanente, attraverso l'introduzione di particolari sostanze dette *plastificanti*.

Le *resine termoindurenti* sono resine in cui le catene molecolari risultano interconnesse trasversalmente da legami chimici forti che si instaurano a seguito di un primo apporto termico e che successivi riscaldamenti non riescono più ad allentare. Questo comportamento si manifesta quando nelle macromolecole lineari si hanno *doppi legami in eccesso* suscettibili di aprirsi (a seguito di somministrazione di calore) e di reagire chimicamente con altre sostanze per formare dei ponti di collegamento fra catene adiacenti. Si crea in tal modo una fitta rete di legami trasversali (*cross-linking*) che trasforma la massa fluida di partenza *irreversibilmente* in una massa reticolata piuttosto dura, la quale assume definitivamente la forma dello stampo.

Le reazioni che provocano i legami trasversali sono di natura *esotermica*, per cui si manifesta un incremento della temperatura man mano che aumenta la densità di reticolazione (Fig. 1.1).

Durante il *processo di reticolazione* (in inglese *curing*) la resina dallo stato *fluido* passa attraverso uno stato *gelificato*⁵ prima della trasformazione definitiva allo stato *vetroso*; contestualmente la temperatura comincia a salire, dapprima lentamente e poi sempre più repentinamente, sino a raggiungere il valore massimo corrispondente al cosiddetto *picco esotermico*, al quale risultano completati la gran parte dei legami trasversali. Normalmente l'innalzamento della temperatura è tanto maggiore quanto maggiore è la rapidità di reazione ed il quantitativo di resina coinvolto.

³ In realtà i successivi cicli di riscaldamento, fatti anche a 150÷200 °C, apportano ogni volta dei danneggiamenti alle catene molecolari del materiale termoplastico che di fatto ne riducono i cicli di rimodellabilità.

⁴ Le *forze di Van der Waals* (o *forze di London*) sono forze di natura elettrostatica di debole intensità dovute ai dipoli temporanei che si creano per le fluttuazioni istantanee della densità elettronica attorno alle molecole.

⁵ Lo stato di *gel*, che si sviluppa durante la solidificazione della resina, è dovuto ad una rete di aggregati solidi in cui rimangono intrappolate parti liquide non ancora polimerizzate. La massa assume un aspetto gommoso e non lascia residui se toccata con un dito.

In casi estremi la temperatura può raggiungere valori tali da danneggiare irreparabilmente la resina, e può provocarne addirittura l'incendio. Di fatto, questo fenomeno costringe a limitare lo spessore dei laminati realizzabili "wet on wet"⁶ a valori attorno ai 12 mm.

Si definisce *tempo di gelificazione* il tempo (contato dall'inizio della polimerizzazione) occorrente affinché la resina cominci ad assumere una consistenza semi-solida (*gel point*), esibendo un comportamento pseudo-elastico. Al tempo di gelificazione nella pratica viene associato pure il *tempo di lavorabilità* della resina.

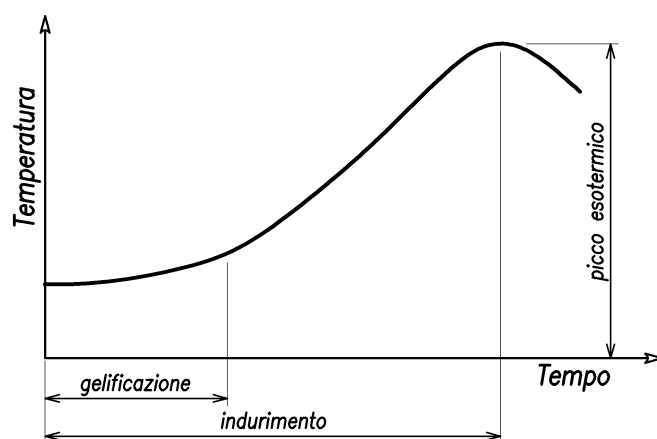


Figura 1.1 — Curva di polimerizzazione

Una volta polimerizzata, una resina termoindurente non può più diventare liquida di nuovo. Tuttavia, se viene riscaldata al di sopra di una certa temperatura — definita *temperatura di transizione vetrosa* T_g (dall'inglese "glass transition temperature") — la sua struttura molecolare cambia bruscamente, passando da quella di un polimero cristallino rigido (stato vetroso) a quella di un polimero amorfo più flessibile (stato gommoso). Conseguentemente si registra un crollo delle caratteristiche meccaniche in termini di durezza, rigidità e resistenza. Questo cambiamento è *reversibile*, nel senso che un successivo raffreddamento al di sotto della T_g ripristina le condizioni iniziali, poiché le catene polimeriche riprendono ad occupare posizioni bloccate con difficoltà a muoversi.

Alla temperatura T_g è legata la cosiddetta *HDT* (*Heat Distortion Temperature*) o *DTUL* (*Deflection Temperature Under Load*), ossia la temperatura alla quale un provino di resina sotto carico fa registrare una determinata deformazione, secondo procedure standardizzate da apposite norme (ASTM D648, ISO 75). La conoscenza della *HDT* gioca un ruolo fondamentale nella scelta del tipo di resina da usare in funzione dell'ambiente di esercizio del manufatto in progettazione. Solitamente la *HDT* risulta inferiore di 5÷10 °C alla T_g .

⁶ Nella laminazione "wet on wet" si prevede la stesura di più strati di rinforzo impregnati di resina entro un tempo molto breve, inferiore al tempo di lavorabilità della resina. In questo modo si garantisce sicuramente il miglior risultato di collegamento interstrato del tipo denominato "primary bond". In questa circostanza, infatti, le resine degli strati prospicienti conservano ancora capacità di realizzare un forte collegamento chimico reciproco. Quando, invece, la nuova laminazione avviene su un laminato eccessivamente invecchiato e la cui resina risulta completamente polimerizzata (laminazione "wet on dry") si ottiene un collegamento del tipo "secondary bond" avente ridotte qualità meccaniche, specialmente nei confronti della resistenza agli urti e alla fatica, a causa della mancanza di una efficiente reticolazione trasversale tra le catene polimeriche e della presenza di autotensioni indotte dal ritiro volumetrico della nuova resina.

1.2 RESINE IMPIEGATE NELLA COSTRUZIONE DI IMBARCAZIONI

Nei materiali compositi fibro-rinforzati in plastica (*FRP, Fibre Reinforced Plastic*), la resina costituisce la fase che determina con la polimerizzazione la forma permanente del pezzo. Nella costruzione di imbarcazioni si fa la distinzione fra *resine da stratificazione* e *resine di superficie (gel coat)*: le prime costituiscono la matrice atta a trasferire le sollecitazioni alle fibre in un laminato, mentre le seconde hanno la funzione specifica di proteggere il manufatto dagli agenti esterni aggressivi.

Le resine termoindurenti più utilizzate in campo nautico sono:

- le *resine poliesteri insature* (ortoftaliche ed isoftaliche);
- le *resine vinilesteri*;
- le *resine epossidiche*;
- le *resine fenoliche*.

1.3 RESINE POLIESTERI INSATURE

Le resine poliesteri hanno origine dalla policondensazione di *alcoli polivalenti* (contenenti più gruppi ossidrilici $-OH$) con *acidi polivalenti* (contenenti più gruppi carbossilici $-COOH$). Inoltre, a seconda che i costituenti usati siano *saturi* o *insaturi*, il prodotto finale potrà essere *termoplastico* o *termoindurente*.

Per la costruzione di laminati fibro-rinforzati si utilizzano *resine poliesteri termoindurenti*, la cui sintesi prevede un *processo misto* costituito da una policondensazione (fatta in reattore) e successiva poliaddizione (fatta in situ, al momento della laminazione). Nella prima fase di condensazione si creano le catene polimeriche insature, mentre nella fase di addizione dette catene si legano trasversalmente attraverso un processo di reticolazione attuabile grazie all'azione di adatti monomeri reagenti.

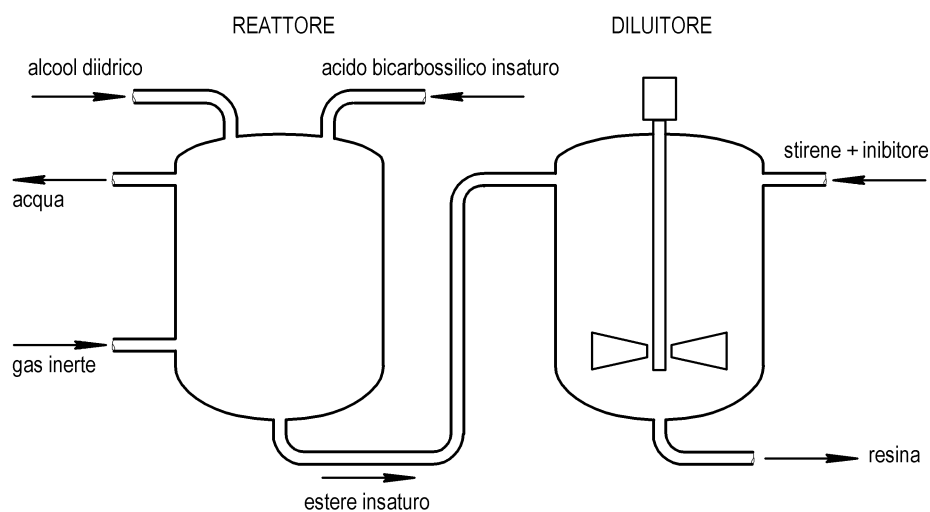


Figura 1.2 — Produzione della resina poliestere insatura

Il processo di sintesi della resina poliestere insatura parte da un *acido bicarbossilico insaturo* (come l'acido ortoftalico, l'acido isoftalico, l'acido maleico o il suo stereo isomero acido fumarico) e da un *alcol diidrico* (come il glicole etilenico, il glicole propilenico o il glicole neopentilico): in un reattore, alla temperatura di circa 200 °C ed in atmosfera di azoto, si fa avvenire una reazione di policondensazione (*esterificazione*) che porta alla formazione di *catene lineari di esteri insaturi* ed acqua (Fig. 1.2).

L'estere insaturo così formato costituisce un termine di passaggio verso la resina finale. Esso ha un aspetto limpido ed è molto viscoso, per cui — prima che a causa dell'abbassamento della temperatura solidifichi — viene subito trasferito nel *diluitore* dove si mescola con un opportuno *monomero reattivo*. Solitamente la miscela di reazione si diluisce con *stirene*⁷, che viene aggiunto in proporzione che può arrivare anche al 50%. Altri monomeri diluenti⁸ possono essere usati, ma la preferenza verso lo stirene è dovuta alla sua buona reattività ed economicità. Non va sottaciuto peraltro che lo stirene, estremamente volatile, è un agente cancerogeno, per cui vanno usati particolari accorgimenti durante la lavorazione.

Lo stirene, al pari degli altri monomeri reattivi, costituisce l'*agente reticolante* che porterà all'indurimento della resina al momento dell'uso. Per mezzo di un processo di *poliaddizione*, attivato con l'aggiunta di catalizzatori ed a temperatura opportuna, i doppi legami presenti nelle catene degli esteri insaturi e nelle molecole dello stirene si rompono, consentendo a quest'ultimo di inserirsi trasversalmente fra due catene adiacenti (Fig. 1.3).

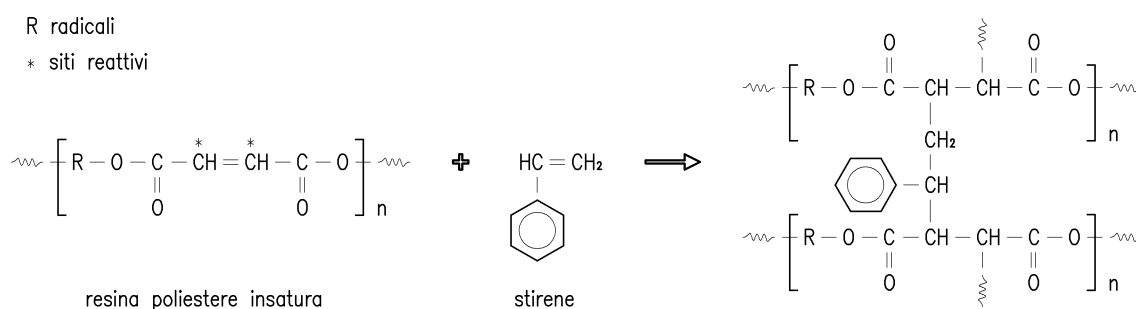



Figura 1.3 — Reticolazione di una resina poliestere insatura con stirene

Man mano che la polimerizzazione procede, diminuisce la fluidità della massa ed aumenta la sua temperatura. L'indurimento si completa quando non esistono più molecole da saturare.

Va detto che una reticolazione trasversale troppo fitta porta ad un indurimento eccessivo della resina e ad un comportamento *fragile*. Si può comunque agire sulla *densità di reticolazione* e sulla *composizione di base* per aumentare la flessibilità e la tenacità della resina entro limiti piuttosto larghi: così, per esempio, è possibile diradare i legami trasversali usando glicoli a molecola più lunga, oppure aggiungendo all'acido insaturo un acido saturo in diverse proporzioni, od ancora variando la quantità e la natura del monomero reticolante.

⁷ Lo *stirene* o *vinilbenzene* C₆H₅CH=CH₂, pure noto come *stirolo*, è costituito da un *anello benzenico*  in cui un idrogeno viene sostituito dal *radicale vinile* CH₂=CH- .

⁸ Oltre allo *stirolo*, possono essere usati anche il *vinile*, il *toluene*, il *metil-metacrilato*, il *diallil-ftalato*, il *triallil-isocianurato*, etc.

Ad evitare che una qualunque forma di energia che arrivi dall'ambiente esterno possa innescare un indesiderato processo di reticolazione della resina prima della sua utilizzazione, vengono aggiunti, assieme allo stirene, speciali composti detti *inibitori*⁹ che hanno la funzione di prolungare la vita della resina assorbendo essi l'energia eventualmente somministrata. Ciò facendo però l'inibitore si decompone in radicali liberi che tendono poi ad iniziare la polimerizzazione. Per questo motivo, le resine fluide hanno comunque un *tempo di conservazione* finito dell'ordine di *6 mesi*. Tale periodo può aumentare qualora la resina venga conservata al riparo da temperature alte e luce.

A causa della presenza delle sostanze inibitrici, al momento dell'uso, occorre aggiungere alla resina un *catalizzatore*¹⁰ o *iniziatore di reazione* che ha lo scopo di decomporle per consentire la completa polimerizzazione. La quantità di catalizzatore è usualmente *inferiore al 2%* in peso della resina. Il processo di polimerizzazione avviene con somministrazione di calore, riscaldando il manufatto in *forno* ad una certa temperatura (oltre 80 °C). È possibile però far avvenire la reticolazione anche alla *temperatura ambiente* mediante l'aggiunta di composti particolari detti *acceleranti*¹¹ o *promotori della polimerizzazione*. La quantità di accelerante utilizzata è tra il *2÷8%* in peso della resina.

Occorre notare che la natura del catalizzatore e dell'accelerante è tale che i due composti mescolati assieme reagiscono violentemente dando luogo ad *esplosioni*. È opportuno quindi versare nella resina prima l'accelerante e poi il catalizzatore al momento dell'uso. Molte ditte forniscono le resine già addizionate dell'accelerante (si parla in tal caso di "*resine pre-accelerate*"), il quale da solo non provoca la polimerizzazione.

Quando la polimerizzazione avviene *a caldo* (oltre gli 80 °C) conviene preparare la resina in anticipo con il solo catalizzatore, a tutto vantaggio della produzione: in questo caso sarà l'energia termica elevata a fare le veci dell'accelerante. Va peraltro tenuto presente che la resina addizionata del *solo catalizzatore* deve venire impiegata *entro le 24 ore*.

Quando si lavora a *temperatura ambiente*, le diverse percentuali di impiego sia di accelerante che di catalizzatore modificano in modo sensibile i tempi di gelificazione e di indurimento, ed in definitiva i *tempi di lavorabilità*, senza influire sulle proprietà del prodotto finale. Va infatti ricordato che il catalizzatore serve solo ad attivare la polimerizzazione di costituenti (catene di esteri insaturi e stirene) già presenti nella miscela liquida.

Ogni produttore di resine indica nelle proprie *schede tecniche* le possibilità di variazione dei tempi di gelificazione e di indurimento in funzione delle percentuali inserite di accelerante e di catalizzatore, nonché delle condizioni ambientali di lavoro.

Nella *stratificazione a mano* con resine poliesteri insature, che viene effettuata a temperatura ambiente, le condizioni ambientali devono essere tali che la *temperatura* non scenda al di sotto di 18÷20 °C e che l'*umidità relativa* non superi il 50÷60%.

⁹ Come *inibitore* viene usato il *para-idrossifenolo* C₆H₄(OH)₂ (anche detto *idrochinone*).

¹⁰ Il *catalizzatore* più comunemente usato è una soluzione al 60% di *metil etil chetone perossido (MEKP)* in *dimetilftalato*.

¹¹ L'*accelerante* è generalmente costituito da una soluzione al 6% di *naftenato di cobalto* (anche detto *ottoato di cobalto*) in *dimetilftalato*.

1.3.1 Tipi di resine poliesteri insature

Le resine poliesteri insature ricoprono un ruolo importante all'interno delle resine termoindurenti in quanto associano facilità di lavorazione ed economicità del prodotto con accettabili caratteristiche meccaniche. Come già rilevato, possono variare in maniera piuttosto estesa la loro composizione di base, potendo così sintonizzare le loro proprietà alle particolari esigenze di impiego. Nel campo nautico si utilizzano *resine poliesteri ortoftaliche* e *resine poliesteri isoftaliche* a seconda che fra i costituenti di reazione ci sia l'acido ortoftalico od il suo isomero acido isoftalico. Le resine ortoftaliche presentano un costo d'acquisto più basso rispetto alle isoftaliche, ma le loro caratteristiche generali sono nettamente più scarse. Le isoftaliche vengono sempre più preferite nell'industria nautica per la loro superiore resistenza all'acqua.

Resina poliesteri ortoftalica. Questo tipo di resina è comunemente nota come resina per usi generali (*general purpose*). Nell'industria diportistica trova ancora una certa diffusione essenzialmente come resina da stratificazione per la costruzione di componenti in cui il minor costo è più importante delle caratteristiche meccaniche generali. La resina ortoftalica ha una scarsa resistenza chimica e può assorbire molta acqua, per cui non è per niente adatta come base di gel coat di protezione delle carene di imbarcazioni. Presenta inoltre una bassa resistenza agli urti, dovuta al fatto che lungo le sue catene poliesteri si hanno molti siti reattivi (in corrispondenza dei doppi legami $C=C$) su cui si innestano i ponti trasversali di reticolazione.

Resina poliesteri isoftalica. La resina isoftalica possiede caratteristiche generali migliori rispetto alla resina ortoftalica. Presenta una maggiore flessibilità, una buona resistenza agli aggressivi chimici ed un ridotto indice di assorbimento d'acqua. Gel coat isoftalici hanno dimostrato di poter resistere bene al *blistering*, ossia alle vescicature causate dall'osmosi sull'opera viva degli scafi. Per queste sue doti, la resina isoftalica viene largamente utilizzata sia come resina da stratificazione sia come resina di superficie (gel coat) nella costruzione di imbarcazioni di medie e grandi dimensioni.

1.4 RESINE VINILESTERI

Le resine vinilesteri sono resine insature aventi struttura molecolare simile alle poliesteri. Vengono preparate facendo reagire un *acido insaturo monofunzionale* (come il metacrilico o l'acrilico) con un *bisfenolo diepossido*¹² (generalmente a base di bisfenolo A). I prodotti di reazione che si formano (bismetacrilati), piuttosto viscosi, vengono diluiti con gli stessi *monomeri reagenti* usati per le resine poliesteri (di solito stirene) e, parimenti a queste, il processo di reticolazione viene attivato per azione di un adatto *catalizzatore*.

Le resine vinilesteri hanno caratteristiche di lavorabilità e facilità di utilizzo simili alle poliesteri insature. Differiscono rispetto alle poliesteri primariamente per il fatto che presentano i siti reattivi (doppi legami $C=C$) solo alle estremità delle catene molecolari da polimerizzare ed inoltre perché hanno una frazione ridotta di *gruppi esteri*¹³ all'interno delle macromolecole (Fig. 1.4).

¹² Il gruppo epossidico o epossido $\begin{matrix} & O & \\ & \diagdown & / \\ & C & - & C & \\ & / & \diagdown & & \end{matrix}$ è un gruppo abbastanza noto in chimica organica che ha la particolarità di essere assai reattivo con svariati composti chimici. Tale reattività è dovuta al fatto che l'anello triangolare, non essendo stabile, può aprirsi facilmente.

¹³ Il gruppo estere che caratterizza le molecole di esteri è così configurato $\begin{matrix} O \\ || \\ -C-O- \end{matrix}$.

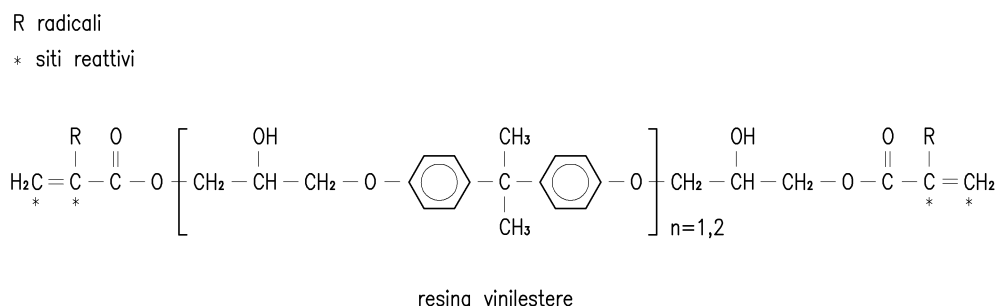


Figura 1.4 — Formula strutturale di una resina vinilestere

Essendo i gruppi esteri suscettibili alla degradazione in acqua per *idrolisi*¹⁴ ed all'attacco di agenti chimici, una minore presenza di tali gruppi fa esibire alle resine vinilesteri una migliore *resistenza all'acqua* ed agli *aggressivi chimici* rispetto alle poliesteri.

La collocazione dei siti reattivi alle estremità fa risultare una minor densità di reticolazione e soprattutto rende disponibile l'intera catena molecolare a ben assorbire i carichi d'urto, il che conferisce alle vinilesteri eccellenti caratteristiche meccaniche, quali *tenacità* e *resistenza a fatica*.

Per queste sue ottime caratteristiche, il vinilestere è particolarmente adatto come resina da stratificazione, soprattutto nelle applicazioni più impegnative, in compositi sia con fibre di vetro sia con fibre aramidiche e/o di carbonio. Inoltre, il basso assorbimento d'acqua e la superiore stabilità idrolitica la rendono adatta pure come resina di superficie: è sufficiente uno strato superficiale di 0.5 ÷ 1.5 mm di gel coat vinilestere per fornire una eccellente barriera impermeabile per resistere al blistering nei laminati marini.

In definitiva, la resina vinilestere viene ad avere elevate doti di resistenza meccanica (in qualche modo fra la poliesteri e la epossidica) ed eccellente resistenza al blistering (paragonabile alla epossidica), sicché può essere usata come sostituta della resina epossidica in tutte quelle applicazioni dove le caratteristiche meccaniche e chimiche dei manufatti sono prerogative da privilegiare, assieme a facilità d'uso e costi. La resina vinilestere è infatti meno costosa di una epossidica, ma è *circa 2 volte* più costosa di una poliesteri.

La sua temperatura di distorsione al calore *HDT* è di oltre 110 °C.

1.5 RESINE EPOSSIDICHE

Le resine epossidiche devono il loro nome alla presenza dei *gruppi epossidici* $\text{>c}^{\text{O}}\text{<c}$ che, immediatamente prima della reticolazione, si hanno alle estremità delle catene molecolari.

La resina epossidica più usata è prodotta attraverso una reazione di policondensazione in ambiente basico (per mezzo di NaOH) fra *bisfenolo A* ed *epicloridina etilenica*. Ciò che si ottiene è costituito da *diepossidi* (polimeri lineari con due gruppi epossidici agli estremi), in genere a basso peso molecolare, che possono presentarsi come liquidi più o meno viscosi (Fig. 1.5).

¹⁴ L'*idrolisi* è una reazione chimica in cui l'acqua è il reagente principale che provoca lo scioglimento di altre sostanze organiche o inorganiche. A causa dell'azione idrolitica, che eleva la concentrazione della soluzione acquosa all'interno di cavità a ridosso del gel coat, si avvia il fenomeno dell'*osmosi* che porta in definitiva al danneggiamento per *blistering* delle superfici bagnate.

Gli induritori possono consentire la polimerizzazione sia a *temperatura ambiente* sia in forno ad *alta temperatura*. In effetti, nella famiglia di resine epossidiche la polimerizzazione può farsi avvenire in un campo molto ampio di temperature, da 5÷150 °C, a seconda dell'induritore usato.

Nel complesso, le caratteristiche meccaniche di un laminato con resina epossidica risultano migliori se la resina vien fatta polimerizzare in forno anziché a temperatura ambiente.

A temperatura ambiente, per variare la velocità di polimerizzazione e conseguentemente i tempi di lavorazione si possono usare particolari induritori denominati di tipo “*lento*” o “*veloce*”. Con alcuni sistemi di resine epossidiche è anche possibile miscelare fra loro gli induritori “*lento*” e “*veloce*” (prestando attenzione alle proporzioni) per ottenere tempi di lavorabilità *intermedi*.

Le proprietà delle resine epossidiche possono essere spiegate alla luce della loro struttura molecolare. Similmente alle resine vinilesteri, troviamo lunghe catene molecolari aventi i siti reattivi (gruppi epossidici) solamente alle estremità; inoltre, al centro della macromolecola si hanno gruppi con anelli benzenici in grado di assorbire sforzi di natura termica o meccanica molto meglio dei gruppi lineari. Tali circostanze rendono la resina epossidica particolarmente *resistente agli urti ed al calore* (è stabile fino a 150 °C). L'assenza di gruppi esteri, poi, conferisce alla resina epossidica una eccezionale *resistenza all'acqua ed agli aggressivi chimici*.

Le notevoli *proprietà adesive*, dovute alla polarità della sua struttura chimica, le superiori caratteristiche meccaniche e di impregnazione rendono la resina epossidica una matrice ideale per molti tipi di rinforzo. Con esse è possibile produrre stratificati con caratteristiche di robustezza e leggerezza irraggiungibili impiegando altri tipi di resina.

Nel campo dei rivestimenti protettivi, le ottime caratteristiche di flessibilità, il maggior potere adesivo, l'assorbimento d'acqua quasi nullo e l'elevata resistenza agli agenti chimici rendono le resine epossidiche praticamente ineguagliabili.

Allo stato puro le resine epossidiche sono degli *adesivi tenacissimi* capaci, per esempio, di sostituire le chiodature per l'unione di strutture metalliche, tant'è che sono significativamente definite “*collanti universali*”.

Le resine epossidiche, allo stato attuale, mostrano le migliori prestazioni fra tutte le resine usate nell'industria nautica, ma l'*elevato costo* (maggiore di una resina vinilestere) e le difficoltà di lavorazione ne limitano di fatto l'uso solo a costruzioni di una certa importanza.

1.6 RESINE FENOLICHE

Le resine fenoliche sono fra le più vecchie resine termoindurenti e vengono preparate per policondensazione di *fenolo con formaldeide*.

L'indurimento può essere promosso o per *apporto di calore* o, a temperatura ambiente, per *azione catalitica*. Se fenolo e formaldeide sono immessi in rapporto 1:1 si producono soltanto catene lineari che non presentano caratteristiche meccaniche importanti, mentre un eccesso di formaldeide avvia pure un processo di reticolazione trasversale che dà maggiore resistenza meccanica.

Durante la reticolazione si formano ponti metilenici¹⁵ ad opera della formaldeide in eccesso e decorre anche un'ulteriore condensazione con formazione di *acqua* (Fig. 1.7). Quest'ultima, rimanendo intrappolata nella massa, produce una struttura spugnosa di bassa tenacità.

Le resine fenoliche sono molto *fragili* sia per la diffusa porosità sia per l'elevata densità di reticolazione presente. Pertanto non sono adatte per importanti impieghi strutturali.

¹⁵ Il *metilene* $-CH_2-$ è un radicale che contiene un carbonio bivalente.

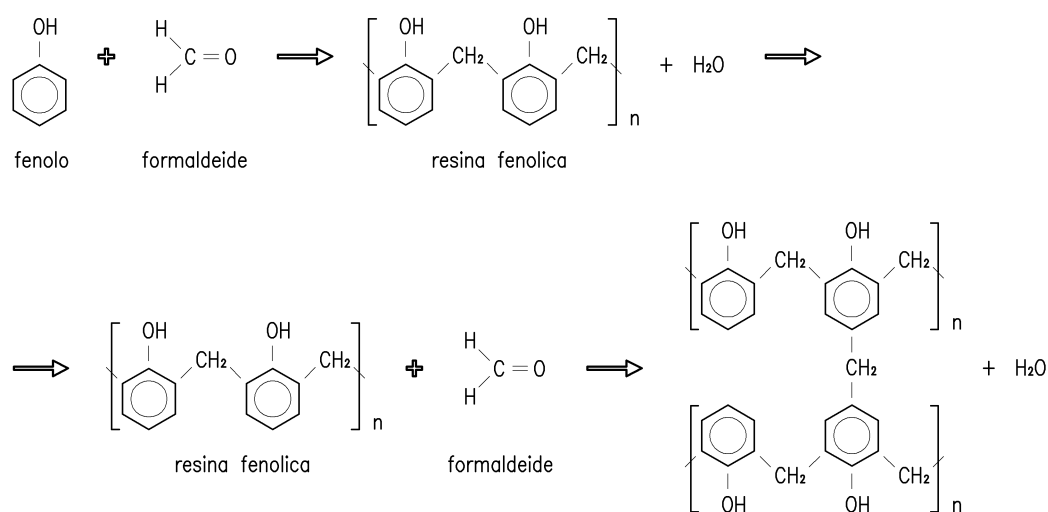


Figura 1.7 — Chimismo di una resina fenolica

La maggiore attrattiva delle resine fenoliche, invece, è dovuta alle loro eccellenti proprietà di *resistenza al fuoco*. Sono infatti dette resine “non-brucianti” perché in caso di incendio non producono fumi tossici e formano sul lato esterno del laminato uno strato di materiale bruciato (“*char*”) che aiuta a prevenire la combustione degli strati interni.

1.7 CONFRONTO FRA SISTEMI DI RESINE PER IMPIEGHI STRUTTURALI

Un’analisi comparativa delle prestazioni offerte dai diversi sistemi di resine, sia pure a livello qualitativo e generale, può essere di aiuto per il progettista di un materiale composito. Cionondimeno è bene tenere presente che le caratteristiche di ciascun sistema di resine possono essere variate enormemente in funzione dei componenti di sintesi adoperati e delle condizioni ambientali d’impiego. È pertanto buona norma fare riferimento, di volta in volta, esclusivamente alle *schede informative* che i produttori di resine forniscono per i loro prodotti.

Fra i sistemi di resine presi in considerazione, l’epossidica possiede in assoluto le qualità meccaniche e chimiche migliori, ma è anche la più costosa e la più difficile da trattare.

Fra gli elementi da considerare nel valutare una resina v’è il *potere adesivo*, che garantisce l’efficacia del trasferimento delle sollecitazioni alle fibre di rinforzo ed in definitiva la possibilità di creare stratificati di buone prestazioni. Il potere adesivo è elevato per le resine epossidiche, si attesta a livelli leggermente inferiori per le vinilesteri, mentre è il più basso nel caso delle poliesteri.

Un altro dato molto significativo per valutare le qualità di un sistema di resine impiegabile nelle costruzioni in composito è quello relativo al valore dell’*allungamento a rottura* che assicura di avere una matrice efficace sino all’ultimo nel trasferire il carico ai rinforzi e che definisce in qualche modo l’attitudine della resina a sopportare urti senza rompersi. La resina poliestere, sottoposta a trazione, è la prima a cedere con un allungamento fra l’1÷3%, la vinilestere si attesta ad un livello decisamente superiore fra il 5÷6%, mentre l’epossidica può raggiungere valori attorno al 7÷8%.

Per i costruttori risulta molto importante anche l'entità del *ritiro volumetrico* durante il processo di polimerizzazione. Tutte le resine subiscono una riduzione di volume durante tale processo: le poliesteri e le vinilesteri subiscono una contrazione relativamente elevata *attorno al 7%*, mentre le epossidiche presentano un ritiro eccezionalmente ridotto a *meno del 2%*. Il ritiro della matrice, a parte i problemi di deformazione che può causare allo stratificato, induce pure notevoli tensioni residue al suo interno che ne riducono le caratteristiche teoriche.

1.8 RESINE DI SUPERFICIE (GEL COAT)

Il *gel coat* costituisce la parte in vista del manufatto e come tale svolge una *funzione estetica e protettiva*. Esso fornisce una finitura superficiale continua, liscia e colorata, inoltre protegge dagli agenti ambientali e dai raggi ultravioletti o, in altri casi, dagli aggressivi chimici.

Senza il *gel coat*, le fibre di rinforzo arrivando in superficie faciliterebbero l'ingresso di acqua per *capillarità*. È assolutamente imperativo quindi assicurarsi che le zone bagnate siano rese il più possibile impermeabili attraverso un opportuno *spessore di gel coat*, e ancor meglio attraverso l'applicazione su di esso di un film di *primer epossidico*, che costituisce allo stato attuale la migliore barriera contro l'acqua.

È necessario che il *gel coat* venga distribuito uniformemente assicurando uno spessore almeno di $0.5 \div 0.8$ mm. Inoltre è bene che lo strato di rinforzo immediatamente a contatto con il *gel coat* sia ben lavorato con rulli frangibolla, sì da non lasciare spazio a *bolle d'aria*, preludio di danni più seri in caso di osmosi. A questo scopo l'esperienza ha dimostrato utile che il *gel coat* venga armato con un leggero *mat di superficie* ($50 \div 150$ g/m²) o comunque con mat aventi grammatura al più di 225 g/m².

Il *gel coat* si presenta come un liquido viscoso ed è costituito da diversi componenti:

- la *resina*, che è la parte preponderante del *gel coat*: è bene che sia della stessa natura della resina usata poi per la stratificazione. In genere si usa *gel coat* isoftalico o vinilestere. Per le carene di imbarcazioni non è ammesso l'impiego di *gel coat* ortoftalico. Il *gel coat* epossidico, a causa della scarsa resistenza alle radiazioni ultraviolette, esposto all'aperto dopo alcuni giorni si sbianca, sfarinandosi leggermente: si tratta solo di una questione estetica, cui si può ovviare verniciando la superficie esterna del manufatto;
- i *pigmenti*, che hanno lo scopo di dare l'effetto colore: ci sono diverse possibilità di scelta tramite le quali è possibile influire anche sulle qualità finali del *gel coat*, come la stabilità allo stoccaggio, la modifica della cinetica di polimerizzazione, la resistenza del colore alla luce, etc.;
- le *cariche*, che sono utilizzate in diversi casi per migliorare le caratteristiche applicative (come, ad esempio, ridurre il ritiro, aumentare la flessibilità, etc.). Il loro impiego è da farsi con qualche attenzione poiché quantità e qualità non idonee possono portare al decadimento delle prestazioni chimico-fisiche del *gel coat*;
- l'*agente tixotropico*, che ha lo scopo di conferire al *gel coat* un'importante caratteristica: viscosità dinamica bassa e viscosità statica alta al fine di evitare gocciolamenti in caso di deposizione su superfici verticali o sopratesta. Il rapporto fra le due viscosità determina l'*indice tixotropico* (orientativamente per il *gel coat* deve essere non inferiore a 3).

Questa caratteristica permette l'applicazione a pennello o a spruzzo con relativa facilità ed in spessore consistente senza colature, in quanto la resina dalla bassa viscosità posseduta quando è in movimento (durante la spruzzatura o la deposizione a pennello) passa immediatamente all'alta viscosità appena ferma sullo stampo. In genere si aggiunge alla miscela *silicio colloidale* sotto forma di scaglie finissime di anidride silicica (SiO_2).

Un gel coat *polimerizzato* deve presentare certe caratteristiche meccaniche particolari nei riguardi della *durezza* e dell'*allungamento a rottura*.

La *durezza* di una resina viene misurata con appositi strumenti manuali chiamati *durometri* (Fig. 1.8). Generalmente la durezza delle resine poliesteri o vinilesteri è data nella *scala Barcol* (Barber-Coleman), mentre per le resine epossidiche viene tradizionalmente usata la *scala Shore D*¹⁶: gli estremi delle due scale vanno da 0÷100. Non esiste alcuna relazione diretta fra le durezza Barcol e Shore D (a titolo comparativo 60 Barcol equivalgono a 80 Shore D).



Figura 1.8 — *Durometri analogici tipo Barcol e Shore*

Il principio di funzionamento dei durometri Barcol o Shore è analogo: il tester viene appoggiato sul campione di cui determinare la durezza; la durezza è definita come la resistenza (letta sul quadrante dello strumento) offerta dal campione alla penetrazione di un puntale di acciaio temprato sotto la spinta di una molla calibrata. Nel durometro Barcol il puntale ha l'*estremità piatta*, mentre nel durometro Shore D si ha una *punta acuta arrotondata*.

Una resina poliesteri o vinilesteri completamente polimerizzata (e quindi almeno 10 giorni dopo la sua applicazione) ha un valore di durezza attorno a 40÷50 Barcol se è una resina rigida, mentre scende a 30÷35 Barcol se è flessibile. Una resina epossidica, invece, può far registrare durezza superiori a 85 Shore D.

La misura della durezza viene a volte utilizzata per verificare in maniera empirica il grado di polimerizzazione di un laminato o di un gel coat.

Il valore dell'*allungamento a rottura* del gel coat, infine, ha interesse per quanto riguarda l'integrità del rivestimento protettivo. È sufficiente che l'allungamento a rottura del gel coat sia superiore, anche se di poco, all'allungamento del laminato che riveste: per il poliesteri, ad esempio, è sufficiente sia almeno il 3%.

¹⁶ Esistono diverse *scale di durezza Shore*, in particolare la *Shore A* viene usata per materiali più morbidi (per esempio, gomme, silicone, etc.), mentre la *Shore D* per quelli più duri.

1.8.1 Fenomeno del *blistering* per osmosi

La presenza di bolle d'aria in prossimità di spessori troppo esigui di gel coat ed in assenza di efficaci vernici impermeabilizzanti favorisce l'innesco del fenomeno dell'*osmosi* che porta alla formazione di vescicature (*blisters*) sull'opera viva degli scafi (Fig. 1.9).

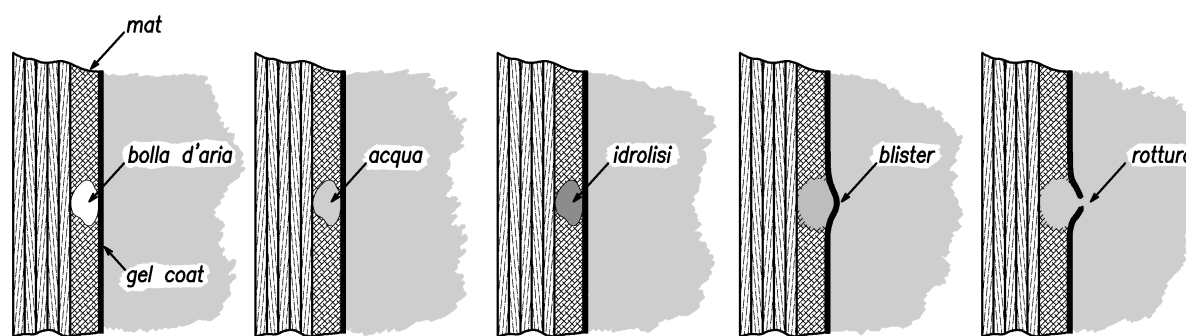


Figura 1.9 — Formazione di blister per osmosi

In questa malaugurata situazione, infatti, il gel coat funge da membrana semipermeabile, consentendo il passaggio dell'acqua all'interno delle bolle. Occupata la cavità, qualora si abbia l'*idrolisi* della resina o di qualsiasi altro materiale presente che sia facilmente idrolizzabile, si viene a creare una soluzione con concentrazione maggiore rispetto a quella dell'acqua esterna.

In presenza di questo gradiente di concentrazione si sviluppa il fenomeno dell'*osmosi* per cui acqua dall'esterno viene richiamata all'interno della bolla al fine di livellare le concentrazioni ioniche. Risultato di questo passaggio è che, in assenza di sfoghi, le vescicature sotto il gel coat, per effetto dell'aumento continuo della *pressione osmotica*, si ingrossano sino a scoppiare.

A questo punto l'*osmosi* termina la sua azione meccanica più consistente, ma continuerà invece l'aggressione chimica per idrolisi attraverso le fessure aperte nel gel coat assieme all'assorbimento d'acqua per capillarità all'interno del laminato.

Al fine di evitare il lento ma continuo deteriorarsi dello scafo, saranno necessari lunghi e costosi *interventi di ripristino* delle zone colpite. In genere si tratterà di molare tutta la superficie di carena per rompere tutte le vesciche presenti ed asportare le zone intaccate dall'idrolisi. A scafo asciutto poi si stuccheranno tutte le cavità, ad esempio con un mastice epossidico, curando di levigare tutta la superficie in modo uniforme. A fine operazione seguirà l'applicazione di diverse mani di vernice epossidica e di antivegetativa.

I RINFORZI

2.1 GENERALITÀ SULLE FIBRE DI RINFORZO

I requisiti richiesti ad una fibra di rinforzo per applicazioni strutturali riguardano essenzialmente esigenze di *resistenza*, *leggerezza* e *stabilità chimica*.

L'elevata resistenza meccanica può essere ottenuta partendo innanzitutto da un materiale che presenti una struttura molecolare con atomi strettamente impaccati e con forti legami di tipo covalente. A causa della contemporanea esigenza della bassa densità, le fibre di rinforzo dovranno essere formate principalmente da materiali dei primi due periodi del sistema periodico degli elementi. Potenzialmente quindi troveremo, fra gli altri, composti del *B*, *C*, *N*, *O* e *Si*.

Attraverso la riduzione in fibra (diametro dell'ordine dei 10 μm) si mira ad ottenere un allineamento dei legami covalenti nella direzione del carico e cioè secondo l'asse della fibra stessa. Inoltre in questo modo si riducono al minimo le dimensioni ed il numero di difetti, quali microintagli o porosità, comunque presenti nel materiale.

L'influenza negativa dei difetti del materiale sulla resistenza meccanica non è dovuta tanto alla riduzione della superficie portante, quanto al fatto che essi costituiscono punti di forte concentrazione delle tensioni da cui possono aprirsi cricche di frattura. È stato valutato, per esempio, che una incisione ideale di appena 1 μm di profondità, in un materiale fragile ne può diminuire la resistenza ad 1/100 del valore teorico. Da qui l'importanza di proteggere opportunamente la superficie esterna delle fibre affinché le successive lavorazioni non incrementino a dismisura la presenza di intagli superficiali.

Le caratteristiche ultime di resistenza a trazione e di allungamento di una fibra vergine (ossia tirata di fresco e non ancora lavorata) costituiscono solo dei riferimenti teorici che non possono essere usati nella pratica in quanto risulterà sempre un degrado, che può arrivare anche a livelli del 50%, dovuto agli inevitabili danneggiamenti microstrutturali che si introducono per sfregamento sulla superficie delle fibre sia durante il processo di tessitura, sia durante la stessa laminazione. Una fibra vergine di vetro E, ad esempio, può avere $\sigma_R = 3300 \div 3600$ MPa con $\varepsilon_R = 4.5 \div 4.8\%$, mentre la stessa fibra normalmente lavorata può presentare $\sigma_R = 1400 \div 2600$ MPa con $\varepsilon_R = 2.5 \div 3\%$. Se, per confronto, consideriamo il vetro in massa, la resistenza a trazione scende ad appena 60 MPa.

I rinforzi impiegati per compositi polimerici possono appartenere alla classe delle *fibre sintetiche inorganiche* (vetro, carbonio) od *organiche* (fibre aramidiche).

I tipi di rinforzo più frequentemente usati in campo navale sono costituiti da fibre di *vetro*, di *carbonio* e da fibre *aramidiche*. Delle tre tipologie di materiale, le fibre di vetro sono le più pesanti con densità $\rho = 2.47 \div 2.60$ g/cm³, all'altro estremo troviamo le fibre aramidiche con $\rho = 1.39 \div 1.45$ g/cm³, mentre le fibre di carbonio hanno densità intermedia fra 1.70 \div 2.15 g/cm³. Alla luce di questi valori di densità divengono particolarmente interessanti le caratteristiche meccaniche *specifiche* (ossia resistenza/massa e rigidezza/massa) di questi materiali rispetto all'acciaio ($\rho = 7.8$ g/cm³) o all'alluminio ($\rho = 2.7$ g/cm³).

Viene prodotta una vastissima gamma di rinforzi per compositi. Nella tabella che segue sono stati riportati degli esempi di fibre al fine di indicare possibili valori di alcune proprietà. Va tenuto presente, in ogni caso, che i valori di resistenza e rigidità riportati sono alquanto indicativi: trattando di fibre, il progettista è bene che agisca con molta cautela circa i valori da assumere per le loro proprietà meccaniche, poiché esse sono fortemente influenzate dalle metodologie adottate per le prove, nonché dal trattamento subito dalle fibre dopo che sono state prodotte (a causa del processo di tessitura, delle condizioni di stoccaggio e delle modalità di laminazione). Pertanto, la variabilità delle proprietà può essere grande persino nell'ambito di fibre dello stesso materiale, se lavorate e trattate in modo diverso.

TIPO DI FIBRA	ρ	E	σ_R	ε_R
	[g/cm ³]	[GPa]	[MPa]	[%]
Vetro E	2.55	72	2400	3.0
Vetro S2	2.50	88	3400	3.5
Carbonio SM (Toray, T300)	1.76	230	3530	1.5
Carbonio IM (Toray, T1000G)	1.80	294	6370	2.2
Carbonio HM (Toray, M40)	1.77	377	4410	1.2
Carbonio UHM (Toray, M60J)	1.94	588	3920	0.7
Kevlar 49	1.45	125	2800	2.8

Per un'utile analisi comparativa con i più comuni materiali metallici usati nelle costruzioni navali non è superfluo, infine, richiamare il fatto che, ad esempio, un acciaio ordinario ha un modulo di Young $E = 206$ GPa ed una tensione di rottura $\sigma_R > 400$ MPa, mentre una lega leggera di alluminio AA 5083-H116 (AlMg 4.5 Mn 0.7) presenta $E = 69.5$ GPa e $\sigma_R > 305$ MPa.

2.2 LE FIBRE DI VETRO

Le fibre di vetro, in produzione industriale dal 1940 circa, costituiscono il rinforzo più largamente utilizzato nella tecnologia dei materiali compositi con matrice plastica per costruzioni navali.

I vetri utilizzati in campo strutturale sono tutti a base di biossido di silicio SiO_2 (*silice*). Essi nascono dalla fusione di sabbia silicea mescolata con altri *ossidi metallici* (quali Al_2O_3 , B_2O_3 , CaO , MgO , Na_2O , K_2O , Fe_2O_3 , ...), in proporzioni tali da conferire al prodotto finale caratteristiche di prestazioni e di lavorabilità peculiari per le varie applicazioni.

In base alle diverse percentuali di ossidi costituenti, si ottengono diverse tipologie di vetro indicate con una lettera che ne sintetizza in qualche modo una loro caratteristica principale. Si avrà così il *vetro A* ("high Alkali"), il *vetro E* ("Electrical"), il *vetro S* ("high Strength") ed il *vetro C* ("Chemical").

Le fibre di vetro, al contrario delle fibre di carbonio e delle fibre aramidiche, sono *isotrope*, ossia presentano le stesse caratteristiche di resistenza e di elasticità sia lungo l'asse della fibra, sia trasversalmente ad esso. Questo comportamento è il risultato della struttura *amorfa*, in cui non si hanno disposizioni preferenziali di alcuna unità molecolare, al contrario di quanto avviene per le fibre di carbonio o le aramidiche.

Vetro A. Il vetro A costituisce il vetro comune utilizzato ad esempio per la produzione di bottiglie e lastre per finestre. Esso presenta una elevata quantità di silice (oltre il 70% di SiO_2) assieme ad elevati tenori di alcali (principalmente Na_2O) e di ossido di calcio (CaO). Non è adatto per applicazioni strutturali di un certo rilievo tecnologico.

Vetro E. Il vetro E è decisamente il più usato nell'industria navale. La sua composizione prevede accanto al biossido di silicio ($\approx 55\%$ SiO_2) importanti contenuti di CaO , Al_2O_3 , B_2O_3 e MgO , mentre la percentuale di alcali (espressa in Na_2O) è estremamente bassa.

Il vetro E nasce originariamente per applicazioni come isolante elettrico (da cui la sigla "E"), ma si afferma anche in campo strutturale per le buone caratteristiche meccaniche, la resistenza alla degradazione in acqua ed il costo di produzione relativamente basso.

La resistenza a trazione per una fibra tirata di fresco può aggirarsi su 3500 MPa, ma un valore tipico per una fibra normalmente manipolata può essere compreso fra $1400 \div 2600$ MPa. Il modulo di Young risulta particolarmente modesto ($E \approx 70$ GPa) e la dilatazione ultima $\varepsilon_R = 2.5 \div 3\%$. Va detto infine che l'allungamento non provoca deformazioni permanenti prima della rottura.

Il coefficiente di espansione termica α per il vetro E vale $5 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ (per confronto, l'acciaio presenta $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, mentre per l'alluminio si ha $23 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$).

Vetro S. Una tipologia di vetro di alte prestazioni strutturali sia in termini di resistenza che di rigidità è il vetro S, la cui composizione prevede $\approx 65\%$ di SiO_2 assieme ad elevate percentuali di Al_2O_3 e di MgO .

Il vetro S presenta rispetto al vetro E caratteristiche meccaniche decisamente migliori: la resistenza a trazione è superiore di circa il 33% ($\sigma_R \approx 4500$ MPa) ed il modulo elastico è superiore di circa il 20% ($E \approx 85$ GPa); anche l'allungamento a rottura ε_R è più alto, attestandosi all'incirca fra $3 \div 4\%$.

Rispetto al vetro E, il vetro S presenta un diametro delle singole fibre circa dimezzato: l'aumento dei filamenti per unità di peso e la maggiore superficie di ancoraggio che viene così a crearsi fra matrice e rinforzo migliora ulteriormente le caratteristiche del prodotto finale.

Per le sue ottime proprietà meccaniche il vetro S viene largamente utilizzato per applicazioni aerospaziali, dove sono richieste elevate caratteristiche meccaniche specifiche, anche alle alte temperature, insieme ad un buon comportamento a fatica. In campo navale le sue applicazioni sono limitate a costruzioni particolarmente prestanti, come rinforzi locali in aree fortemente sollecitate, specialmente in quei casi in cui non è permesso l'impiego di fibre differenti da quelle di vetro a causa di specifiche restrizioni nelle regole di stazza di particolari classi di imbarcazioni.

Le fibre in vetro S ad alte prestazioni, prodotte principalmente negli USA, vengono ad avere un costo da $20 \div 30$ volte maggiore rispetto al vetro E.

Proprietà meccaniche intermedie sono date dal vetro S2 (con tensione di rottura che si aggira su $3100 \div 3400$ MPa), che per ragioni di costo pare abbia preso il posto del vetro S. Analoghi al vetro S2 sono il vetro R di produzione europea ed il vetro T di produzione giapponese.

Il costo del vetro S2 e similari si aggira su $7 \div 10$ volte quello del vetro E.

Vetro C. È un tipo di vetro con particolari doti di resistenza agli attacchi chimici. Il vetro C è usato principalmente come rinforzo per gli strati più esterni di laminati di serbatoi o di tubolature a contatto con agenti chimici aggressivi.

2.3 PRODUZIONE DELLE FIBRE DI VETRO

La produzione delle fibre di vetro comincia con la fusione (a ≈ 1600 °C) dei componenti di base in un forno elettrico sul cui fondo vengono sistemate delle *filiere* realizzate in platino o in leghe platino-rodio.

Le filiere presentano un elevato numero di fori (*oltre 2000*) attraverso i quali il magma fuso fuoriesce per gravità in tanti filetti allo stato pastoso. Questi filetti o *bave* vengono poi stirati in filamenti sottilissimi (in inglese *filament*) mediante avvolgimento su una bobinatrice rotante ad elevatissima velocità (velocità periferica da $55 \div 60$ m/s). La velocità di stiramento calibra il diametro del filamento che può essere compreso fra $4 \div 20$ μm (usualmente attorno ai 10 μm).

Mentre vengono stirati, i filamenti solidificano, anche con l'aiuto di spruzzi d'acqua immessi tra la filiera e la bobinatrice. Sui filamenti solidificati, sempre tramite spruzzatura, si applica un *appretto* (*finish* o *size*), ovvero una particolare sostanza che viene a costituire una finitura superficiale avente diverse funzioni. I componenti dell'appretto possono agire infatti come agenti lubrificanti, come agenti di accoppiamento chimico e come agenti leganti. Esistono diversi tipi di appretto con diversa *compatibilità* nei confronti del sistema di resina utilizzato come matrice, per cui particolare attenzione dovrà essere posta in tal senso.

L'appretto forma una *pellicola lubrificante* che protegge il filamento dalle abrasioni durante le successive fasi di lavorazione, allo scopo di limitare gli intagli superficiali che, come già detto, sono causa di decadimento delle caratteristiche meccaniche. Tale pellicola inoltre migliora la *bagnabilità* delle fibre e quindi ne aumenta la velocità di impregnazione ed in definitiva la facilità di lavorazione.

L'appretto contiene anche un *agente di accoppiamento* che favorisce l'adesione tra fibra e matrice. In altri termini, assolve al compito molto importante di formare un *ponte chimico* che provvede a migliorare il legame all'interfaccia fra vetro inorganico e resina organica.

L'appretto infine può contenere un *agente incollante* (detto *binder*) che facilita l'impaccamento dei filamenti in fasci più grossi. I filamenti, infatti, dopo l'apprettatura vengono riuniti in fasci di *circa 200 unità*, formando il cosiddetto *filato* che verrà poi avvolto su bobine. Il filato costituirà il filo di base dal cui intreccio si otterranno i diversi prodotti di tessitura.

Più in particolare, si potrà avere il *filato semplice* (detto *strand*) composto da filamenti continui e paralleli oppure il *filato ritorto* (detto *single yarn*) costituito da filamenti continui e ritorti.

Si possono avere diversi *titoli di filato*, che variano di solito da $160 \div 4800$ tex.

Il *tex* è l'unità di misura tessile internazionale che indica il *peso in grammi di 1000 m di filo*.

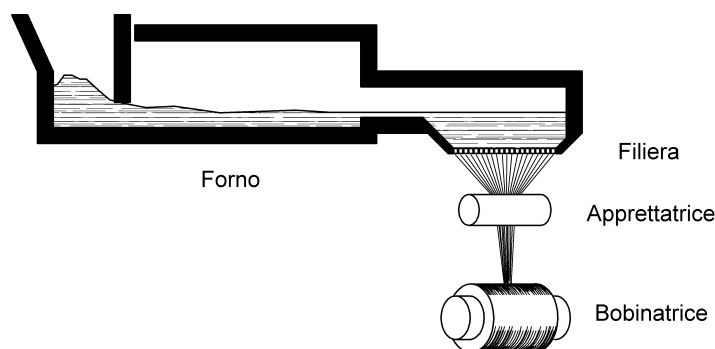


Figura 2.1 — Il processo di produzione delle fibre di vetro

2.4 LE FIBRE DI CARBONIO

Le fibre di *carbonio* sono fibre sintetiche inorganiche ottenute dalla trasformazione ad elevata temperatura di fibre di precursori organici.

Il carbonio in natura può essere organizzato principalmente in tre diverse forme allotropiche¹: *carbonio amorfo*, *grafite* e *diamante*. L'aspetto e le proprietà degli allotropi possono differire molto, ed è in questo che il carbonio offre l'esempio più stupefacente di aggregazione allotropica. Il *carbonio amorfo* nelle sue varie forme (carbone vegetale, minerale, coke) si presenta appunto in uno stato di aggregazione amorfo, ossia disordinato, mentre *grafite* e *diamante* hanno atomi regolarmente ordinati nello spazio secondo particolari reticoli geometrici.

Nella *grafite* gli atomi di carbonio sono disposti in strati paralleli (*piani basali*) in ciascuno dei quali sono organizzati ciclicamente secondo un reticolo piano esagonale: ogni atomo di carbonio è legato ad altri tre con legami covalenti forti nel piano basale, mentre i vari strati, relativamente distanziati, interagiscono mutuamente con legami deboli di tipo Van der Waals; ne risulta dunque una struttura *lamellare*, facilmente sfaldabile. Con riferimento a questa microstruttura si parla di "*crystalliti*" di grafite, in analogia con quanto avviene con i materiali metallici caratterizzati da un vero e proprio reticolo cristallino.

Nel *diamante*, infine, gli atomi di carbonio sono disposti secondo un reticolo tridimensionale simmetrico: ogni atomo di carbonio è legato ad altri quattro atomi a distanze uguali con legami covalenti semplici; essi sono disposti nello spazio in modo da occupare il centro ed i vertici di un immaginario tetraedro.

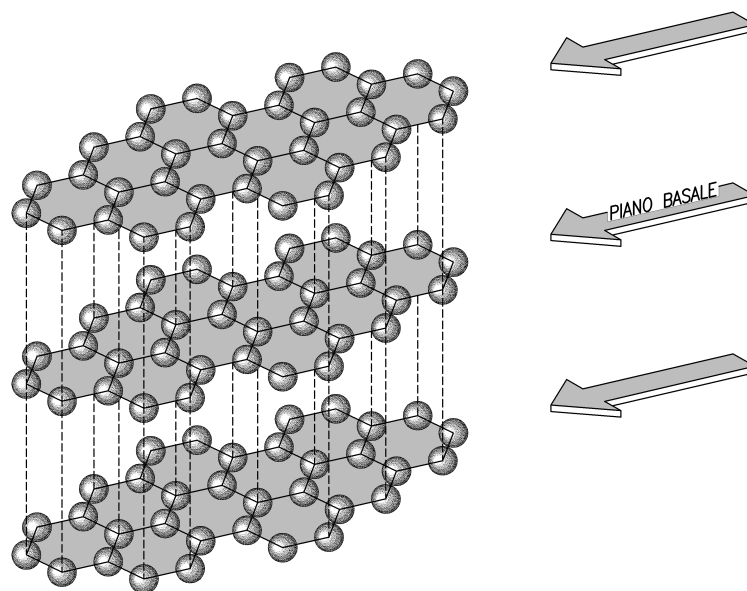


Figura 2.2 — *Cristalliti di grafite*

Le fibre di *carbonio*, prodotte attraverso un sofisticato processo di pirolisi di fibre organiche, sono costituite per almeno il 90% da *carbonio grafite* ed hanno sezioni comprese fra $5 \div 10 \mu\text{m}$.

¹ Quando gli atomi di un elemento si organizzano secondo differenti schemi micrografici si parla di *allotropia*.

Nella preparazione industriale, le materie prime di partenza (*precursori*) più impiegate sono il *poliacrilonitrile (PAN)*, il *rayon* e la *pece di catrame* (residuo della distillazione del greggio).

La pece, ottenuta come prodotto di scarto dell'industria petrolifera, è senz'altro la materia prima più economica, mentre il PAN è la più costosa. Ciononostante, il processo industriale più largamente seguito nella produzione delle fibre di carbonio è basato sul PAN, in quanto questo precursore presenta una *resa* nettamente superiore. La resa, ovvero la percentuale di prodotto ottenuto dalla materia prima di partenza, costituisce infatti un fattore molto importante nella valutazione economica di un processo.

Il processo basato sulla pece di catrame richiede che la miscela di idrocarburi di partenza venga preventivamente trasformata, attraverso un trattamento termico a 350 °C, per ottenere un precursore sotto forma di *pece mesofasica*.

Indipendentemente dal precursore usato, i vari processi di produzione delle fibre di carbonio presentano dei passaggi comuni, che possono essere descritti dalle seguenti fasi:

Filatura – Il precursore viene stirato allo scopo di ottenerne una fibra con le molecole orientate prevalentemente lungo l'asse.

Stabilizzazione – Questo trattamento rende il precursore infusibile per le successive fasi che comportano alte temperature. Esso prevede una ossidazione o reticolazione (cross-linking) del polimero precursore per mezzo di un termoidurimento fatto lentamente a temperature relativamente basse (200÷450 °C), usualmente in aria, mantenendo la fibra sotto tensione meccanica.

Carbonizzazione – Questo passaggio prevede la trasformazione delle fibre di precursore stabilizzato in fibre di carbonio mediante pirolisi. Il processo è condotto in atmosfera inerte (generalmente azoto puro) ad una temperatura fra 1000÷2000 °C. Alla fine di questa fase la fibra ha un contenuto di carbonio fra 85÷95%, già organizzato secondo la struttura esagonale piana tipica della grafite.

Grafitizzazione – Questo trattamento (opzionale) è fatto in atmosfera inerte (argon o azoto) ad una temperatura fra 2400÷3000 °C. In questa fase si incrementa il contenuto di carbonio a più del 99%. Così facendo si aumenta la rigidità (E), a scapito della resistenza (σ_R) che subisce una diminuzione.

Va richiamato il fatto che, in genere, per le fibre così ottenute si usa in maniera intercambiabile il termine “carbonio” o “grafite”. A rigore, le fibre di grafite sono quelle prodotte arrivando alle temperature più elevate con la fase di grafitizzazione, mentre le fibre di carbonio sono quelle prodotte a temperature relativamente più basse, fermandosi alla fase di carbonizzazione.

Per quanto riguarda il comportamento meccanico, si osserva che in conseguenza del forte stiramento a cui è stato sottoposto il precursore iniziale e della tensione di trazione continuamente applicata nelle fasi successive, le fibre ottenute presentano un accentuato allineamento dei cristalliti di grafite nella direzione assiale. Questa disposizione delle molecole giustifica il comportamento spiccatamente *anisotropo* delle fibre di carbonio: nella direzione della fibra si hanno ottime caratteristiche meccaniche in quanto vengono a lavorare i legami forti covalenti degli anelli grafitici, mentre in direzione trasversale, dove agiscono deboli legami di Van der Waals, si hanno caratteristiche estremamente scarse, in particolare si registra una bassissima resistenza a *taglio* a causa della sfaldabilità della struttura lamellare.

Da un punto di vista *teorico*, una fibra di carbonio con struttura perfettamente grafitica presenterebbe un modulo di Young (E) leggermente superiore a 1000 GPa. In pratica, tuttavia, il modulo di Young è circa il 50% del valore teorico nel caso di fibre basate su PAN e può raggiungere l'80% del valore teorico per le fibre basate su pece mesofasica.

La resistenza *teorica* a trazione (σ_R) è stata valutata pari a 180000 MPa, ma nella pratica essa si attesta su valori nettamente inferiori che si collocano nell'intervallo fra 2000÷7000 MPa.

Con riferimento alle potenzialità teoriche, la tensione σ_R presenta valori percentualmente più bassi rispetto a quanto avviene per il modulo E . Questo è dovuto al fatto che, mentre il modulo di Young è determinato principalmente dalla percentuale di struttura grafitica e dal grado di allineamento dei piani basali rispetto all'asse della fibra (indipendentemente dalla densità di microintagli presente), la resistenza a trazione risulta molto sensibile alla presenza di microdifetti dovuti a vuoti, impurezze, inclusioni, etc.

Generalmente, a moduli di Young più elevati corrispondono allungamento ε_R e resistenza σ_R a rottura più bassi. Così, ad esempio, fibre di carbonio “ad alto modulo” con $E \approx 500$ GPa possono avere $\sigma_R < 2500$ MPa, mentre fibre di carbonio “ad elevata resistenza” con $\sigma_R \approx 5000$ MPa presentano $E < 300$ GPa.

La resistenza a *compressione* delle fibre di carbonio è più bassa rispetto alla resistenza a trazione: il loro rapporto può variare da 0.2÷1. In genere le fibre basate su PAN mostrano migliore resistenza a compressione di quelle basate su pece mesofasica.

L'allungamento a rottura ε_R delle fibre di carbonio è in genere estremamente basso, giacché dette fibre non sono adatte a sopportare carichi d'impatto. Come valori indicativi si ha $\varepsilon_R = 0.2\div 0.7\%$ per fibre con $E > 350$ GPa (con i valori più bassi per i moduli di Young estremamente elevati), mentre per fibre con più basso modulo di Young ($E < 300$ GPa) si ha mediamente $\varepsilon_R < 2\%$.

A seconda del precursore da cui si parte e delle modalità di fabbricazione attuate si può ottenere una vasta gamma di fibre di carbonio, diverse sia per caratteristiche meccaniche che per costo.

A grandi linee, le fibre di carbonio vengono raggruppate in funzione del valore del modulo di Young. Si distingue così:

- il carbonio *SM* (*Standard Modulus*) con $E = 160 \div 270$ GPa;
- il carbonio *IM* (*Intermediate Modulus*) con $E = 270 \div 320$ GPa;
- il carbonio *HM* (*High Modulus*) con $E = 320 \div 440$ GPa;
- il carbonio *UHM* (*Ultra High Modulus*) con $E > 440$ GPa;

Le varietà ampiamente più usate sono il carbonio standard SM, che è noto anche come *carbonio HS* (*High Strength*), ed il carbonio IM.

La complessità del processo di produzione delle fibre di carbonio comporta in generale costi alquanto elevati. In particolare, il *costo* di un carbonio HM, che comporta una ulteriore fase di lavorazione (quella di grafitizzazione condotta a temperature estremamente elevate), risulta all'incirca *7÷8 volte* maggiore rispetto ad un carbonio HS. Il carbonio HS, a sua volta, rapportato al comune vetro E può costare *45÷50 volte* di più. Si comprende pertanto come costi di quest'ordine di grandezza giustifichino l'adozione di tali materiali solamente in strutture aeronautiche o aerospaziali che si presentano con valori critici per quanto riguarda il peso; l'uso estensivo in strutture marine è pertanto meno giustificabile. Nel campo navale infatti le fibre di carbonio trovano impiego soprattutto come rinforzo selettivo in *compositi ibridi* assieme a fibre aramidiche o di vetro per scafi ad elevate prestazioni.

In commercio si trovano diverse qualità di fibre di carbonio varianti per caratteristiche meccaniche e trattamenti superficiali subiti al fine di aumentarne la capacità di adesione alle matrici plastiche. L'*adesione* infatti può venire opportunamente innalzata da un valore di circa 30 MPa fino a 75 MPa e con speciali trattamenti superficiali si può arrivare anche a 130 MPa.

Una particolare caratteristica delle fibre di carbonio è rappresentata dal loro *coefficiente di espansione termica* che assume valori molto bassi, leggermente negativi. Come per altre proprietà, anche questa dipende dal processo di fabbricazione e quindi dal grado di grafitizzazione e di orientazione dei cristalliti. Fibre di carbonio UHM, che hanno coefficienti di espansione termica approssimativamente di $-1.4 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, possono essere impiegate per la produzione di compositi in matrice polimerica con espansione termica quasi nulla.

Le fibre di carbonio presentano inoltre una buona *conducibilità elettrica*, e questa caratteristica, a seconda delle circostanze, può essere vantaggiosa o meno.

2.5 LE FIBRE ARAMIDICHE

Con la dizione di *fibre aramidiche* si intende brevemente una classe di fibre sintetiche organiche chiamate per esteso *fibre poliamidiche aromatiche* (in inglese infatti il termine “aramid” è la forma contratta per “aromatic polyamide”).

I prodotti di questa classe sono sicuramente più conosciuti attraverso i loro nomi commerciali, quali *Kevlar*[®] della Du Pont, *Twaron*[®] della Akzo, *Technora*[®] della Teijin, etc. In particolare, il Kevlar è una fibra aramidica avente un diametro di 12 μm , che fu messa a punto dalla DuPont ai primi degli anni ‘70.

In generale le fibre aramidiche sono *estremamente leggere* e per quanto concerne la *rigidezza* possono essere raggruppate in due distinte categorie: quelle in cui il modulo di Young è circa lo stesso come nelle fibre di vetro (60÷80 GPa) e quelle in cui tale modulo è circa il doppio. Con riferimento alle varietà più note della Du Pont, si rileva che il Kevlar 29 rientra nella prima categoria, mentre il Kevlar 49 è nella seconda. Inoltre si osserva che il Kevlar 29 rispetto al Kevlar 49 presenta la stessa resistenza a trazione ed un maggiore allungamento a rottura (la legge costitutiva σ - ε è essenzialmente lineare sino a rottura).

			KEVLAR 29	KEVLAR 49
densità	ρ	[g/cm ³]	1.44	1.45
rigidezza	E	[GPa]	65	125
resistenza a trazione	σ_R^t	[MPa]	2800	2800
allungamento a rottura	ε_R^t	[%]	3.5÷4.0	2.8
coefficiente di espansione termica	α	[$^\circ\text{C}^{-1}$]	$-4 \cdot 10^{-6}$	$-4.9 \cdot 10^{-6}$

La legge σ - ε del Kevlar 29 indica chiaramente la propensione di questa fibra ad assorbire molta energia di deformazione prima di rompersi. Questa caratteristica, indice di elevata tenacità e resilienza, rende queste fibre particolarmente adatte per la costruzione di elementi *resistenti agli urti* o con elevato fattore di *smorzamento delle vibrazioni*. Per contro, il Kevlar 49 (rientrante nella categoria delle fibre aramidiche ad alto modulo di Young) sarà generalmente impiegato nella costruzione di laminati per imbarcazioni.

Altre proprietà, che possono essere importanti in certe applicazioni, sono la bassa *conducibilità termica ed elettrica* e l’alta *capacità termica*, per cui possono essere messi a punto materiali con una stupefacente *resistenza al calore ed alla fiamma* e con eccellenti caratteristiche di *isolamento elettrico*.

Per le fibre aramidiche vanno evidenziati alcuni aspetti negativi. Fra questi, enfasi va data alla loro *scarsa resistenza a compressione*. Infatti, le fibre aramidiche, in conseguenza della loro natura *anisotropa*, hanno una resistenza a compressione di appena il 10÷20% della loro resistenza a trazione. Per questa ragione esse non sono adatte da sole a costituire rinforzo in strutture a guscio, a meno che non vengano *ibridizzate* con fibre di carbonio o di vetro, cui si affida il compito di sopportare i carichi di compressione e di flessione.

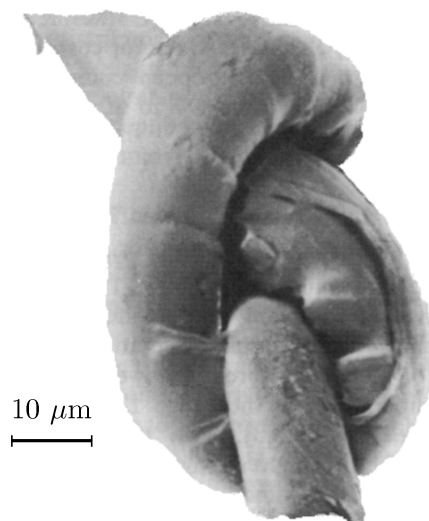


Figura 2.3 — Cedimento per flessione (nelle parti compresse) di una fibra aramidica

Fra gli aspetti negativi delle fibre aramidiche va ricordato che esse tendono a degradarsi se esposte all'umidità ed al sole, a causa della loro elevata *igroscopicità* e *sensibilità alla luce*. In particolare risultano sensibili alle *radiazioni ultraviolette* (UV), la cui energia riesce a rompere i legami chimici all'interno della fibra. Le fibre aramidiche, infatti, se esposte alla luce per un lungo periodo, in seguito all'assorbimento di radiazioni UV, si scuriscono passando dal tipico colore giallo-oro al marrone e nel contempo degradano le loro caratteristiche meccaniche. Pertanto, è sconsigliabile lasciare il manufatto finito con il Kevlar in vista (cioè alla luce), ma è preferibile coprirlo con vernici o con gel coat colorati e opachi.

Per questo stesso motivo viene raccomandato lo *stoccaggio* delle fibre aramidiche in ambienti *molto asciutti*, lasciandole nell'imballaggio originale ermeticamente chiuso, possibilmente lontano da finestre e da lampade fluorescenti.

Il Kevlar presenta un *costo alto* se confrontato con il vetro E (anche *15 volte* maggiore), mentre è circa il doppio in confronto al vetro S2, ma costa meno rispetto ad una qualsiasi fibra di carbonio.

Si trova in commercio preparato in tessuti e stuoie di diverse grammature da 150÷450 g/m².

Per la *laminazione manuale* (*hand lay-up*) si preferisce utilizzare il *tessuto misto a vetro* per ridurre i pericoli di delaminazione fra i diversi strati ed anche per meglio controllare il processo di impregnazione. Il Kevlar infatti, a differenza delle fibre di vetro, non diventa trasparente quando viene bagnato dalla resina, per cui durante la lavorazione si tende erroneamente ad abbondare con la resina in quanto si ha la sensazione visiva come se il materiale fosse restio ad impregnarsi.

2.6 FORME COMMERCIALI DEI RINFORZI

Le fibre di rinforzo sono poste in vendita secondo diverse tipologie, tutte costruite a partire dal filo di base preso in forma di *strand* (*filato semplice*) oppure di *single yarn* (*filato ritorto*).

Di seguito si esaminano le diverse forme disponibili ed il loro specifico campo di impiego.

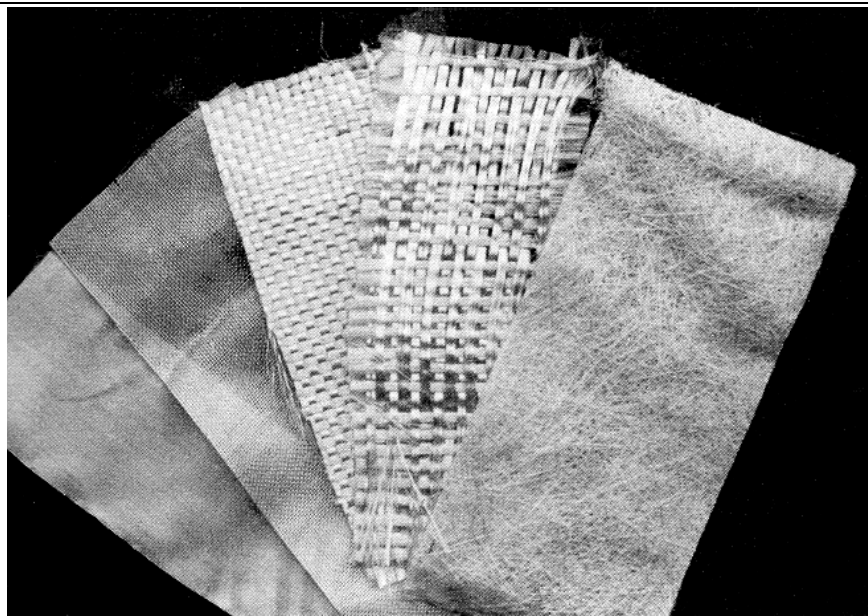


Figura 2.4 — Tipici rinforzi in fibra di vetro

Mat (*feltro*)

È la forma più semplice di rinforzo che si presenta sotto forma di *feltro*. Il feltro non è ottenuto dall'intreccio di filati, ma per semplice adesione della massa fibrosa. Viene commercializzato in rotoli di varia larghezza, lunghezza e consistenza (o *grammatura*, misurata in g/m^2). Normalmente i mat usati come rinforzo negli stratificati vanno da $150 \div 900 \text{ g/m}^2$.

Il mat è commercializzato in due versioni: a *fili tagliati* ed a *fili continui*.

Mat a fili tagliati (*CSM, Chopped Strand Mat*)

Il *mat a fili tagliati* è ottenuto usando *strand* tagliati ad una lunghezza di circa 50 mm. Le fibre corte vengono depositate in modo uniforme sopra un piano, con orientazione che può essere *casuale* oppure *leggermente preferenziale*.

Le lamine ottenute con mat casuale presentano caratteristiche meccaniche mediocri e possono essere considerate isotrope. Il mat ha la proprietà di assorbire molta resina (da 2÷3 volte il peso proprio), pertanto viene utilizzato laddove occorre creare una barriera di protezione chimica, come nel caso degli strati più esterni a contatto con il gel coat, oppure per creare un cuscinetto atto a migliorare l'aderenza delle facce dei rinforzi a stuoia. Il mat interposto fra due strati di stuoie migliora infatti la resistenza alla delaminazione dello stratificato, riducendo anche il grado di anisotropia del complesso.

Va tenuto presente che quei mat le cui fibre sono mantenute assieme da un legante solubile nella resina poliestere da impregnazione non possono essere utilizzati con le resine epossidiche.

Mat a fili continui (*Continuous Filament Mat*)

Il mat a fili continui è ottenuto usando strand continui disposti con orientazione casuale, in strati multipli tenuti assieme da un opportuno legante (*binder*), sì da formare un telo impregnabile con vari tipi di resina. È noto anche col nome commerciale di *Unifilo*[®] dato dalla Vetrotex.

Una caratteristica immediata ed evidente del mat continuo è costituita dalla possibilità di uno slittamento reciproco dei suoi strati durante la fase di costruzione del laminato, sicché è consentito lo stiramento del rinforzo in qualsivoglia direzione senza apprezzabile modifica dimensionale nelle altre direzioni. Questa caratteristica rende il mat a fili continui particolarmente indicato quale rinforzo di manufatti con alta complessità di forma, in quanto garantisce uniformità di spessore e in definitiva uniformità di resistenza del pezzo finito.

Rispetto ad altri tipi di mat, quello a filo continuo consente di raggiungere — a parità di resina e di contenuto di vetro — caratteristiche meccaniche migliori mediamente del 15÷20%.

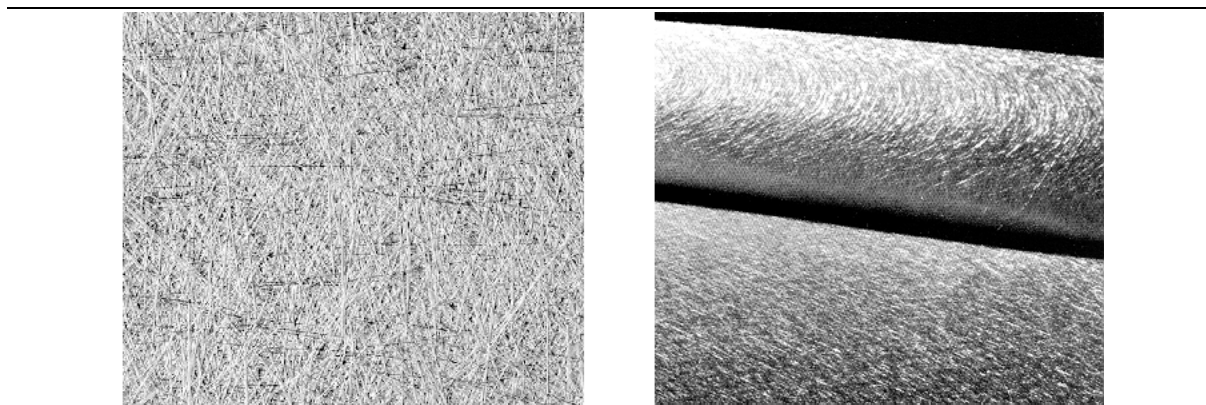


Figura 2.5 — Mat a fili tagliati e mat a fili continui

Mat di superficie (*Surface Mat*)

Si tratta di un feltro a fili continui con orientazione casuale ottenuto con strand aventi titolo (*tex*) molto basso. La loro grammatura va da 50÷150 g/m².

Questo feltro leggerissimo non è da considerarsi come rinforzo meccanico, bensì come rinforzo speciale per armare il gel coat esterno. Grazie al fatto che riesce a trattenere una discreta quantità di resina, uno o due strati di mat vengono applicati direttamente allo strato di gel coat dopo che questo è polimerizzato. In questo modo si realizza un supporto resistente che, oltre ad aumentare la resistenza agli urti del gel coat, è in grado di contrastare gli effetti del ritiro degli strati di rinforzo successivi che danneggerebbero l'aspetto estetico superficiale del gel coat stesso.

Strand tagliati (*Chopped Strands*)

Gli *strand tagliati* si presentano di lunghezza variabile da 3÷50 mm. Essi vengono utilizzati come rinforzo nei pezzi ottenuti per colata o nei mastici di assemblaggio, dove la resistenza meccanica è medio bassa e lo scopo principale è un miglioramento della resilienza.

Strand macinati (*Milled Fibres*)

Oltre agli strand tagliati è disponibile una varietà *macinata* ottenuta dalla macinazione in mulino delle fibre di vetro. In questo caso la lunghezza del rinforzo è di circa 0.2÷3 mm.

Le fibre macinate sono impiegate principalmente per il rinforzo del gel coat, in quanto ne migliorano la resistenza e la durezza superficiale.

Roving

È l'insieme di un certo numero di strand (solitamente da 30÷60) *continui, paralleli e non ritorti*, tenuti in fascio da un legante (*binder*) leggero.

Si presenta in forma di matasse strette, avvolte su bobina, con titolo usualmente compreso fra 300÷4800 tex.

Esistono diverse qualità di roving usate per l'*avvolgimento (filament winding)*, la *pultrusione*, la *centrifugazione* e come elemento da tagliuzzare per la *laminazione a spruzzatura automatica (spray lay-up)* con le macchine gergalmente chiamate "taglio e spruzzo".



Figura 2.6 — Bobine di roving

Yarn

Lo *yarn* è il filo di base costituito dall'insieme di filamenti *continui e ritorti*. In pratica può essere uno strand ritorto (in tal caso si parla di *single yarn*), oppure l'insieme di più strand ritorti e uniti a trefoli (allo scopo di ottenere yarn più pesanti).

Per evitare l'attorcigliamento, nella costruzione del trefolo si uniscono i singoli yarn avvolti in un senso (ad esempio con *torcitura a Z*) con altri avvolti in senso contrario (con *torcitura a S*), sì da formare uno *yarn bilanciato*.

Yarn vengono utilizzati per realizzare tipologie diversificate di rinforzi sotto forma di tessuti, oppure sono usati come fili nella tecnologia di stratificazione "filament winding".

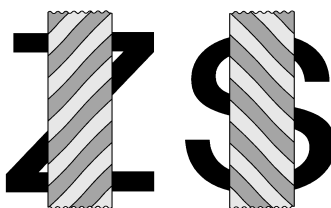


Figura 2.7 — Modalità di torcitura a Z ed a S

Tipi di tessitura

La tessitura è il complesso di operazioni che porta alla produzione di tessuti mediante l'intreccio di filati. In particolare, i fili tesi al telaio, che si estendono nel senso della lunghezza del rotolo, costituiranno l'*ordito* (*warp*), mentre quelli che si intrecciano in direzione trasversale costituiranno la *trama* (*weft* o *fill*).

Ogni varietà di intreccio fra trama e ordito vien detta *armatura*, ed in base ad essa si conferiscono qualità peculiari al prodotto tessile finale. Fra i diversi tipi di armatura, i più importanti in campo strutturale sono le armature tela, panama, diagonale e raso (Fig. 2.8).

L'*armatura a tela* (*plain weave*) è la più semplice, con fili di trama e ordito che si intrecciano alternativamente nel rapporto 1:1. Si ottiene così un prodotto simmetrico, senza rovescio, con le fibre alquanto serrate che ne rendono difficile la drappeggiabilità. L'alto grado di piegatura subito dalle fibre conferisce alla tela proprietà meccaniche relativamente basse se confrontate con prodotti ottenuti con altri schemi di tessitura. Inoltre, la presenza di "buche" in corrispondenza delle numerose intersezioni trama-ordito costringe ad usare quantità di resina relativamente più grandi, a svantaggio delle proprietà meccaniche globali del laminato. L'armatura a tela tende a non essere usata con filati molto pesanti (alto tex) a causa dell'eccessiva piegatura che verrebbero a subire le fibre.

L'*armatura panama* (*basket weave*) è fondamentalmente come l'armatura a tela, eccetto che 2 o più fibre di ordito si interlacciano alternativamente con 2 o più fibre di trama. Il rapporto fra trama e ordito può essere simmetrico o meno, sicché è possibile avere armature 2×2, 5×4, 8×2, etc. La tessitura panama è più piatta e quindi più forte rispetto alla tessitura a tela. Può essere usata su prodotti molto pesanti, fatti con filati grossi, al fine di evitare eccessive piegature delle fibre.

L'*armatura diagonale* (*twill weave*) prevede che l'ordito si intrecci con la trama secondo lo schema 2/1 (due sopra e uno sotto) oppure 2/2 (due sopra e due sotto), spostando la legatura ad ogni battuta diagonalmente di un filo. Questo produce come effetto delle evidenti nervature oblique. Rispetto alla tela, il twill è più drappeggiabile (può essere distorto facilmente), ha una superficie più liscia con ridotte piegature delle fibre e proprietà meccaniche leggermente migliori.

L'*armatura a raso* (*satén weave*) è fondamentalmente una armatura diagonale modificata per produrre minori intersezioni interlacciate fra trama e ordito. Il filo di ordito effettua una legatura e poi sormonta un certo numero di fili di trama. Il numero di *harness*² usato nella designazione (tipicamente 4, 5 e 8) è proprio il numero di fili di trama sormontati più quello interlacciato dall'ordito, ovvero è il numero di fili che costituisce il modello base che si ripete nello schema di intreccio. Il punto di legatura si sposta in maniera regolare, ottenendo lo stesso numero di harness nelle due direzioni di tessitura. In inglese, le più usate armature raso vengono dette *4-Harness Satén (Crowfoot)*, *5-Harness Satén* e *8-Harness Satén*. Questo tipo di armatura, avendo i punti di legatura distanziati opportunamente uno dall'altro, lascia vedere da una parte del tessuto prevalentemente l'ordito e dall'altra la trama. Il raso si presenta estremamente liscio, con un grado di drappeggiabilità molto elevato: più elevato è il numero di harness, maggiore è la drappeggiabilità, ma minore risulta la compattezza del tessuto. Le lievi piegature delle fibre danno buone proprietà meccaniche al prodotto finale (con il raso 8-harness, ad esempio, si tenta di approssimare lo stesso rapporto resistenza-peso dei rinforzi unidirezionali).

² La traduzione italiana di *harness* è *liccio*. I licci sono gli elementi dei telai per tessitura aventi la funzione di alzare o abbassare i fili dell'ordito per consentire il passaggio della navetta che porta il filo di trama, realizzando così il voluto disegno di armatura.

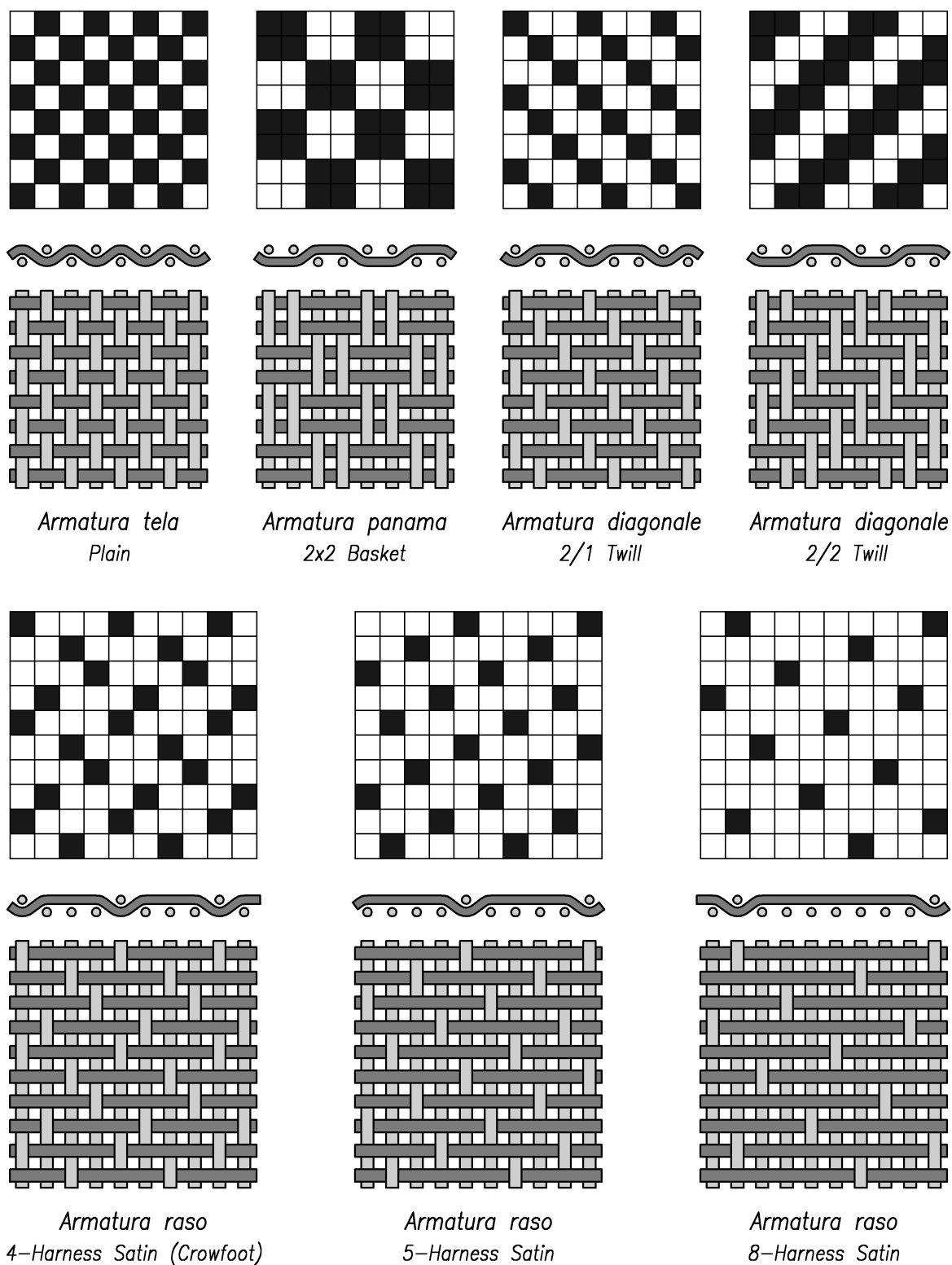


Figura 2.8 — *Tipi di armature tessili*

Stuoia (*WR, Woven Roving*)

La *stuoia* si ottiene dalla tessitura del roving (ovvero di filati semplici, non ritorti).

Per la produzione delle stuoie vengono quindi utilizzate le tecniche proprie dell'industria tessile, secondo i tipi di armatura già esaminati.

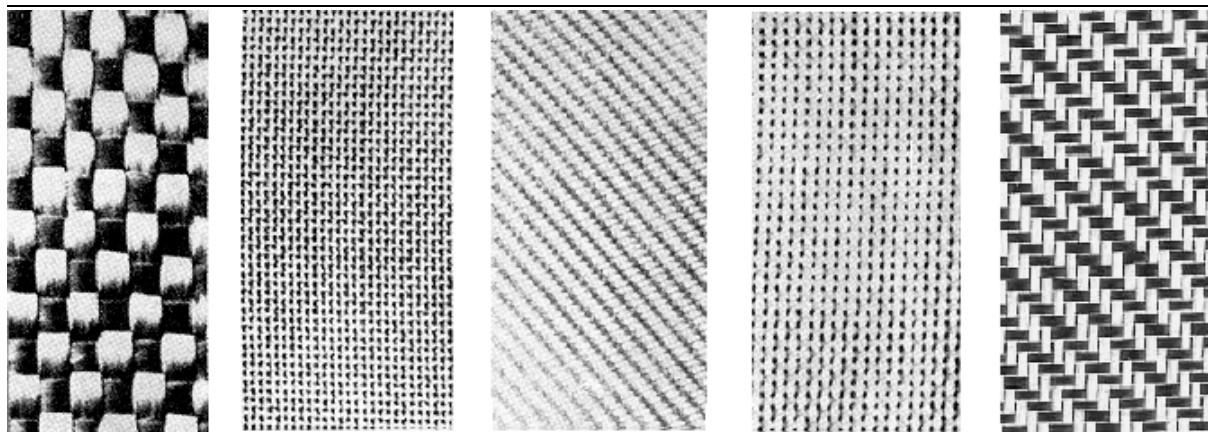


Figura 2.9 — *Differenti tipi di stuoie*

Il rinforzo a tessitura diagonale è usato per forme difficili in quanto può essere facilmente distorto ed allungato. Il rinforzo a tela, invece, è generalmente usato per parti non strutturali, poiché le fibre intessute, come si è visto, risultano alquanto indebolite dai difetti superficiali introdotti dalle forti piegature durante il processo di tessitura.

Trama e ordito possono avere lo stesso tipo di roving o meno. Quando le fibre sono distribuite in maniera approssimativamente uguale fra le due direzioni del rinforzo si parlerà di stuoia di tipo *bilanciato*. Se invece le fibre non sono disposte in egual misura fra trama e ordito si hanno stuoie cosiddette in forma *preferenziale* o *direzionale*, in questo caso il 60÷90% delle fibre è posta in una delle due direzioni. Infine, se le fibre sono disposte prevalentemente in una direzione (in misura superiore al 90%) si parlerà di stuoie *unidirezionali*.

Le stuoie costituiscono il rinforzo più comune per la costruzione di scafi mediante *laminazione manuale* o *automatica*.

La grammatura delle stuoie può variare da 200÷900 g/m², con spessori corrispondenti che vanno da 0.5÷1.2 mm. Eccezionalmente, per grandi manufatti, il peso può arrivare a 2000 g/m² e persino a 4000 g/m². In questi casi però è richiesta l'impregnazione della stuoia per mezzo di un laminatoio affinché la resina penetri in maniera efficace nel rinforzo nel giusto rapporto stabilito, senza inutili eccessi.

Unidirezionale (*UD, Uni-Directional reinforcement*)

I rinforzi unidirezionali hanno le fibre orientate in una sola direzione. Al fine di permetterne la manipolazione ed il posizionamento, le fibre longitudinali sono tenute assieme da una fibra di *trama non strutturale*, oppure da una *leggera cucitura* con strand di vetro o nylon nella direzione trasversale, od ancora tramite *striscioline di carta* incollate sempre trasversalmente.

Vantaggio principale degli unidirezionali è quello di poter realizzare componenti di grandi dimensioni con fibre continue disposte in maniera razionale, in base alle esigenze strutturali richieste.

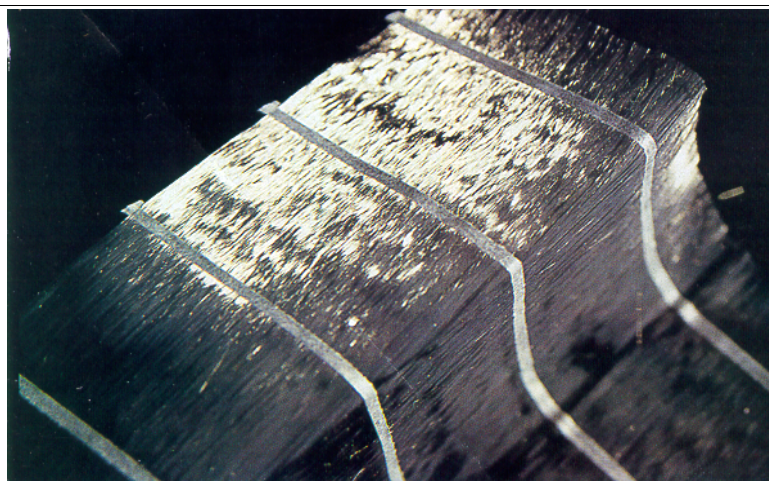


Figura 2.10 — *Unidirezionale in fibre di carbonio*

Stuoie non-tessute (SF, Stitched Fabric)

Si tratta di un prodotto ottenuto dalla sovrapposizione di due o più unidirezionali, tenuti assieme mediante cucitura. A seconda del numero di unidirezionali utilizzati si parla di *non-tessuti biassiali* (per esempio disposti a $\pm 45^\circ$), *triassiali* ($\pm 45^\circ/0^\circ$), *quadriassiali* ($\pm 45^\circ/0^\circ/90^\circ$) o genericamente *multiassiali*.

I non-tessuti multiassiali sono generalmente utilizzati in manufatti di grandi dimensioni, quando si vuole laminare con una sola operazione più strati con differenti orientazioni.

Quando si usano i non-tessuti, essendo la loro superficie abbastanza liscia, si può omettere di interporre lo strato di mat per incrementare l'adesione e prevenire la delaminazione.

Stuoie accoppiate (Aramat[®], Rovimat[®])

Aramat[®] è il nome commerciale di un prodotto della francese Chomarat dato ad un particolare rinforzo ibrido che associa, cuciti assieme, una stuoia in fibre aramidiche ed uno strato di mat in fibre di vetro (senza legante chimico). Il prodotto si presenta con egual volume dei rinforzi vetroso e aramidico. La stuoia, inoltre, è bilanciata fra trama e ordito.



Figura 2.11 — *Lato stuoia e lato mat di un rinforzo tipo Aramat*

Rovimat[®] è il nome commerciale di un particolare prodotto della Chomarat e costituito da una stuoia (woven roving) di fibre di vetro e da uno strato di mat cuciti assieme (senza leganti chimici). All'incirca, la stuoia costituisce il 70% in peso ed il mat il 30%.

Esistono *rovimat* con grammature da 1200 g/m² (costituiti da una stuoia da 800 g/m² ed un mat da 400 g/m²), ma anche più pesanti da 1900 g/m² (stuoia da 1300 g/m² e mat da 600 g/m²).

È molto usato perché permette di risparmiare tempo nelle fasi di laminazione. Inoltre è un rinforzo molto adatto ad essere resinato meccanicamente con macchine impregnatrici.

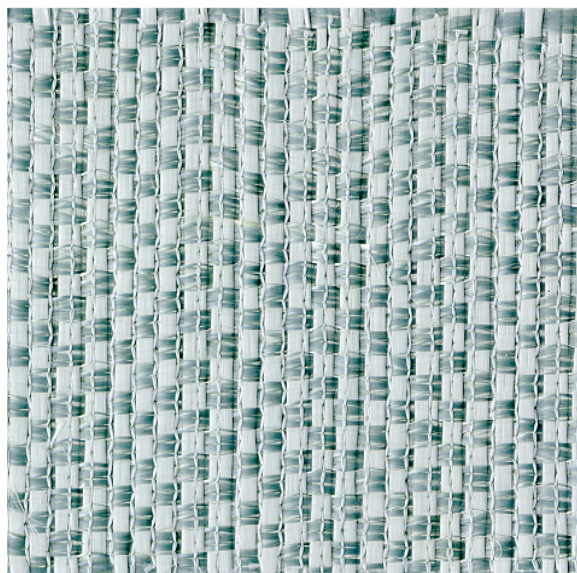
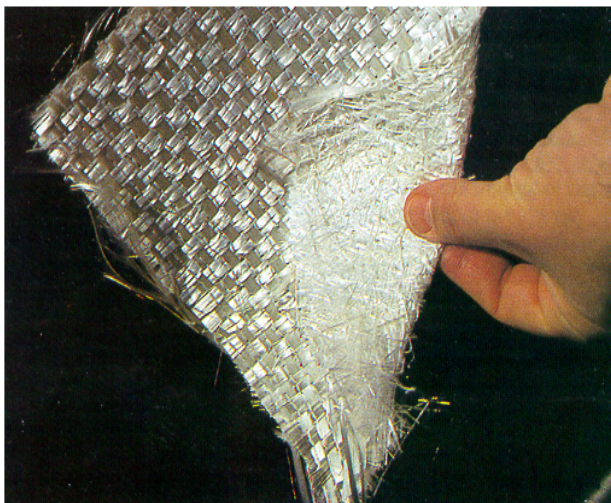


Figura 2.12 — *Rovimat*

Stuoia “double face” (*Spun Woven Roving*)

È una speciale stuoia, disponibile nelle grammature 950–1400–1900 g/m² in rotoli larghi 1200 mm, ottenuta intessendo roving a fili *lisci* in una direzione e roving a fili *arruffati* nella direzione ortogonale. Si ottiene così una stuoia con dei *riccioli sporgenti*, soprattutto da un lato, aventi la stessa funzione del mat nell’armare la resina interstrato, ma con risultati superiori nei riguardi della resistenza alla delaminazione.

I laminati ottenuti con queste stuoie hanno ottime caratteristiche meccaniche, anche se leggermente inferiori a quelle ottenibili con stuoie normali di pari consistenza, ed eccellenti doti di resistenza agli urti, alla delaminazione e alla fatica.

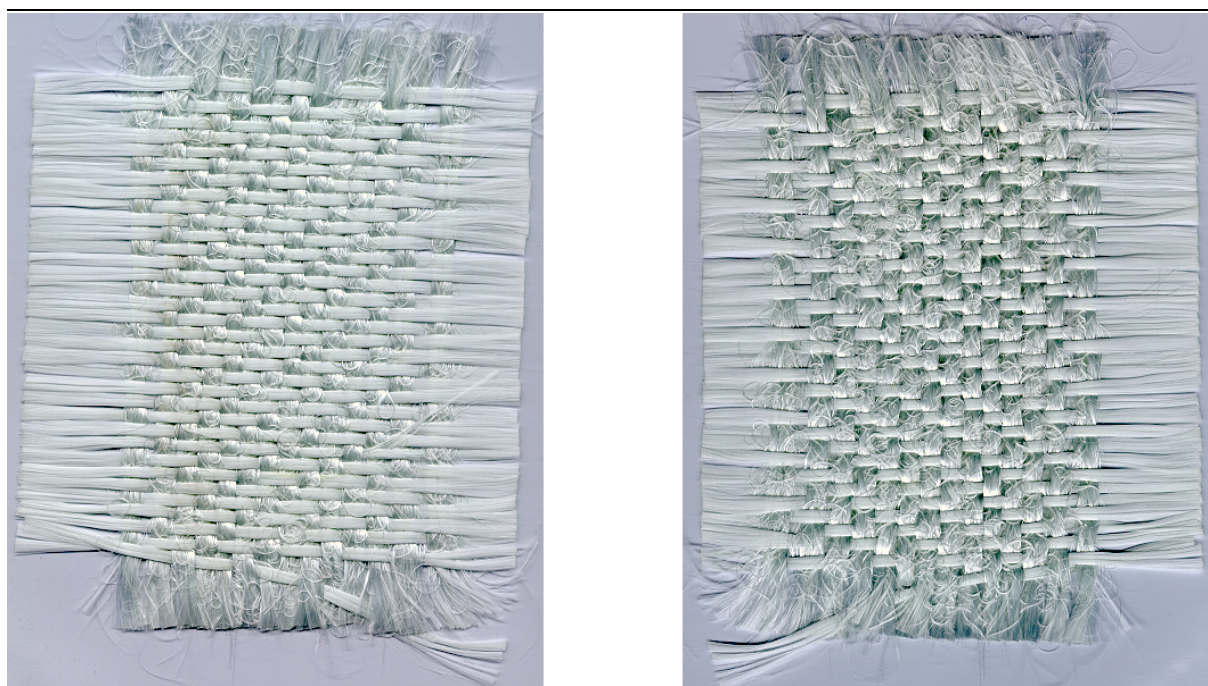


Figura 2.13 — *Double Face*

Tessuto (*Cloth*)

Il *tessuto* propriamente detto è ottenuto a partire dall’intreccio di yarn. In esso dunque i filati di base, a differenza delle stuoie, risultano ritorti.

Le tecniche di tessitura sono analoghe a quelle viste per le stuoie. Pertanto anche i tessuti vengono catalogati in funzione del tipo di armatura usata (tela, panama, diagonale, raso, etc.), del rapporto fra trama e ordito (tessuti *preferenziali* o *bilanciati*) e della consistenza. La grammatura può variare da 50÷400 g/m², con spessori che vanno da 0.15÷0.5 mm.

Rispetto alla stuoia, il tessuto risulta più costoso poiché utilizza filati più lavorati. I tessuti sono raramente usati come rinforzo strutturale nella stratificazione degli scafi. Possono trovare impiego soprattutto per gli strati superficiali nelle aree esposte dello scafo o delle sovrastrutture in quanto ne migliorano l’aspetto estetico.

2.7 MATERIALI D'ANIMA PER STRATIFICATI SANDWICH

2.7.1 Il principio del sandwich

Il concetto che porta alle strutture a sandwich parte dal prerequisito di costituire un componente strutturale di alte prestazioni e comunque, per quanto possibile, leggero. In quest'ottica, si predispongono all'esterno due pannelli monolitici o laminati, le cosiddette *pelli* (*skin*), che hanno il compito di assorbire prevalentemente le tensioni estreme di flessione, mentre nella parte centrale si predispose un'*anima* (*core*) leggera che, distanziando le pelli, assicura un elevato momento d'inerzia complessivo. In altri termini, si ottiene, a scapito di un lieve aumento di peso, una struttura di notevole resistenza e rigidità flessionale.

Il materiale dell'anima, se da un lato risulta poco sollecitato dalle tensioni normali di flessione, dall'altro deve far fronte essenzialmente alle tensioni tangenziali da taglio. In tal senso, quando si usano materiali d'anima macroscopicamente omogenei (come la balsa o gli espansi polimerici) il parametro fisico su cui ci si basa per superare la verifica a taglio sarà la *densità* del materiale impiegato. In altre soluzioni più sofisticate si ricorre all'inserimento fra le pelli di una adeguata diaframmatura (*shear web*) avente lo scopo di assorbire principalmente le sollecitazioni taglianti. Molto significativa è l'analogia che associa una struttura a sandwich con la sezione a **I** di una *putrella*. Quest'ultima trave, notoriamente, è molto efficiente nei riguardi della flessione composta, infatti: le piattabande sono efficaci nei confronti del momento flettente, mentre l'anima assorbe principalmente l'azione del taglio (Fig. 2.14).

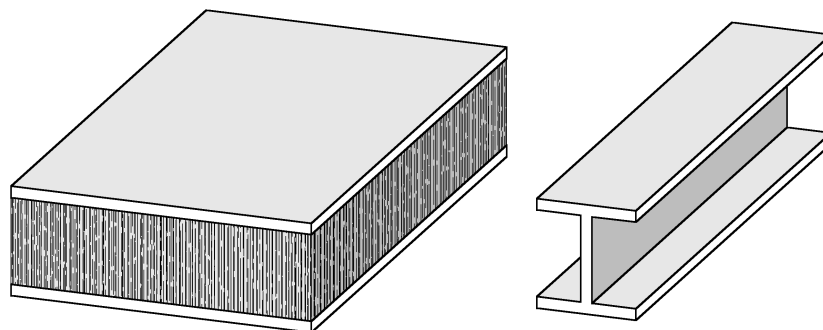


Figura 2.14 — Analogia fra sandwich e putrella

La scelta dell'anima dovrà essere fatta confrontando primariamente diversi tipi di materiale sulla base della loro resistenza a taglio e del modulo di elasticità tangenziale, caratteristiche che in genere sono proporzionali alla densità del materiale.

L'anima, inoltre, dovrà essere abbastanza rigida in direzione dello spessore al fine di prevenire lo schiacciamento che, avvicinando le due facce esterne, farebbe registrare un rapido decremento della rigidità flessionale. Contestualmente, in tal modo, si evita che le pelli esterne si deformino eccessivamente sotto l'azione di carichi concentrati che agiscono normalmente al loro piano.

Il materiale d'anima può essere scelto oltre che in funzione degli aspetti strutturali anche sulla base delle caratteristiche di *isolazione termo-acustica*. In particolare, il materiale cellulare dell'anima contribuisce a migliorare il comfort a bordo in quanto riduce drasticamente il cosiddetto "effetto tamburo" tipico delle costruzioni in stratificato semplice.

Un altro aspetto da considerare per valutare le prestazioni di un sandwich è quello dell'efficienza dell'*incollaggio* delle pelli all'anima: se vien meno, vengono a mancare i presupposti per un corretto funzionamento statico delle diverse parti componenti. Va posta dunque la massima attenzione per evitare che bolle d'aria, polvere, tracce di grasso o umidità siano causa di scarsa aderenza, causando inneschi di delaminazione. Per facilitare l'operazione di incollaggio delle pelli all'anima esistono in commercio prodotti *adesivi pastosi* di varia natura (poliesteri, vinilesteri ed epossidici), cui spesso si associa la tecnologia del *sacco a vuoto* ed eventualmente l'uso dell'*autoclave* per garantire una pressione uniforme su tutta la superficie.

Durante la stratificazione, dopo aver predisposto la pelle esterna su uno stampo femmina, prima che questa polimerizzi completamente, si stende uno strato di pasta adesiva e su questa si premono i blocchi di espanso o di balsa. In questa fase non è possibile vedere se l'anima è ovunque perfettamente a contatto con il laminato sottostante. Per ottenere il totale contatto, oggigiorno è spesso usata la tecnica del sacco a vuoto. A tal fine si predispose sull'anima un tessuto traspirante e su questo si stende il film in nylon che costituisce il cosiddetto "sacco". Il film viene sigillato ermeticamente sui bordi con del mastice biadesivo e, dopo aver installato la valvola con il tubo di suzione dell'aria, con una pompa si crea il vuoto. L'aria interna viene così rimossa e allo stesso tempo l'anima viene premuta uniformemente contro la pelle esterna. Il sacco viene lasciato in opera sino a quando si completa la polimerizzazione. In seguito, la stratificazione della pelle interna prosegue senza grossi problemi, in quanto le lamine intrise di resina risultano sufficientemente sottili da far intravedere eventuali bolle d'aria intrappolate fra uno strato e l'altro.

Si possono individuare differenti tipologie di anima per i sandwich, tra le più comuni si hanno:

- anime corrugate
- anime in espanso
- anime a struttura alveolare
- anime in legno

I materiali d'anima più comuni utilizzati nelle costruzioni di imbarcazioni comprendono il legno di balsa, gli espansi in PVC e in SAN ed i nidi d'ape in carta aramidica.

2.7.2 Anime corrugate

Le anime corrugate rappresentano sistemi strutturali in cui la resistenza a taglio del sandwich è conseguita grazie all'inserimento di setti (*shear web*) colleganti le due pelli. I setti possono essere ottenuti per corrugazione di un laminato ovvero possono essere dei diaframmi fra loro indipendenti. Lo spazio fra un setto e l'altro può essere riempito con espanso.

2.7.3 Anime in espanso

Le resine espanse sono costituite da polimeri sintetici. Esistono in commercio innumerevoli varietà di espansi di differente composizione chimica e con differenti proprietà fisiche e meccaniche. Per la loro formazione il polimero viene combinato con un *agente schiumogeno* che provoca, attraverso un processo di espansione della massa, la formazione di piccole cavità, le cosiddette "cellule" (*cell*), in seno alla matrice. Agendo sui parametri di controllo del processo (principalmente pressione e temperatura) si realizzano prodotti con diverse *densità*, cui corrispondono diverse caratteristiche fisiche e meccaniche.

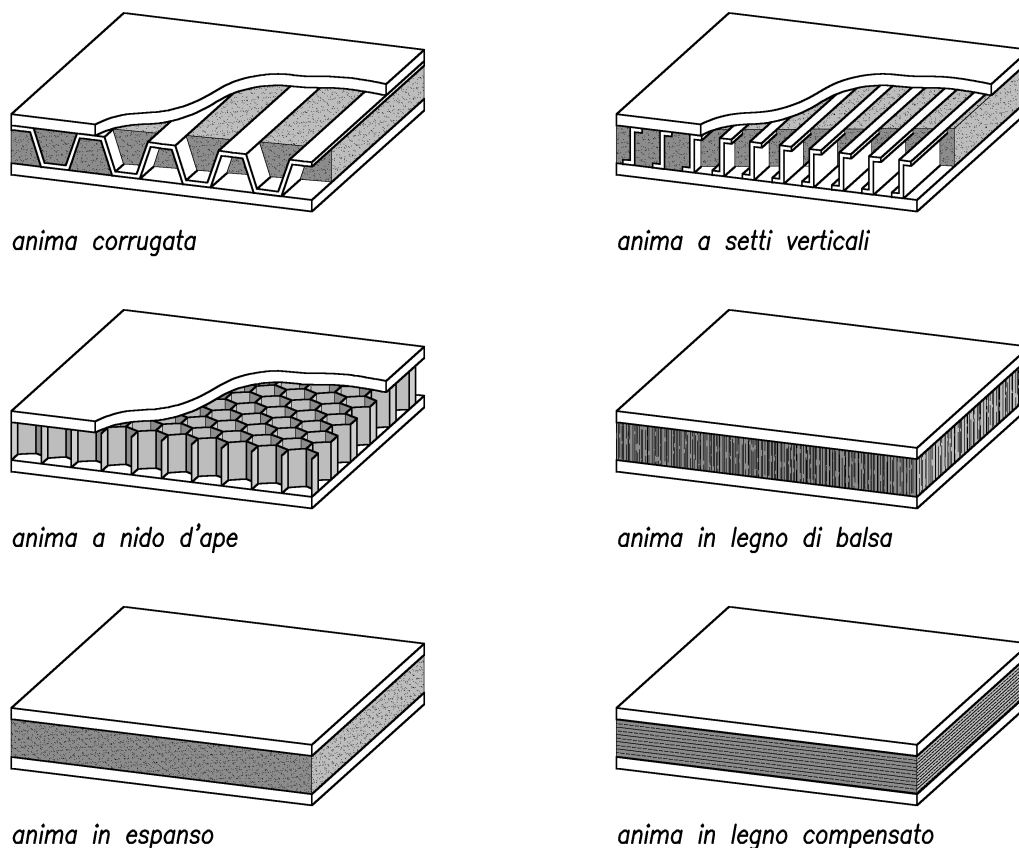


Figura 2.15 — Esempi di differenti tipologie di anima per strutture sandwich

PVC (polyvinylchloride)

Le anime espanse in PVC (polivinilcloruro) sono costruite combinando un copolimero polivinilico con stabilizzatori, plastificanti, composti reticolanti e agenti schiumogeni. La miscela viene riscaldata sotto pressione al fine di iniziare il processo di polimerizzazione e immersa in vasche di acqua calda per controllare l'espansione sino alla densità voluta. Il prodotto che si ottiene ha una struttura a "cellule chiuse", con diametro delle celle che può variare da 0.25÷2.5 mm (per confronto, le strutture tubolari della balsa hanno mediamente diametro di 0.03 mm). La struttura a celle chiuse comporta i vantaggi di avere un basso assorbimento di resina all'atto della stratificazione e di impedire che infiltrazioni d'acqua, durante l'esercizio, possano compromettere la funzionalità del manufatto.

Gli espansi in PVC hanno un comportamento *termoplastico*, proprietà che può essere sfruttata in certi casi per meglio sistemare i pannelli d'anima sugli stampi. Per una più facile adattabilità su forme curve, sono disponibili in commercio pannelli con *incisioni parziali* sulle facce (per circa 2/3 dello spessore) oppure in configurazione *quadrettata*, ossia con blocchetti tenuti assieme su una tela di supporto. Le incisioni sulle facce dell'anima tornano utili anche nel processo di trasferimento della resina per *infusione* in quanto fungono da canali di alimentazione per la resina stessa, mentre nelle laminazioni a mano nei solchi di incisione possono essere convogliate eventuali bolle d'aria, sì da non creare zone lenticolari di non adesione fra pelle e anima.

In funzione del grado di reticolazione trasversale presente, gli espansi in PVC si distinguono nelle due varietà seguenti:

- il *cross-linked PVC* (CL-PVC);
- il *linear PVC* (L-PVC).

CL-PVC (cross-linked PVC)

Il cross-linked PVC è un prodotto altamente reticolato, che si presenta come un espanso rigido e piuttosto fragile (se piegato troppo si rompe). Esibisce una elevata resistenza e rigidità, sia in situazioni statiche che dinamiche, e una buona stabilità sino a 80 °C.

Un problema che si può presentare con certi tipi di CL-PVC riguarda l'incompatibilità chimica con alcune resine epossidiche. In questi casi, se l'espanso non viene specificamente trattato, si possono avere incollaggi insufficienti.

Il PVC reticolato è tipicamente usato per ponti, sovrastrutture, fondo, fianchi, paratie e transom. È disponibile un'ampia gamma di densità che va da 30÷400 kg/m³, ma nel settore navale le densità più comunemente usate rientrano nell'intervallo 80÷160 kg/m³ e, in ogni caso, non si scende in genere sotto i 60 kg/m³. Esempi di espansi in CL-PVC sono il *Divinycell*[®] *H* e il *Klegecell*[®] *R*, entrambi commercializzati dalla Diab Group, l'*Airex*[®] *C70* e l'*AirLite*[®] della Baltek Corporation.

L-PVC (linear PVC)

Il linear PVC presenta catene lineari non reticolate trasversalmente, talché risulta molto flessibile, potendo sperimentare significative deformazioni senza rompersi.

In confronto con gli espansi in PVC reticolato, i PVC lineari presentano proprietà di resistenza e rigidità meno favorevoli, ma il comportamento ai carichi impulsivi è migliore. Grazie alla loro elevata tenacità i PVC lineari sono utilizzati tipicamente in aree dove sono prevalenti forti carichi d'impatto, come ad esempio sul fondo e sui fianchi delle imbarcazioni.

Alcuni inconvenienti nell'uso di questi espansi riguardano la *stabilità alle alte temperature* e la suscettibilità all'*attacco dello stirene*. Infatti, lo stirene delle resine poliesteri e vinilesteri usate per incollare le pelli del sandwich può infiltrarsi nell'espanso, inibendo così la polimerizzazione della resina da un lato e danneggiando l'anima dall'altro.

Il prodotto leader in L-PVC è l'*Airex*[®] *R63* della Baltek Corporation che viene prodotto in tre densità diverse: 60-90-140 kg/m³.

SAN (styrene acrylonitrile)

L'espanso SAN è un materiale d'anima relativamente nuovo. Un tipico prodotto commerciale di questa natura è il *Core-Cell*[®] ideato dalla ATC Chemicals Corporation. Fondamentalmente, il SAN combina le caratteristiche di tenacità e duttilità del PVC lineare (come l'*Airex R63*) in una gamma di densità simile a quella disponibile per il PVC reticolato (come il *Divinycell H*), si va infatti da 55÷210 kg/m³ per il tipo utilizzato nelle applicazioni standard.

Rispetto al PVC lineare, l'espanso in SAN non presenta i problemi dovuti all'attacco dello stirene, né quelli relativi alle alte temperature (in particolare non presenta fenomeni di "outgassing" che possono comportare rigonfiamenti del sandwich). Il SAN, inoltre, è facilmente termo-formabile, il che minimizza i tagli e le giunzioni in presenza di forme piuttosto complesse. Per le loro ottime caratteristiche di tenacità, gli espansi in SAN risultano ideali per le anime di strutture a sandwich soggetti a carichi di slamming e di fatica.

PU (polyurethane)

Il *poliuretano espanso* è una resina solida di materiale alveolare, con buona resistenza a compressione alle densità più elevate. Presenta però la tendenza ad essere *friabile*, specialmente le versioni a minore densità, e a deteriorarsi col tempo. In effetti, a causa della scarsa resistenza alle sollecitazioni di fatica a taglio, la densità di queste schiume in impieghi strutturali non dovrebbe scendere al di sotto di 95 kg/m^3 . Nella pratica attuale, il poliuretano, come materiale d'anima strutturale, è stato quasi completamente rimpiazzato dalle resine espanse in CL-PVC.

Grazie alla struttura microcellulare, gli espansi poliuretanicici sono usati per lo più come *isolanti termici* ed *acustici* in applicazioni non soggette a sollecitazioni significative, oppure come *materiale di spinta* in applicazioni in cui la schiuma viene prodotta in loco.

Le schiume poliuretanicche possono essere prodotte in densità che vanno da $35 \div 300 \text{ kg/m}^3$.

EPS (expanded polystyrene)

Il *polistirene o polistirolo espanso* (EPS) è un materiale rigido, di peso ridotto, a celle chiuse. Grazie alla sua bassa densità ($10 \div 40 \text{ kg/m}^3$) risulta ottimamente efficace come *isolante termico*. L'EPS non viene usato in applicazioni strutturali, ma può essere impiegato come *materiale di riempimento o di spinta*. Va prestata attenzione al fatto che il polistirene può essere attaccato dalle resine poliesteri.

Schiume acriliche PMI (polymethacrylimide)

Per *schiume acriliche* si intendono le resine espanse a base di PMI. Un tipico prodotto di questa specie è commercializzato dalla Rhom Tech col nome di *Rohacell*[®]. La caratteristica di maggior attrazione di questo materiale è la sua capacità di sopportare elevate temperature di curing (polimerizzazione), sino a $180 \text{ }^\circ\text{C}$, cosa che lo rende interessante per l'utilizzo con preimpregnati che saranno polimerizzati in forno.

Un aspetto negativo da considerare nell'uso degli espansi acrilici riguarda l'*assorbimento di umidità*, che, in materiali non sigillati, può arrivare sino al 9% del peso. Si possono avere gravi problemi in produzione con schiume non sufficientemente secche: con certi tipi di resina (contenenti isocianato) l'umidità può portare persino alla decomposizione dell'espanso.

Schiume sintattiche

Le *schiume sintattiche* sono ottenute impastando *microsfere cave* di vetro con resina epossidica, e rappresentano un particolare tipo di composito leggero usato come anima per sandwich. A differenza delle tradizionali schiume espanse, dunque, i vuoti all'interno del materiale sono ottenuti non attraverso un processo chimico-fisico promosso da un agente espandente, ma tramite la miscelazione della matrice plastica con particelle cave aventi un diametro $\approx 70 \text{ }\mu\text{m}$ e spessore di parete $\approx 0.6 \text{ }\mu\text{m}$. Il prodotto viene classificato come "schiuma" perché a tutti gli effetti il suo comportamento meccanico è molto simile a quello dei tradizionali espansi.

2.7.4 Anime a nido d'ape

Il nido d'ape (*honeycomb*) è costituito da un reticolo di cellette affiancate fra loro con una struttura simile a quella di un alveare. Le celle possono avere forme diverse, ma la forma senz'altro più comune è quella esagonale.

I nidi d'ape sono disponibili in molteplici varietà di materiale. I più comuni per applicazioni strutturali sono costituiti da *leghe di alluminio* o sono a base di *carta aramidica* trattata con resina fenolica; per particolari applicazioni, in strutture non altamente caricate, si può ricorrere anche a *polimeri termoplastici*.

Le strutture a nido d'ape, a seconda della loro natura, si possono costruire con metodi diversi:

- per *corrugamento*
- per *espansione*
- per *estrusione*

Nel processo per *corrugamento* si parte da fogli pre-corrugati che vengono incollati insieme, sovrapposti l'uno all'altro, a formare un blocco unico. Una volta che l'adesivo ha fatto presa, si tagliano dal blocco i pannelli alveolari dello spessore voluto. Questo processo viene usato soprattutto per costruire nidi d'ape metallici ad elevata densità di celle (celle piccole).

Nel processo per *espansione* si parte da sottili fogli lisci che vengono incollati l'uno sull'altro, secondo linee di colla parallele e sfalsate di mezzo passo su fogli alterni. I fogli così accatastati vengono posti sotto una pressa riscaldata affinché l'adesivo polimerizzi. Dal blocco liscio così formato vengono tagliate delle strisce di larghezza pari allo spessore voluto per l'anima del sandwich. Il pannello alveolare verrà poi ottenuto tirando la striscia nella direzione del suo spessore sino ad ottenere la forma di celle desiderata. Il nido d'ape in alluminio, infatti, è generalmente fornito sotto forma di striscia di lamelle incollate fra loro, che vanno tirate in situ per formare la struttura d'anima.

I nidi d'ape in *carta aramidica*, universalmente noti con il nome commerciale di *Nomex*[®] dato dalla Du Pont, sono costruiti con il processo di espansione, incollando opportunamente diversi fogli di carta aramidica e tirandoli poi delicatamente sino a formare un blocco alveolare di parecchi decimetri di spessore. In seguito, mantenuto in questa forma espansa, il delicato blocco di carta viene dapprima immerso in una vasca di *resina fenolica*, quindi lo si lascia sgocciolare ed infine viene posto in forno per la polimerizzazione. Una volta che la resina è indurita, il blocco avrà sufficiente resistenza per poter essere affettato allo spessore finale richiesto per i pannelli d'anima. Le fibre aramidiche e la resina fenolica danno un prodotto dalla eccellente resistenza al calore, grazie alla quale possono essere realizzate strutture sandwich destinate a polimerizzare ad alte temperature, sia in forno che in autoclave. Questo materiale presenta elevate proprietà meccaniche, bassa densità (varia da 30÷50 kg/m³) e buona stabilità a lungo termine. Il Nomex viene spesso associato all'uso di resine epossidiche, che per il loro elevato potere adesivo scongiurano i possibili rischi di delaminazione delle pelli.

I nidi d'ape a base di *polimeri termoplastici* sono usualmente prodotti per *estrusione*. Il prodotto estruso viene poi affettato per ottenere i pannelli d'anima dello spessore desiderato. Le anime fatte in materiale termoplastico sono leggere e presentano peculiari proprietà. Il loro principale svantaggio è costituito dalla difficoltà di ottenere una buona adesione interfacciale fra anima e pelli, nonché dalla relativamente bassa rigidità. Questi tipi di anime trovano scarse applicazioni in strutture altamente caricate, ma vengono sfruttate per le loro caratteristiche di leggerezza e costo in semplici pannelli d'interno. I più comuni polimeri termoplastici utilizzati sono l'*ABS* (a base di Acrilonitrile, Butadiene e Stirene), il *policarbonato*, il *polipropilene* ed il *polietilene*.

Nei nidi d'ape, la forma delle celle influenza le proprietà meccaniche e le operazioni di lavorazione. La forma standard è quella *esagonale* più o meno regolare, ma si producono pure honeycomb di tipo “*over-expanded*” (ultraespanso) a cella *rettangolare* oppure a forma *esagonale allungata* (Fig. 2.16). Il vantaggio delle anime a celle ultraespanso è la maggior flessibilità del pannello, utile durante la costruzione di sandwich leggermente curvati.

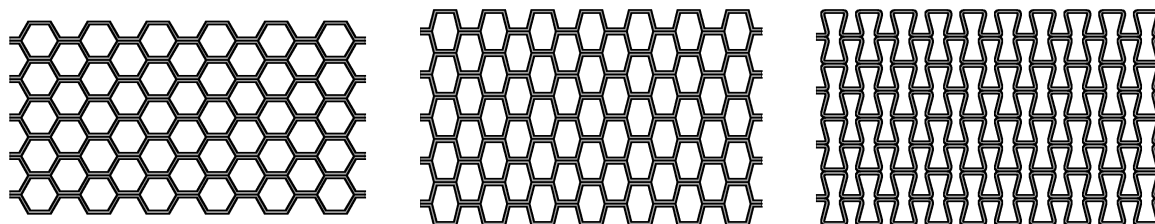


Figura 2.16 — Possibili configurazioni delle celle: esagonale (sinistra), ultraespansa (centro), con coefficiente di Poisson negativo (destra)

Un aspetto da tener presente nel piegare pannelli di grosso spessore è la risposta deformativa nel piano ortogonale a quello di flessione. Ad esempio, nelle anime a celle esagonali, che presentano un coefficiente di Poisson positivo, si ha un effetto *anticlastico* (curvature χ_x e χ_y di segno opposto) che porta ad un leggero insellamento del pannello nel piano ortogonale a quello di flessione. Già nelle anime a celle ultraespanso questo effetto è meno sentito, mentre sono stati ideati nidi d'ape con celle di forma speciale, tale da presentare un coefficiente di Poisson negativo, si da far registrare un comportamento a flessione di tipo *sinclastico* (curvature χ_x e χ_y dello stesso segno), si confronti la Fig. 2.17.

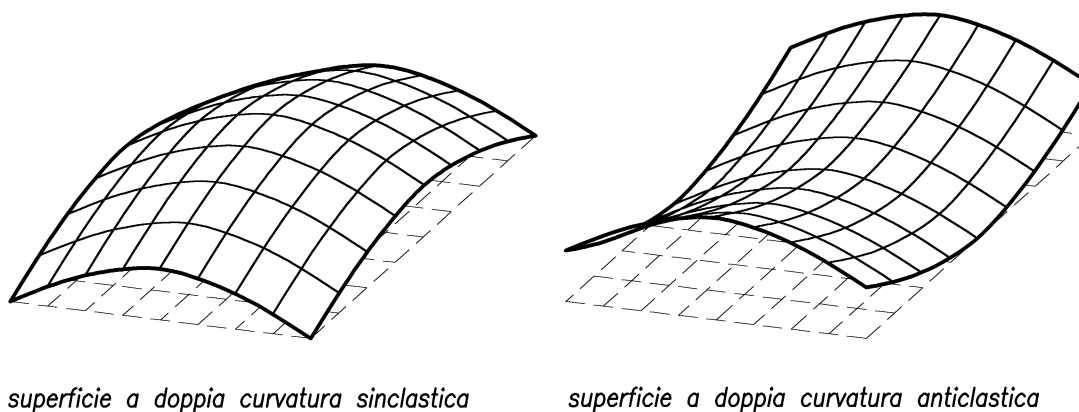


Figura 2.17 — Classificazione di superfici a doppia curvatura

Le proprietà meccaniche dei pannelli d'anima alveolari dipendono dalla natura del materiale impiegato, dalle dimensioni delle celle e dallo spessore delle pareti. Inoltre, nelle strutture ottenute per corrugamento o per espansione, a causa delle presenza di *pareti doppie* nei tratti incollati delle lamelle, si hanno risposte diverse a seconda della direzione considerata nel piano.

Tipicamente si indicano con L , W e T rispettivamente la direzione nel senso della lunghezza della striscia di lamelle incollate, la direzione di espansione della striscia e la direzione normale al piano del pannello (Fig. 2.18).

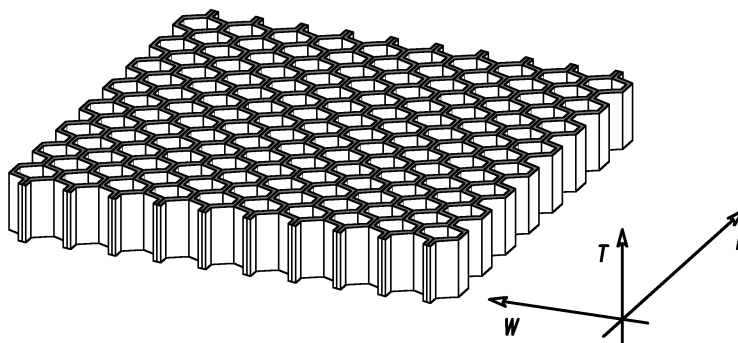


Figura 2.18 — *Direzioni di riferimento per le anime a nido d'ape*

I nidi d'ape permettono di costruire stratificati rigidi e molto leggeri, ma a causa della loro piccola area di incollaggio si è costretti ad usarli quasi esclusivamente con sistemi di resine ad elevato potere adesivo (quali ad esempio le resine epossidiche). Affinché si possa ottenere una efficace adesione tra pelli ed anima del sandwich, al cosiddetto “bond layer”, si usa inserire a diretto contatto con il nido d'ape un sottile strato di mat ben imbevuto di resina con lo scopo di creare dei cordoni d'angolo (*fillet*) attorno al bordo esagonale di ogni cella (Fig. 2.19). In certi casi, le celle possono essere riempite con schiume rigide, ottenendo così una maggiore area di incollaggio, un miglioramento delle proprietà meccaniche (grazie alla stabilizzazione delle pareti) ed un aumento dell'isolazione termo-acustica del complesso.

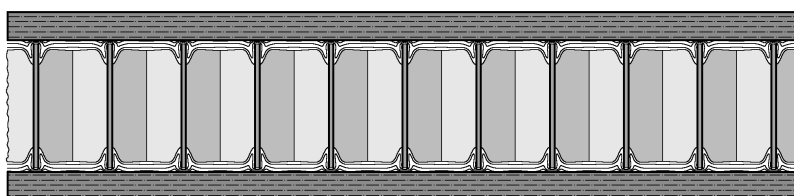


Figura 2.19 — *“Fillets” formati con il mat interposto fra pelle e nido d'ape*

Le anime a nido d'ape presentano eccellenti proprietà meccaniche: altissima rigidità in direzione perpendicolare alle facce ed i più elevati rapporti rigidità a taglio/peso e resistenza a taglio/peso fra tutti i materiali d'anima disponibili.

I materiali delle anime a struttura alveolare sono stati sviluppati ed usati primariamente per applicazioni aerospaziali. Nel settore nautico, il nido d'ape in alluminio va impiegato con attenzione a causa dei problemi di *corrosione* che la lega usata presenta se viene a contatto con l'acqua di mare. Inoltre, a contatto diretto con pelli in fibra di carbonio si può aggravare il fenomeno della corrosione galvanica, essendo i due materiali conduttori di elettricità.

In generale, va tenuto presente che la struttura a celle aperte dei nidi d'ape è suscettibile di infiltrazioni d'acqua che possono portare a degradazione dei collegamenti.

Un difetto del nido d'ape di alluminio è quello di non avere una “memoria meccanica” in caso di impatto. Infatti, in un sandwich con pelli laminate in FRP (Fibre-Reinforced Plastic) il nido d'ape si deformerà dopo l'urto in maniera irreversibile, mentre la pelle in plastica fibro-rinforzata, essendo resiliente, ritornerà indietro nella posizione originale. Si può così produrre un'area in cui la faccia risulta distaccata dall'anima, con grave nocumento per le proprietà meccaniche della struttura.

Un altro aspetto da considerare nell'adozione di questi materiali riguarda il *costo*, che risulta particolarmente elevato per i nidi d'ape in carta aramidica, infatti: posto 1 il costo unitario del legno di balsa, il nido d'ape di alluminio e le resine espanse in PVC e in SAN hanno costo pari a 2, mentre il Nomex sale di 4÷5 volte.

2.7.5 Anime in legno

Balsa

Il legno di *balsa* è fra le essenze più leggere conosciute al mondo.

La balsa (nome scientifico *Ochroma pyramidale* od *Ochroma lagopus*) è un albero della famiglia *Bombacaceae* nativo dell'Ecuador, diffusamente coltivato nella fascia subequatoriale americana che si affaccia sull'oceano Pacifico. È una pianta a crescita molto rapida, che è pronta per l'abbattimento in soli 4-5 anni (Fig.2.20).



Figura 2.20 — Albero di balsa (*Ochroma pyramidale*)

Il legno di balsa utilizzato nella costruzione di sandwich è quello a venatura fine (*end-grain balsa*), caratterizzato da una struttura alveolare dei canali linfatici simile ad un nido d'ape (Fig.2.21), con cellette di “diametro” attorno ai $30\mu\text{m}$.

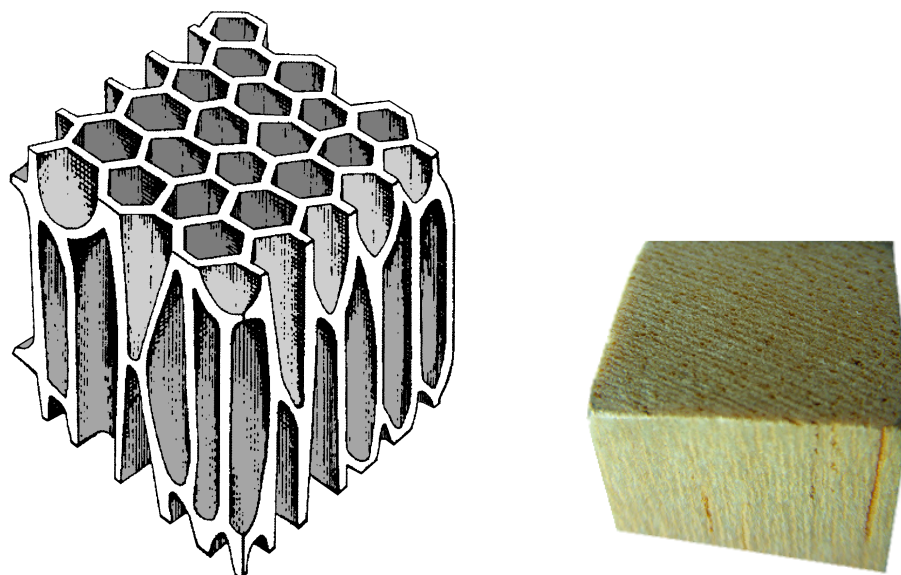


Figura 2.21 — Struttura alveolare naturale del legno di balsa

È disponibile in forma di *pannelli rigidi* (con spessori fino a 100 mm) per la costruzione di strutture piane, oppure in forma *quadrettata* (con blocchetti di spessore da $3\div 50$ mm incollati su supporto in tela) particolarmente adatta per strutture con superfici curve.

La balsa viene disposta con le venature in direzione ortogonale alle pelli, conferendo al sandwich una notevole resistenza alle sollecitazioni di compressione localizzate. La resistenza locale agli urti è molto buona, poiché gli sforzi vengono efficacemente trasmessi ad entrambe le pelli.

La Diab Group commercializza una balsa a venatura fine chiamata *ProBalsa*[®] nelle tre densità $90\text{-}155\text{-}220\text{ kg/m}^3$. Anche la Baltek Corporation produce balsa nelle densità $105\text{-}155\text{-}250\text{ kg/m}^3$, inoltre seleziona un tipo di balsa particolarmente leggero chiamato *SuperLite*[®] che può arrivare a 80 kg/m^3 . Per la balsa il costo aumenta col diminuire della densità, in quanto il lavoro di selezione del legno risulta più oneroso.

Intrinsecamente, il *peso* costituisce uno svantaggio della balsa rispetto ad altri materiali d'anima. E questo aspetto è ancor più accentuato dal fatto che questo prodotto, se non preventivamente trattato, può assorbire una gran quantità di resina durante la laminazione. Per queste ragioni, l'uso della balsa è normalmente ristretto a strutture che non presentano esigenze particolari riguardo al peso oppure che sono in aree su cui agiscono forti sollecitazioni locali.

La balsa offre inoltre una buona *isolazione acustica e termica*. Nei riguardi del *calore*, il materiale non si deforma ed in caso di incendio carbonizza lentamente offrendo protezione alla pelle non direttamente esposta al fuoco.

Come tutte le anime in legno, il materiale se non viene ben protetto con la resina è suscettibile di essere attaccato dall'umidità, con conseguenti danneggiamenti per rigonfiamento, distacco e marcescenza. Per questo motivo la balsa non è indicata per strutture in acqua, mentre viene ampiamente adoperata sopra al galleggiamento, specialmente nella costruzione di ponti.

Cedro

Il cedro rosso americano dell'ovest (*Western Red Cedar*), nome scientifico *Thuja plicata*, è originario delle coste sul Pacifico dall'Alaska alla California. È un'essenza non resinosa, di colore marrone rossiccio, con venatura diritta e grossolana, moderatamente tenera e facile da lavorare, con densità fra 350÷390 kg/m³.

Nelle costruzioni marine, il cedro rosso è talvolta usato come materiale d'anima sotto forma di pannelli lamellari, con listelli incollati fra loro ed aventi le venature disposte *parallelamente* alle pelli. Se i listelli sono disposti a $\pm 45^\circ$ danno notevole rigidezza torsionale al sandwich.

Legno compensato

Il legno compensato (*plywood*) può essere menzionato fra i materiali d'anima per sandwich in quanto viene impiegato come rinforzo locale, in sostituzione degli espansi in zone ove agiscono forti azioni concentrate. Serve dunque a migliorare la resistenza a compressione della struttura, evitando il ricorso ad espansi ad alta densità decisamente più costosi. In questa ottica, il legno compensato è generalmente usato come anima di paramezzali, specialmente nella zona di fondazione dei motori.

Spesso i pannelli compensati vengono usati come elementi strutturali ricoperti da sottili pelli in composito, che fungono da semplice rivestimento estetico-protettivo.

Adesivi di incollaggio delle anime

Balsa ed espansi a base di PVC e SAN richiedono speciali *stucchi adesivi* per favorire l'incollaggio dell'anima alle pelli. Operativamente, lo stucco viene spalmato sulla pelle prima che essa polimerizzi, poi l'anima bagnata di resina viene pressata contro lo stucco.

I diversi produttori di materiali d'anima commercializzano con i loro prodotti pure gli stucchi di incollaggio compatibili. Così la Baltek per la sua balsa propone lo stucco *Baltek-Bond*[®]; la Diab per gli espansi in CL-PVC ha messo a punto *Divilette*[®] (per Divinycell), *K-Lite*[®] (per Klegecell) e per la balsa lo stucco *ProBond*[®] (per ProBalsa); la ATC Chemicals per il suo espanso a base di SAN commercializza lo stucco *Core-Bond*[®] (per Core-Cell).

TECNOLOGIE DI LAMINAZIONE

3.1 TECNOLOGIE DI PRODUZIONE DI MANUFATTI IN COMPOSITO

Nella costruzione di imbarcazioni in plastica rinforzata viene classicamente utilizzato il metodo di laminazione manuale su stampo aperto (*Hand lay-up o Wet lay-up method*) cui possono essere associate ulteriori varianti tecnologiche che prevedono, ad esempio, l'uso di preimpregnati (*Prepreg lay-up method*), procedure di applicazione del sacco a vuoto (*Vacuum bagging*) con eventuale polimerizzazione in autoclave (*Autoclave processing*), oppure ancora processi di impregnazione per infusione, con diverse possibili varianti (ad esempio, *VARTM–Vacuum Assisted Resin Transfer Molding, RFI–Resin Film Infusion*). Per strutture particolari possono poi essere utilizzate ulteriori specifiche modalità costruttive quali la tecnica di rinforzo per avvolgimento (*Filament winding*) o il processo continuo di estrusione per tirata (*Pultrusion*).

Fondamentalmente, il processo di formazione di compositi con matrice polimerica coinvolge le seguenti fasi di lavorazione:

- posizionamento delle fibre lungo le orientazioni richieste dal progetto;
- impregnazione delle fibre con la resina;
- consolidamento delle fibre impregnate per rimuovere aria ed eccesso di resina;
- solidificazione (“cura”) del polimero;
- estrazione dallo stampo;
- rifinitura del manufatto.

I diversi processi di formazione differiscono per il modo in cui vengono effettuate le diverse fasi di lavorazione, tenendo presente fra l'altro che, per risparmiare tempo, alcune di queste operazioni possono essere combinate assieme in un unico passaggio. Per esempio, posizionamento, impregnazione e consolidamento delle fibre sono operazioni contemporanee nella tecnica del *filament winding*, mentre nel caso di utilizzo di *prepreg* l'impregnazione delle fibre è fatta molto prima della stratificazione manuale delle varie lamine.

Le variazioni nel processo di lavorazione del materiale hanno un impatto significativo sul costo, sulla velocità di produzione, sulla qualità e sulle prestazioni del prodotto finale. In altri termini, ciascuna tecnologia di produzione presenta vantaggi e limitazioni che dovranno essere attentamente valutati sin dall'inizio dell'impostazione del progetto della struttura in composito.

3.2 PROCEDURA CLASSICA DI LAMINAZIONE MANUALE SU STAMPO

La laminazione dello scafo di imbarcazioni in materiale composito viene sempre effettuata su stampo. Lo stampo classico per lo scafo di una imbarcazione è solitamente uno *stampo femmina* (ossia assomiglia, grosso modo, ad una vasca da bagno). Per le imbarcazioni da diporto, per le quali è richiesto un elevato grado di finitura della superficie esterna dello scafo, lo stampo femmina viene costruito in materiale composito a partire da un modello naturale dello scafo, detto *plug*. Il plug è dunque l'esatta riproduzione, realizzata in un qualsiasi materiale di facile lavorazione (come legno o espanso), dell'oggetto da realizzare poi in composito.

La superficie del pezzo prodotto sarà la copia in negativo della superficie corrispondente dello stampo. Il compito principale dello stampo è quello di dare forma al pezzo che, fino a polimerizzazione avvenuta, non possiede forma propria. A causa delle notevoli dilatazioni e contrazioni cui sono soggetti tutti i manufatti in composito durante la fase di polimerizzazione, è assolutamente necessario che gli stampi vengano opportunamente irrigiditi per contrastare le dette deformazioni, che potrebbero portare altrimenti a forme finali del tutto inaccettabili.

A parte gli stampi piani, il cui impiego è destinato alla produzione di parti piane di varie dimensioni, tutti gli altri, di forme più o meno complesse, sono specifici del singolo manufatto o parte di esso da realizzare; sono cioè dei “monoprodotto”. Gli stampi, inoltre, possono essere costruiti in un solo pezzo ovvero possono essere scomponibili. In particolare, la presenza nel pezzo da produrre di *ridotti angoli di sformatura*, o peggio ancora di *sottosquadri*, rende obbligatorio il ricorso a *stampi scomponibili*, con ulteriore aggravio dei costi.

A seconda dei pezzi da produrre, gli stampi possono essere “*a perdere*”, e quindi usabili una sola volta, oppure “*di lunga durata*”, e in tal caso vengono costruiti in composito essi stessi o in materiali metallici. Il costo di uno stampo a perdere è di poco inferiore a quello dell'intera struttura dell'imbarcazione prodotta, mentre nel caso di stampi riusabili il loro costo supera abbondantemente il costo dell'imbarcazione prodotta. È chiaro quindi come il costo dello stampo viene a gravare pesantemente sul costo del prodotto finale, ed opportune considerazioni di ammortamento delle spese si impongono, specialmente in presenza di produzioni in piccola serie.

Prima di procedere alla laminazione, lo stampo viene accuratamente controllato sia dal punto di vista dimensionale sia per quanto riguarda lo stato della superficie interna.

Eventuali inserti destinati a dare origine a zone incassate in cui alloggiare, ad esempio, prese dal mare, fuoriuscite di assi, etc., devono essere applicati in questa fase.

Il procedimento di laminazione su stampo inizia, dopo un'accurata pulizia, con l'applicazione sulla superficie interessata dalla laminazione di un opportuno *agente distaccante* (cere speciali per stampi in composito, alcool polivinilico per stampi in metallo, etc.) il cui compito è quello di impedire l'incollaggio del laminato sulla superficie dello stampo, incollaggio che potrebbe addirittura impedire la sformatura del pezzo.

La fase successiva è normalmente costituita dall'applicazione del *gelcoat*, uno strato di resina speciale, pigmentata o no, che dopo la polimerizzazione può essere rinforzata con *surface mat* (mat leggerissimo da circa 50÷150 g/m²) o con mat di grammatura leggermente superiore. L'insieme di gelcoat più relativo mat di rinforzo viene anche denominato “*skin coat*”.

Lo scopo dello skin coat, di peraltro deboli proprietà meccaniche, è quello di costituire una barriera di protezione chimica dagli agenti esterni per quelli che saranno gli strati strutturali successivi, oltre a conferire alla superficie una finitura più accurata. La superficie di gelcoat a contatto con l'agente distaccante è, infatti, quella che sarà poi la superficie esterna del pezzo finale.

Dopo la polimerizzazione dei primi strati di mat, vengono applicati, per stratificazioni successive, i rinforzi di tessuto strutturale vero e proprio, nell'ordine previsto dal progetto. Solitamente le stuoie vengono alternate con strati di mat allo scopo di armare l'interfaccia di resina ed impedire così possibili delaminazioni.

I rinforzi strutturali possono essere sistemati sia a secco che già impregnati di resina. Nel caso della stesura a secco, l'impregnazione con la resina avviene manualmente, con difficoltà di controllare accuratamente il corretto rapporto di impregnazione, mentre il ricorso a tessuti impregnati con apposite macchine semiautomatiche (*cilindri strizzatori*) giusto prima della loro stesura sullo stampo dà maggiori garanzie di qualità, oltre che minori costi di produzione.

A laminazione ultimata, ed a polimerizzazione completata, la superficie interna dello scafo può ricevere particolari trattamenti di protezione contro agenti chimici o di protezione antincendio, sempre che questi trattamenti non siano già stati realizzati con l'utilizzo, nell'ultimo strato, di una resina appositamente additivata.

Contemporaneamente alla laminazione dello scafo, su appositi stampi piani, si procede alla laminazione delle paratie stagne strutturali e delle eventuali paratie strutturali non stagne. Alcune di queste vengono installate e collegate allo scafo finché questo è ancora all'interno dello stampo, per conferire allo scafo stesso la necessaria rigidità prima della sformatura.

Ultimata la polimerizzazione delle laminazioni di collegamento tra scafo e paratie, si procede alla sformatura dello scafo per le successive lavorazioni.

I tempi di polimerizzazione variano di solito con le dimensioni o gli spessori dei laminati finali. Normalmente, per costruzioni importanti, si usano tempi di polimerizzazione dell'ordine di 3÷4 ore, cui corrispondono tempi di lavorabilità, con resina ancora sufficientemente liquida, di circa 0.5÷1 ora.

La massima efficacia di collegamento fra i diversi strati si ottiene attraverso l'adesione chimica, che è garantita soprattutto dalla brevità della procedura di laminazione. Se si riesce a deporre i vari strati *“fresco su fresco”* (in inglese *“wet on wet”*) e cioè entro il tempo di lavorabilità della resina, si ottiene sicuramente il collegamento migliore, che viene chiamato *“primary bond”*. Se, invece, la successione delle laminazioni avviene su strati già da molto tempo polimerizzati (deposizione cosiddetta *“wet on dry”*) si ha un collegamento in *“secondary bond”*, con notevole decadimento delle qualità meccaniche, specie quelle di resistenza alla fatica e agli urti.

Va detto, comunque, che collegamenti in *“primary bond”* si possono ancora avere con deposizioni *“wet on dry”*, purché non si faccia trascorrere troppo tempo dopo la polimerizzazione. In questi casi, infatti, l'esposizione all'aria, a causa dell'umidità naturale, ritarda la reticolazione della resina superficiale e conserva quindi una superficie pronta al collegamento chimico con una nuova laminazione.

L'ideale sarebbe, pertanto, di raggiungere l'intero spessore della laminazione, su tutto lo stampo, in tempi rapidi, nell'ordine del tempo di lavorabilità della resina. Purtroppo, per una serie di ragioni, questo non è possibile. Il maggiore fattore di impedimento è costituito dal fatto che la resina, polimerizzando, ha una forte reazione esotermica, tanto più elevata quanto più forte è lo spessore del laminato e quanto più rapida è la reazione di polimerizzazione. Le temperature del laminato potrebbero raggiungere valori tali da danneggiare irreversibilmente la matrice di resina. Inoltre, durante la fase di polimerizzazione, la resina subisce ritiri volumetrici che, se eccessivi, possono portare al prematuro distacco del manufatto dallo stampo. Per questo, in presenza di grossi spessori è opportuno procedere con gradualità al fine di far smaltire il calore del picco esotermico e al contempo compensare via via il volume che si perde con la polimerizzazione.

3.2.1 Procedimento di laminazione *“al contrario”*

Taluni costruttori, allo scopo di ridurre i costi relativi alla costruzione degli stampi classici, invece di costruire uno stampo femmina tramite plug costruiscono direttamente uno *stampo maschio*, seguendo poi un procedimento di laminazione *“al contrario”*. Questo procedimento viene adottato soprattutto per imbarcazioni da lavoro, in cui risulta meno importante il grado di finitura della superficie esterna dello scafo.

Lo stampo maschio è costituito, sempre per ragioni economiche, da una intelaiatura di legno sulla quale vengono distese lastre di poliuretano espanso, successivamente sagomate in modo da ricopiare la superficie interna dello scafo.

A questo punto, dopo l'applicazione dell'agente distaccante, la laminazione procede dall'interno verso l'esterno del futuro scafo, applicando dapprima gli strati dei rinforzi strutturali e finendo poi con l'applicazione del gelcoat.

Va evidenziato lo svantaggio di non poter utilizzare i normali gelcoat, che non riescono a polimerizzare completamente a causa dell'umidità atmosferica. Si è costretti, pertanto, ad usare *gelcoat paraffinati*, ossia gelcoat addizionati con opportune quantità di paraffina. Durante la polimerizzazione, la paraffina tende a raggiungere la superficie esterna e quindi, isolando il gelcoat dall'aria, ne garantisce il completamento della polimerizzazione. Il gelcoat rimane però poroso, a causa dei microscopici canali aperti dalla paraffina durante la risalita alla superficie.

3.3 LAMINAZIONE CON I PREIMPREGNATI

I preimpregnati (*pregreg*) sono costituiti da lamine di fibre già impregnate con resina nel giusto rapporto volumetrico, che si presentano protette, su ambo le facce, da fogli di plastica. Generalmente, la resina impiegata è quella epossidica, che, come sappiamo, richiede particolari attenzioni nel dosaggio dei componenti in fase di miscelazione. Con l'uso dei *pregreg*, pertanto, l'operatore viene ad evitare la delicata fase di preparazione della resina.

I *pregreg* vengono venduti in rotoli da conservare in freezer, e devono essere scongelati prima della loro deposizione sullo stampo. L'ambiente di lavoro deve risultare particolarmente *pulito e asciutto*, in quanto il materiale risulta molto sensibile all'umidità e può essere facilmente contaminato per il contatto con superfici sporche, polverose, unte o bagnate. È bene, quindi, che l'operatore movimenti i diversi fogli utilizzando *guanti*.

In genere, la laminazione con i preimpregnati richiede l'uso del *sottovuoto* per estrarre completamente l'aria che può essere rimasta intrappolata fra uno strato e l'altro. Per una maggiore compattazione del laminato si può pure fare ricorso all'uso dell'*autoclave*.

I manufatti ottenuti con questo processo si presentano particolarmente di pregio, grazie all'ottimo controllo del contenuto di resina, all'uniformità di distribuzione delle fibre di rinforzo e alla compattezza dell'intero stratificato.

Da un punto di vista operativo, la tecnologia dei *pregreg* può fare ricorso a *preimpregnati a bassa o ad alta temperatura*.

3.3.1 Laminazione con preimpregnati a bassa temperatura

In questo tipo di *pregreg* la resina polimerizza solo quando viene riscaldata a temperatura di circa $70 \div 80$ °C.

I vari rotoli di preimpregnato vanno estratti dal freezer con un certo anticipo, per consentire loro di scongelarsi. Va posta la massima attenzione a rimuovere ogni traccia di condensa superficiale dai *pregreg*, senza mai rimuovere le plastiche protettive se queste non sono perfettamente asciutte.

I diversi strati vengono prima tagliati, senza togliere i fogli protettivi, quindi si rimuove il foglio di protezione di una sola faccia e si dispongono le fibre sullo stampo nella direzione richiesta dal

progetto. Si rimuove quindi l'altro foglio di protezione e si schiaccia la lamina con un rullo o una spatola per rimuovere le sacche d'aria eventualmente rimaste intrappolate.

Tutte queste operazioni andranno ripetute per tutta la sequenza di laminazione del manufatto. Ultimata la stratificazione, si predispone l'attrezzatura per il sottovuoto, quindi si "cura" il pezzo ponendolo in un ambiente riscaldato alla temperatura richiesta dal sistema di resina utilizzato.

3.3.2 Laminazione con preimpregnati ad alta temperatura

Le temperature di polimerizzazione delle resine di questo genere di preimpregnati possono variare da 120 a 180 °C (per certi tipi anche oltre) e la loro "vita" a temperatura ambiente (cioè una volta estratti dal freezer) è notevolmente più lunga rispetto ai preimpregnati a bassa temperatura (a secondo dei tipi varia da 15 a 30 giorni).

Pur essendo meno sensibili all'umidità rispetto ai prepreg a bassa temperatura, anche questi materiali vanno lavorati con attenzione e in ambiente adatto e pulito.

In genere i prepreg ad alta temperatura si presentano molto *più asciutti e meno appiccicosi* di quelli a bassa temperatura, in quanto la resina impiegata ha una elevata viscosità e si presenta in uno *stato semi-solido*. Con l'elevata temperatura la resina riacquista la giusta viscosità per fluire tra le fibre e iniziare a reticolare.

A causa della loro iniziale rigidità, questi prepreg si possono adattare a forme particolarmente complesse scaldandoli brevemente, su piccole superfici, con una pistola ad aria calda regolata sulla minima temperatura, in maniera da renderli localmente più morbidi e formabili.

Anche se hanno un'apparenza "pulita", questi materiali devono sempre essere lavorati utilizzando guanti e le protezioni del caso (occhiali, tute a perdere, mezze maniche, creme protettive, etc.) come per i prepreg a bassa temperatura.

I compositi ottenuti con prepreg ad alta temperatura presentano ottime caratteristiche meccaniche (migliori di quelle ottenibili con prepreg a bassa temperatura) dovute al fatto che si utilizzano resine molto viscosi ed elevate temperature di reticolazione.

3.4 TECNICA DEL SACCO A VUOTO

Il ricorso al "sottovuoto" consente di compattare uniformemente il laminato sullo stampo, espellendo l'aria intrappolata tra strato e strato, e rimuovendo eventuali eccessi di resina. Il sacco per il vuoto viene utilizzato nelle laminazioni con impregnazione manuale solo quando si vuole migliorare la qualità del prodotto finale, mentre nel caso dei preimpregnati è sempre utilizzato, a meno che non si faccia uso di presse o di stampi in pressione.

La tecnica di formatura con il sacco a vuoto (*vacuum bag molding*) prevede, essenzialmente, di avvolgere il manufatto con un telo di nylon impermeabile, sigillarlo perfettamente tutt'attorno allo stampo, e togliere l'aria con l'ausilio di una pompa.

La pressione di compattazione del laminato viene a risultare di poco inferiore alla pressione atmosferica (1 atm = 101.3 kPa). Infatti, il vuoto più spinto che nella pratica è possibile ottenere con una buona pompa del vuoto può arrivare ad una *pressione assoluta di quasi 6 kPa* (corrispondente a circa 0.06 atm).

Il vuoto viene misurato tramite un manometro. Come regola pratica, va tenuto presente che a pompa spenta, raggiunto il massimo regime di vuoto, è accettabile una perdita di pressione pari a *0.5 kPa ogni 5 minuti*. Perdite superiori sono indice di una non perfetta aderenza del nastro sigillante, buchi nel sacco, infiltrazioni dallo stampo o dagli attacchi delle valvole per l'aspirazione dell'aria.

Ad evitare che il sacco resti incollato al manufatto, impedendo all'aria di fluire verso l'attacco della pompa, occorre predisporre sul laminato, prima della chiusura con il sacco, tutta una serie di strati di *materiali accessori* aventi specifiche funzioni.

La superficie dello stampo deve essere preparata accuratamente con un *agente distaccante* (per esempio, *cera*) e deve risultare pulita da contaminazioni varie, che apporterebbero gravi danni al manufatto. Al posto della ceratura dello stampo possono essere usate *pellicole autoadesive distaccanti* di recente introduzione sul mercato, che garantiscono una maggiore velocità di produzione e una più efficace estrazione del pezzo finito.

Ultimata la stratificazione, sull'ultimo strato del laminato viene steso un tessutino distaccante in poliestere o nylon (denominato *peel ply*), che verrà poi rimosso, strappandolo via, a reticolazione avvenuta. Il peel ply ha lo scopo di creare una superficie ideale per le successive lavorazioni sul laminato (incollaggi, ulteriori laminazioni, verniciatura, etc.) senza dover ricorrere a preparazioni con l'uso di abrasivi.

Sul peel ply viene poi predisposto un *film microforato* in materiale distaccante che serve per controllare l'estrazione della resina. A tal fine esistono film con vari tipi di perforazione (fori grandi e molto spazati, fori piccolissimi e molto ravvicinati, fori piccolissimi e molto spazati) in modo da facilitare più o meno il passaggio della resina.

Sopra al film microforato vengono poi, eventualmente, predisposti uno o più strati di *feltro assorbente (bleeder)* con lo scopo di assorbire l'eccesso di resina estratta dal laminato, impedendo che questa vada ad intasare il sovrastante strato areatore.

L'*areatore (breather)* è un feltro poliestere che serve a permettere il passaggio uniforme dell'aria in ogni zona del laminato una volta che il sacco viene a trovarsi sottovuoto.

Il tutto viene quindi chiuso, come già detto, con il *sacco per il vuoto* realizzato con un telo di nylon resistente alle alte temperature e a ridottissima porosità.

La sigillatura del sacco sullo stampo avviene con un *nastro biadesivo* di mastice particolarmente gommoso e appiccicoso (*tacky tape*).

Quando si applica il telo del sacco per il vuoto occorre fare attenzione a lasciare abbondante materiale, soprattutto in corrispondenza delle *curve a corto raggio* e degli *spigoli*, in modo che il telo possa seguire tutte le curvature del laminato senza subire tensioni, che potrebbero compromettere la tenuta del vuoto. Inoltre, se in corrispondenza degli angoli venisse a mancare la pressione del sacco, le lamine non seguirebbero l'andamento dello spigolo e si distaccherebbero dallo stampo, creando bolle d'aria o ristagni di resina.

3.5 FORMATURA IN AUTOCLAVE

L'*autoclave*, essenzialmente, può essere definito come un *forno pressurizzato*, dove è possibile creare un ambiente riscaldato (tipicamente fino a $120 \div 180$ °C) ed in pressione (fino a 5 atm).

La formatura in autoclave (*autoclave molding*) è simile al processo del sacco a vuoto, eccetto che il laminato è soggetto a pressioni più grandi, e quindi le parti vengono a risultare molto più compatte. Il processo viene sempre associato a quello del sottovuoto.

Il ricorso all'autoclave è di primaria importanza quando si vogliono produrre compositi di elevata qualità.

La polimerizzazione è ottenuta attraverso una combinazione di pressione e temperatura opportunamente controllate. Il laminato viene preparato come nel processo con il sacco a vuoto, ma facendo ricorso a materiali che siano compatibili con la massima temperatura richiesta per la "cura" del sistema di resina utilizzato e che siano in grado di sopportare la massima pressione di compattazione applicata.

3.6 PROCESSI DI FORMATURA CON IMPREGNAZIONE PER INFUSIONE

Esistono varie versioni di processi di impregnazione per infusione, alcune coperte pure da brevetto, che possono fare ricorso a stampi chiusi o aperti, riscaldati o meno, con infusione della resina ottenuta con il vuoto o con iniezioni a pressione.

Per la costruzione di scafi di imbarcazioni, il processo di infusione segue fondamentalmente il *VARTM* (*Vacuum Assisted Resin Transfer Molding*), una cui variante, coperta da brevetto, è lo *SCRIMP* (*Seamann Composite Resin Infusion Molding Process*).

3.6.1 VARTM – Vacuum Assisted Resin Transfer Molding

Il processo consiste nel disporre *a secco* i vari strati di rinforzo su uno stampo aperto e stagno all'aria. Su tale stratificazione viene adagiato un tessutino distaccante (*peel ply*) e un tessuto non-strutturale intrecciato a "maglia" fatto con fibre polimeriche, quindi il tutto viene rinchiuso in un sacco di nylon per il vuoto. Sul sacco si predispongono poi, in posizione opportuna, i diversi attacchi per l'induzione della resina fluida nelle varie zone del laminato, nonché l'attacco per l'aspirazione della pompa per il vuoto.

Quando si fa il vuoto, la resina viene risucchiata, infiltrandosi, tra le fibre di rinforzo, che risulteranno così completamente bagnate e prive di bolle d'aria. Il tessuto a maglia interposto fra il peel ply e il sacco a vuoto, grazie al suo spessore e alla sua permeabilità, consente alla resina di fluire facilmente dappertutto, sì che durante l'infusione non si vengano a creare interruzioni e/o deviazioni del suo fronte di avanzamento.

Completata l'infusione, la polimerizzazione può essere avviata sottovuoto in ambiente riscaldato, eventualmente anche in autoclave.

Una volta che la resina si è consolidata, si potrà procedere alla sformatura del manufatto tirando via il sacco per il vuoto, il tessuto a maglia ed il peel ply. Grazie a quest'ultimo, la superficie esterna del laminato si presenterà adeguatamente liscia e pronta per accogliere eventuali ulteriori lavorazioni.

I processi di infusione possono utilizzare resine epossidiche, vinilesteri o poliesteri. In ogni caso è necessario che la resina abbia una *bassissima viscosità*, il che purtroppo ne compromette le proprietà meccaniche ed è causa di un maggior ritiro volumetrico della resina polimerizzata. A quest'ultima circostanza, in particolare, è dovuta la possibile antiestetica apparizione della trama del tessuto sul gelcoat (*print-through*).

I rinforzi possono essere costituiti da qualsiasi tessuto convenzionale, anche se sono preferibili i tessuti "non-tessuti" (cuciti) in quanto presentano nel loro interno vie diritte in cui si ha un più rapido e facile trasporto di resina.

La tecnica dell'infusione può essere impiegata, infine, anche per la costruzione di sandwich in un'unica operazione, escludendo però le anime a nido d'ape, le cui celle verrebbero completamente riempite di resina.

I compositi ottenuti per infusione, in confronto con quelli ottenuti con la classica impregnazione manuale, si presentano di migliore qualità, con molto più elevati rapporti volumetrici di fibra e bassissimo contenuto di vuoti.

Un ulteriore vantaggio della tecnica di infusione va individuato negli aspetti inerenti l'igiene del lavoro. In particolare, le sostanze volatili nocive che si liberano durante la polimerizzazione non si disperdono nell'ambiente di lavoro, ma vengono aspirate dalla pompa per il vuoto. Inoltre, l'operatore non è mai a contatto diretto con la resina, evitando così eventuali problemi per intolleranze allergiche.

3.6.2 RFI – Resin Film Infusion

Nel processo di infusione con film di resina (*RFI – Resin Film Infusion*) i tessuti a secco vengono stratificati intervallandoli con fogli di resina *semi-solida*. La resina si presenta su un supporto di carta distaccante, che viene rimossa dopo la deposizione. L'intero stratificato così composto viene quindi chiuso ermeticamente in un sacco per il vuoto e scaldato in forno o in autoclave (a $60 \div 100$ °C) per sciogliere la resina, che va così a bagnare il tessuto secco immediatamente a contatto, e inizia pure a polimerizzare.

Le resine utilizzate sono generalmente di tipo epossidico, i rinforzi in fibra possono essere di qualsiasi tipologia, mentre nel caso di strutture a sandwich si pone qualche limitazione per le anime, che devono essere tali da sopportare le temperature di fusione e curing.

I compositi prodotti con questa tecnica si presentano con alta percentuale di fibra e minima presenza di vuoti. Inoltre, grazie all'utilizzo di resine dalle ottime proprietà meccaniche (dato il loro stato semi-solido iniziale e l'elevata temperatura del processo) si ottengono prodotti di notevole qualità.

Il fatto che la resina, una volta fusa, debba attraversare solo i tessuti fra i quali è frammezzata costituisce un considerevole vantaggio del processo RFI rispetto al VARMT (o a sue varianti brevettate), in quanto viene scongiurato il rischio di avere alla fine dell'operazione di infusione zone di laminato rimaste a secco perché la resina non è riuscita ad infiltrarsi. Inoltre, risulta più facile rispettare il giusto rapporto di impregnazione.

Rispetto alla laminazione con prepreg si deve registrare un costo potenzialmente inferiore, e una maggiore pulizia durante la lavorazione.

SPRINT – SP Resin Infusion Technology

Una variante del processo RFI è la *laminazione SPRINT* brevettata dalla SP Systems.

In questo caso si utilizza una specie di sandwich costituito da *due tessuti secchi* (in fibre di vetro, aramidiche o di carbonio) con in frammezzata un'*anima di resina* catalizzata e stabilizzata. Ciò consente di posizionare sullo stampo strati asciutti di facile manipolazione e di grande drappeggiabilità, con l'ulteriore vantaggio di ridurre l'esposizione degli operatori alla resina.

Quando il pezzo finale viene riscaldato, la resina trasmigra per pochi decimi di millimetro, dovendo semplicemente distribuirsi sui tessuti con i quali è già a contatto.

I vantaggi del sistema si traducono nella *qualità di produzione* che rimane praticamente costante, con ottimo rapporto tra fibre e resina (50%), bassa percentuale di vuoti nello stratificato ($\approx 0.5\%$), e con la possibilità di conservare la continuità delle fibre in zone particolarmente complesse dello stampo senza ricorrere a tranciature che comporterebbero ovviamente un grande decadimento delle qualità meccaniche finali.

L'inconveniente cui è necessario far fronte con il materiale del sistema SPRINT (e similari) concerne la deperibilità del prodotto se mantenuto a lungo ad alte temperature ambientali. Lo *stoccaggio* consigliato è di circa 4÷5 settimane a 20 °C e di 1 anno in freezer a -18 °C.

3.7 TECNICA DELL'AVVOLGIMENTO (FILAMENT WINDING)

Nel suo schema di base, il *filament winding* consiste nell'avvolgimento di filamenti continui (in forma di *roving*) impregnati di resina su un corpo rotante detto *mandrino*, la cui forma determina la geometria del composito da realizzare, e nel riscaldamento finale in forno per ottenere l'indurimento totale della resina.

I manufatti che si realizzano con questa tecnica sono generalmente a sezione *circolare* (ad esempio, serbatoi cilindrici, condotte, alberi, etc.) o comunque *convessa* (per esempio profili alari).

I mandrini possono essere fissi o rimovibili. I mandrini *fissi*, terminato l'avvolgimento, rimangono all'interno della struttura, divenendone parte integrante. I mandrini *rimovibili*, invece, possono essere di tipo *estraibile* (se la forma del manufatto lo consente) o *"a perdere"*; nel primo caso potranno essere riutilizzati, mentre nel secondo verranno dissolti (ad esempio, se si usano particolari sabbie, frantumandoli con forti getti d'acqua).

L'*inclinazione delle fibre* attorno al mandrino può essere variata studiando opportunamente il rapporto fra la velocità angolare di rotazione del mandrino stesso e la velocità di traslazione dell'occhio di deposizione delle fibre.

La disposizione delle fibre è ovviamente funzione dello stato di sollecitazione cui sarà soggetto l'elemento in costruzione. Una progettazione ben mirata tende ad allineare i filamenti lungo la direzione in cui la struttura è più sollecitata. Spesso le modalità di sollecitazione sono molteplici, ed in tal caso la rete di rinforzi viene realizzata mediante l'accoppiamento di più tipi di avvolgimento.

Il parametro fondamentale che individua la disposizione delle fibre è l'*angolo di avvolgimento*, definito come l'angolo compreso tra la direzione dei filamenti e la tangente al meridiano del mandrino. Si distinguono così vari tipi di avvolgimenti:

- *circolari* (con angoli di circa 90°);
- *elicoidali* (con angoli compresi fra 20° e 85°);
- *polari* (con angoli compresi fra 0° e 20°).

Le modalità di impregnazione delle fibre possono essere diverse. Vengono utilizzati due sistemi: avvolgimento a *roving bagnato* e avvolgimento a *roving preimpregnato*.

Nel *metodo a roving bagnato*, i filamenti si fanno passare in una vaschetta di impregnazione contenente la resina liquida appena prima di essere avvolti sul mandrino. Possono essere utilizzate resine epossidiche o poliesteri, purché si presentino abbastanza fluide. Sistemi di resine troppo viscosi, infatti, non possono essere utilizzati, a meno di non ricorrere a costosi riscaldamenti preventivi. Per questo motivo la velocità di lavorazione non può essere elevata, per non correre il rischio di avere filamenti non impregnati nella giusta misura.

Nel *metodo a roving preimpregnato*, le matasse di fibra avvolte su bobine sono già impregnate di resina, per cui è consentita una più alta velocità di produzione, che non è limitata da problemi di bagnabilità e può essere aumentata fino ai limiti fisici sopportabili dall'impianto di avvolgimento a disposizione. Con i preimpregnati si possono utilizzare tutte le tipologie di resina, quindi anche quelle più viscosi (che risultano essere più resistenti) che richiedono l'ausilio di diluenti per l'applicazione. Tali diluenti, infatti, vengono miscelati già in fase di pre-impregnazione, mentre risulterebbe molto difficile addizionarli al momento, poco prima dell'avvolgimento. In più, il procedimento può essere condotto con una più affidabile automazione, limitando al minimo il lavoro manuale e la sorveglianza.

Indipendentemente dal metodo utilizzato, una volta che il filamento è stato distribuito a strati sovrapposti, secondo le direzioni di giacitura previste, la matrice vien fatta polimerizzare, o a temperatura ambiente per effetto di un catalizzatore premiscelato alla resina, o per effetto del riscaldamento fatto in forno.

3.8 TECNICA DELLA PULTRUSIONE

La procedura consiste in un processo *continuo* di estrusione per tirata (*pultrusion*) in cui è possibile produrre profilati *rettilinei* in materiale composito con sezione di *forma qualsiasi* (comunque complicata, anche a connessione multipla). Le fibre risultano prevalentemente disposte nella direzione del tiro, e quindi lungo l'asse longitudinale dell'elemento prodotto.

Il processo di pultrusione, nella variante più comune nota come "metodo umido" (*wet method*), prevede di far passare le fibre (in genere sotto forma di roving avvolto su bobine) dapprima in una *vasca di impregnazione* con resina termoindurente e di convogliarle, poi, in una "*impronta-stampo*" (*die*) avente le caratteristiche geometriche della sezione voluta. L'impronta-stampo è riscaldata elettricamente al fine di effettuare un pre-curing del composito e permettere al materiale di consolidarsi parzialmente sotto pressione, assumendo la forma desiderata, ed eliminando eccessi di resina e vuoti d'aria. In alternativa al riscaldamento elettrico dell'impronta-stampo si possono utilizzare dispositivi a micro-onde.

Una volta stabilizzata la forma, l'elemento passa in un *forno a tunnel* per completare la reticolazione della resina, ottenendo il consolidamento definitivo del pezzo. All'uscita dal forno a tunnel troviamo i *trattori*, ossia i dispositivi di traino che tenendo afferrato il pezzo lo trasci- nano fuori a velocità costante, tirando, al contempo, anche i rinforzi in formazione che stanno più a monte. Infine, in prossimità della parte terminale della linea di produzione, troviamo una *stazione di taglio* dove il prodotto viene segato nella lunghezza desiderata.

Gli elementi ottenuti per pultrusione possiedono un'elevata resistenza nella direzione longitudinale, grazie all'elevato volume di fibre. La resistenza trasversale è però scarsa, non essendoci fibre in tale direzione. È possibile in ogni caso ovviare a tale carenza aggiungendo sulla superficie esterna strati di mat o tessuti con fibre disposte in direzioni diverse da quella di traino.

Una variante al "metodo umido" è costituita dal *prepreg method*, che usa rinforzi preimpregnati. I prepreg possono essere in forma di nastro unidirezionale, ma vengono generalmente usati combinazioni di nastri con varie orientazioni delle fibre (0° , $\pm 45^\circ$, 90°).

Con il *wet method* si fa uso di materiali relativamente poco costosi (come le fibre di vetro), e per ottenere prodotti di buona qualità è necessario un accurato monitoraggio e controllo dei vari parametri in gioco (quali temperatura, viscosità e composizione).

Con il *prepreg method* si fa ricorso a materiali più costosi e con proprietà che rendono il processo più facilmente controllabile, con la conseguenza di produrre pezzi di maggiore qualità e uniformità di caratteristiche.

ANALISI MICROMECCANICA DELLE LAMINE

4.1 POSIZIONE DEL PROBLEMA

L'elemento base di una struttura in materiale composito stratificato è la *lamina*. La generica lamina, in questo contesto, viene assunta come una lastra rinforzata con fibre rettilinee unidirezionali immerse in una matrice. L'insieme di più lamine fra loro intimamente connesse, sovrapposte con una certa sequenza e in genere orientate con differenti angolazioni, costituisce un *laminato*.

La previsione del comportamento meccanico di un laminato parte dalla conoscenza delle proprietà elastiche delle singole lamine componenti. Queste proprietà elastiche possono essere convenientemente rappresentate dalle cosiddette *costanti elastiche* "ingegneristiche": E (modulo di elasticità normale o di Young), G (modulo di elasticità tangenziale) e ν (coefficiente di contrazione laterale o di Poisson).

Oggetto della *Micromeccanica* è proprio la caratterizzazione di una lamina a partire dalla conoscenza delle proprietà delle sue fasi costituenti (fibre e matrice) e della loro frazione presente.

Il generico materiale composito è intrinsecamente un materiale eterogeneo, ma nella scala macroscopica delle comuni applicazioni strutturali è possibile trascurarne l'eterogeneità e considerarlo come un continuo *omogeneo* sebbene *anisotropo* (ossia con proprietà elastiche indipendenti dal punto, ma funzione della direzione di osservazione). Il comportamento meccanico di un solido elastico lineare, omogeneo e *anisotropo* è completamente definibile mediante la conoscenza di ben 21 costanti elastiche indipendenti, contro le 2 (da scegliere fra E , G e ν) sufficienti per caratterizzare i materiali *isotropi*, le cui proprietà elastiche non dipendono dalla direzione di osservazione.

La presenza di piani di simmetria nel materiale permette di abbassare il numero delle costanti elastiche indipendenti necessarie per la sua caratterizzazione. In particolare, con riferimento ad un composito (realizzato, ad esempio, con speciali tessuti tridimensionali) per il quale sia possibile individuare in ogni punto tre piani di simmetria mutuamente ortogonali, il numero delle costanti elastiche indipendenti¹ si riduce a 9 ($E_1, E_2, E_3, G_{12}, G_{23}, G_{31}, \nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{31}$). Un siffatto materiale vien definito *ortogonalmente anisotropo* o più brevemente *ortotropo* (Fig. 4.1).

Quando poi si hanno solo rinforzi disposti preferenzialmente in una sola direzione, il piano di simmetria ortogonale alle fibre costituisce il cosiddetto *piano di isotropia trasversale*, ed il materiale si identifica come *ortotropo trasversalmente isotropo* (Fig. 4.2). Per descrivere il suo comportamento meccanico saranno sufficienti 5 costanti elastiche indipendenti ($E_1, E_2, G_{12}, G_{23}, \nu_{12}$).

L'ortotropia con isotropia trasversale è tipica delle lamine con fibre di rinforzo allineate in una sola direzione che, come detto, vengono assunte a modello del generico strato di un laminato.

¹ Le costanti elastiche indipendenti vanno scelte tra le seguenti dodici:

$E_1, E_2, E_3, G_{12}, G_{23}, G_{31}, \nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{31}, \nu_{21}, \nu_{32}, \nu_{13}$.

Nel caso particolare di una lamina unidirezionale *sottile*, per la quale è lecito ipotizzare uno *stato piano di tensione* ($\sigma_3 = \tau_{31} = \tau_{32} = 0$), si avrà una ulteriore semplificazione, nel senso che per definire in modo esauriente la risposta tensionale sarà sufficiente conoscere solo le 4 costanti elastiche indipendenti E_1 , E_2 , G_{12} e ν_{12} .

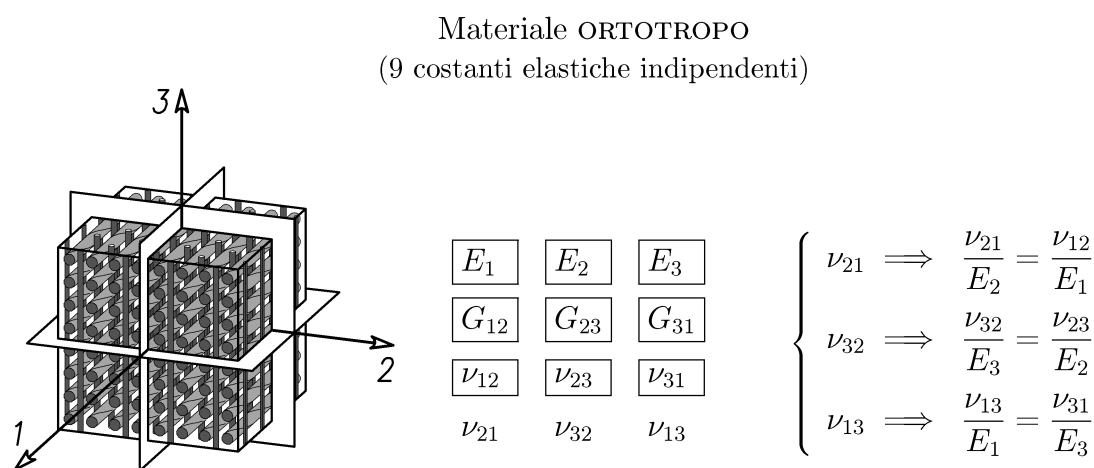


Figura 4.1 — Le 9 costanti elastiche indipendenti di un materiale ortotropo

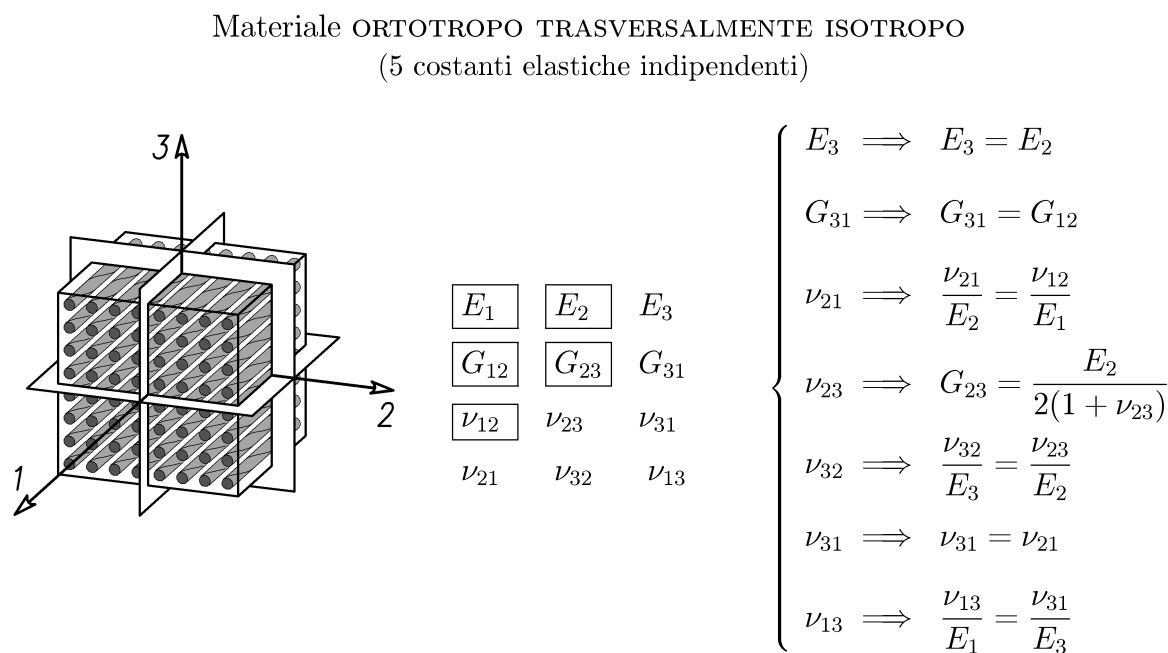


Figura 4.2 — Le 5 costanti elastiche indipendenti di un materiale ortotropo trasversalmente isotropo

4.2 PROPRIETÀ FISICHE E GEOMETRICHE DI UNA LAMINA

4.2.1 Riferimento principale del materiale

In una lamina unidirezionale possono essere definiti gli *assi principali del materiale* facendo riferimento alle direzioni individuate dall'intersezione dei tre piani di simmetria mutuamente ortogonali. Più precisamente si distingueranno gli assi:

- *longitudinale* L (parallelo alla direzione delle fibre);
- *trasversale* T (ortogonale alle fibre e giacente nel piano della lamina);
- *normale* N (ortogonale al piano della lamina nella direzione dello spessore).

Gli indici L , T e N vengono spesso sostituiti rispettivamente con le cifre 1, 2 e 3, per semplicità di formulazione nelle relazioni analitiche (Fig. 4.3).

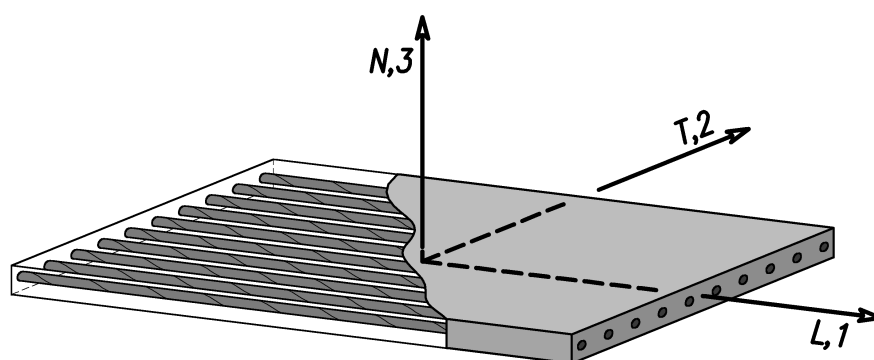


Figura 4.3 — Definizione degli assi principali del materiale di una lamina

4.2.2 Grado di contiguità

Per quanto concerne la *disposizione* delle fibre in seno alla matrice, nella maggioranza dei casi, si avrà una disposizione *casuale* con fibre che si toccano ed altre che risultano completamente isolate. Per quest'ultimo aspetto si definisce il *grado di contiguità* C (compreso fra 0 ed 1) per indicare il grado di contatto delle fibre. Si passa così dal valore $C = 0$ corrispondente al caso in cui tutte le fibre risultano isolate, al valore $C = 1$ quando tutte le fibre si toccano (Fig. 4.4).

Naturalmente, avviene che, indipendentemente dalla disposizione, più è alta la percentuale di fibre in seno al composito e più C tende ad 1.

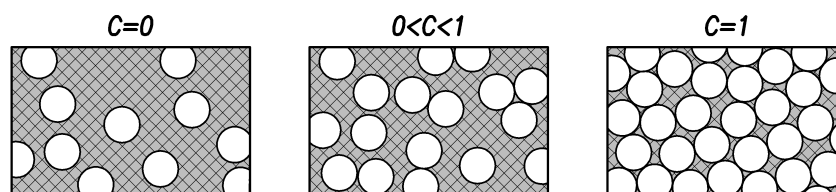


Figura 4.4 — Grado di contiguità con disposizione casuale delle fibre

4.2.3 Frazioni ponderali e volumetriche

Le proprietà meccaniche di un composito sono sensibilmente influenzate dalle proporzioni che esistono fra le diverse fasi costituenti. Queste proporzioni possono essere espresse sia come *frazioni ponderali* sia come *frazioni volumetriche*.

Le frazioni in peso sono di più immediato riferimento durante la fabbricazione del manufatto, mentre la conoscenza delle frazioni in volume risulta più conveniente per i calcoli teorici di previsione delle proprietà di una lamina.

Si rende dunque necessario ricavare delle espressioni di conversione fra le frazioni ponderali e volumetriche degli elementi costituenti il composito.

Nelle relazioni che seguono i pedici f , m e c si riferiscono rispettivamente alle fibre, matrice e composito.

La *frazione in peso* W della singola fase è così definita:

$$W_f = \frac{w_f}{w_c} \quad (4.1)$$

$$W_m = \frac{w_m}{w_c} \quad (4.2)$$

mentre le *frazioni in volume* V risulteranno:

$$V_f = \frac{v_f}{v_c} \quad (4.3)$$

$$V_m = \frac{v_m}{v_c} \quad (4.4)$$

essendo w e v rispettivamente il *peso* ed il *volume* corrispondente.

È da notare che:

$$W_f + W_m = 1 \quad (4.5)$$

$$V_f + V_m = 1 \quad (4.6)$$

Per stabilire le relazioni di conversione cercate è necessario dapprima risalire alla *densità* ρ_c del composito, in base alle densità ρ_f e ρ_m delle fasi costituenti.

La densità ρ_c può essere ottenuta in funzione delle frazioni volumetriche V_f e V_m oppure a partire dalla conoscenza delle frazioni ponderali W_f e W_m .

Nel primo caso, essendo:

$$w_c = w_f + w_m \quad (4.7)$$

od anche (in termini di massa):

$$\rho_c v_c = \rho_f v_f + \rho_m v_m \quad (4.8)$$

si ricava ρ_c in funzione delle frazioni volumetriche:

$$\boxed{\rho_c = \rho_f V_f + \rho_m V_m} \quad (4.9)$$

Nel secondo caso si partirà invece dalla relazione:

$$v_c = v_f + v_m \quad (4.10)$$

che lascia scrivere la seguente:

$$\frac{w_c}{\rho_c} = \frac{w_f}{\rho_f} + \frac{w_m}{\rho_m} \quad (4.11)$$

da cui si ricava ρ_c in funzione delle frazioni ponderali:

$$\boxed{\frac{1}{\rho_c} = \frac{1}{\rho_f} W_f + \frac{1}{\rho_m} W_m} \quad (4.12)$$

Nota che sia la densità ρ_c è possibile stabilire le relazioni di conversione tra le frazioni in peso e quelle in volume a partire dalla loro definizione. Infatti:

$$W_f = \frac{w_f}{w_c} = \frac{\rho_f v_f}{\rho_c v_c} = \frac{\rho_f}{\rho_c} V_f \quad (4.13)$$

$$W_m = \frac{w_m}{w_c} = \frac{\rho_m v_m}{\rho_c v_c} = \frac{\rho_m}{\rho_c} V_m \quad (4.14)$$

Le equazioni che precedono sono relative ad un materiale composito con solo due costituenti, la generalizzazione a più (n) costituenti dà invece le seguenti espressioni:

$$\boxed{\begin{aligned} \rho_c &= \sum_{i=1}^n \rho_i V_i \\ \frac{1}{\rho_c} &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{\rho_i} W_i \\ W_i &= \frac{\rho_i}{\rho_c} V_i \end{aligned}} \quad (4.15)$$

Nel caso di compositi a due componenti, può risultare più comodo per l'operatore, durante la fase realizzativa, conoscere direttamente il peso di resina (w_m) con cui impregnare un dato peso di rinforzo (w_f). Questa informazione può essere sintetizzata assegnando il *rapporto in peso matrice/fibre* W_{mf} , così definito:

$$W_{mf} = \frac{w_m}{w_f} \quad (4.16)$$

Tenuto conto delle definizioni precedentemente introdotte per le frazioni ponderali (W) e volumetriche (V), si constata che sussistono le seguenti relazioni:

$$\boxed{W_{mf} = \frac{w_m}{w_f} = \frac{W_m}{W_f} = \frac{\rho_m V_m}{\rho_f V_f}} \quad (4.17)$$

Sulla base di quanto esposto in precedenza, sempre con riferimento a compositi a due componenti di densità rispettivamente ρ_m e ρ_f , possono essere ricavate le espressioni che di volta in volta mettono in relazione le frazioni volumetriche (V_m e V_f), le frazioni ponderali (W_m e W_f) ed il rapporto in peso W_{mf} . Per un'agevole consultazione, dette espressioni sono raccolte nel quadro seguente:

$$\begin{array}{l}
 V_m = 1 - V_f = \left[1 + \frac{\rho_m/\rho_f}{W_m/W_f} \right]^{-1} = \left[1 + \frac{\rho_m/\rho_f}{W_{mf}} \right]^{-1} \\
 V_f = 1 - V_m = \left[1 + \frac{W_m/W_f}{\rho_m/\rho_f} \right]^{-1} = \left[1 + \frac{W_{mf}}{\rho_m/\rho_f} \right]^{-1} \\
 W_m = \left[1 + \frac{1}{(\rho_m/\rho_f)(V_m/V_f)} \right]^{-1} = 1 - W_f = \left[1 + \frac{1}{W_{mf}} \right]^{-1} \\
 W_f = \left[1 + (\rho_m/\rho_f)(V_m/V_f) \right]^{-1} = 1 - W_m = \left[1 + W_{mf} \right]^{-1} \\
 W_{mf} = (\rho_m/\rho_f)(V_m/V_f) = W_m/W_f
 \end{array} \quad (4.18)$$

Non sarà inutile a questo punto qualche considerazione sui valori massimi ottenibili per la frazione in volume di fibre V_f in un composito.

La quantità di fibre che è possibile inserire in una lamina dipenderà dal *tipo di schieramento* o *disposizione* adottato nonché dal *grado di contiguità* raggiunto.

Da un punto di vista teorico, il massimo impacchettamento di fibre rettilinee a sezione circolare di stesso diametro si ottiene disponendo le fibre tutte a contatto secondo un *reticolo esagonale*. In questo caso il valore massimo della frazione in volume di fibre V_f risulta essere 0.907 ($= \pi/2\sqrt{3}$), contro lo 0.785 ($= \pi/4$) che si realizza con un *reticolo quadrato*.

Questi limiti teorici sono in pratica irraggiungibili: un valore di V_f da potersi ritenere *molto elevato* nelle laminazioni reali è dell'ordine del 60%; in genere, specialmente nelle laminazioni manuali, ci si attesta fra il (30÷40)%.

4.2.4 Spessore nominale di una lamina

Si consideri una lamina di *area unitaria* e si indichi con \bar{w}_f il peso delle fibre e con \bar{w}_m il peso della matrice. Lo *spessore* t di detta lamina può essere visto come somma dei contributi t_f dato dal rinforzo e t_m dovuto alla resina:

$$t = t_f + t_m \quad (4.19)$$

A partire dalle seguenti relazioni:

$$\bar{w}_f = t_f \rho_f g \quad (4.20)$$

$$\bar{w}_m = t_m \rho_m g \quad (4.21)$$

(con g l'accelerazione di gravità), tenuto conto che:

$$\bar{w}_m = \bar{w}_f W_{mf} \quad (4.22)$$

si ricava:

$$t = \frac{\bar{w}_f}{g} \left(\frac{1}{\rho_f} + \frac{1}{\rho_m} W_{mf} \right) \quad (4.23)$$

I regolamenti di costruzione, facendo ricorso ad una differente notazione, danno la seguente formula per lo spessore nominale di una lamina:

$$t = \frac{m_F}{1000} \left[\frac{1}{\rho_F} + \frac{1}{\rho_R} (R/F) \right] = \frac{m_F}{1000} \left[\frac{1}{\rho_F} + \frac{1}{\rho_R} \left(\frac{1}{F_c} - 1 \right) \right] \quad (4.24)$$

con

t lo spessore in [mm];

m_F la massa per unità di area del rinforzo in fibra, in [g/m²];

ρ_F la densità delle fibre, in [g/cm³];

ρ_R la densità della resina, in [g/cm³];

R/F (*weight ratio*) il rapporto in peso fra resina (R) e fibre (F);

F_c (*fibre content*) il rapporto in peso fra il contenuto delle fibre e il peso totale della lamina.

Per le costruzioni in *vetroresina*, al posto di F_c viene spesso usato il simbolo G_c (*glass content*).

Fra i rapporti G_c (equivalente a W_f) ed R/F (equivalente a W_{mf}) vale la seguente relazione già vista in altra forma:

$$G_c = \frac{F}{F + R} = \frac{1}{1 + (R/F)} \quad (4.25)$$

Valori tipici dei rapporti R/F e G_c che si hanno nelle stratificazioni manuali in vetroresina sono:

<i>Chopped Strand Mat</i>	CSM (first ply)	→	$R/F = 2.5$	→	$G_c = 0.286$
<i>Chopped Strand Mat</i>	CSM (internal ply)	→	$R/F = 2$	→	$G_c = 0.33$
<i>Woven Roving</i>	WR	→	$R/F = 1$	→	$G_c = 0.5$
<i>Uni-Directional Reinforcement</i>	UDR	→	$R/F = 0.85$	→	$G_c = 0.54$

4.3 CALCOLO DELLE COSTANTI ELASTICHE DI UNA LAMINA: PROCESSO DI OMOGENEIZZAZIONE

La determinazione teorica delle costanti elastiche di un materiale composito unidirezionale passa attraverso un processo cosiddetto di *omogeneizzazione*.

In questo processo si studiano le proprietà elastiche del composito filamentare inteso come *omogeneo* (e in generale non isotropo) attraverso l'analisi computazionale condotta su un opportuno *elemento rappresentativo di materiale*, le cui caratteristiche di risposta sono appunto rappresentative dell'intero composito. Tale elemento di controllo è costituito dal più piccolo volume contenente una fibra circondata dalla matrice e di forma tale che, affiancando più elementi in modo ripetitivo e uniforme sull'intero dominio, venga riprodotto lo schieramento dei rinforzi in seno alla lamina.

Il processo di omogeneizzazione permette di risalire alle *proprietà meccaniche del materiale composito* a partire dalla conoscenza delle *proprietà meccaniche* delle singole fasi costituenti (costanti elastiche e densità di matrice e fibre di rinforzo), nonché delle *proprietà geometriche* del composito stesso (forma, quantità e disposizione delle fibre).

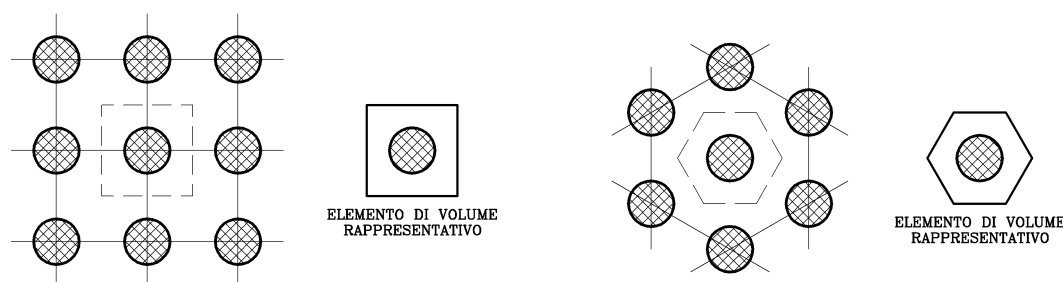


Figura 4.5 — *Elementi di volume rappresentativo di materiale*

Nel modello d'analisi così impostato, le proprietà meccaniche del composito vanno intese come proprietà *medie* del materiale. Ovvero esse rappresentano il legame costitutivo fra sforzi medi e deformazioni medie. In questo contesto l'aggettivo "medio" usato per sforzi e deformazioni è giustificato dall'aver reso omogeneo il materiale da un punto di vista macroscopico, mentre, in effetti, a livello microstrutturale le proprietà elastiche locali sono variabili da punto a punto.

La *caratterizzazione meccanica* fatta col processo di omogeneizzazione è da ritenersi un passaggio fondamentale e tipico di tutta la strutturistica in materiale composito. È attraverso questo processo che nei primi passi del *progetto del materiale* può essere impostata una sua ottimizzazione (rispetto a qualche obiettivo da precisare) operando le scelte più opportune riguardo alle proprietà meccaniche e geometriche delle fasi costituenti.

Ai fini progettuali è senz'altro auspicabile l'uso di procedure di calcolo semplici e relativamente rapide per una "stima", accettabile da un punto di vista pratico, delle proprietà elastiche del composito. Procedure siffatte sono state messe a punto da vari studiosi: sarà senz'altro utile l'esame dei risultati conclusivi cui sono pervenuti TSAI (1964), WHITNEY-RILEY (1966), HALPIN-TSAI (1967) e HAHN (1980).

Le formule di TSAI sono riferite teoricamente a lamine con reticolo *esagonale* con qualsiasi grado di contatto delle fibre ($0 \leq C \leq 1$), mentre quelle di WHITNEY e RILEY si riferiscono a lamine con fibre disposte *casualmente* ed *isolate* ($C = 0$). Entrambe queste serie di formule hanno mostrato risultati in buon accordo con i dati sperimentali relativamente a compositi con *basso* fattore di contiguità C delle fibre.

HALPIN e TSAI hanno proposto delle formule semi-empiriche per i moduli elastici principali che si presentano con espressioni formalmente molto semplici e di immediata calcolo. Le equazioni di HALPIN-TSAI sono, in effetti, tra le più usate nel processo di progettazione dei materiali compositi. Questi autori hanno sviluppato una procedura di interpolazione che è una rappresentazione approssimata, ma affidabile, di più complicati risultati di analisi micromeccanica. Queste formule risultano essere sufficientemente accurate per la maggioranza dei compositi, purché il contenuto di fibre non sia eccessivamente alto (diciamo con V_f molto oltre il 60%).

HAHN ha proposto delle formule per lamine unidirezionali trasversalmente isotrope con fibre disposte *casualmente*. Queste equazioni, a differenza delle precedenti possono essere usate anche in presenza di *fibre anisotrope* come le fibre di carbonio e quelle aramidiche. Qualora vengano usate per *fibre isotrope* come il vetro, sarà possibile introdurre notevoli semplificazioni.

4.4 FORMULE DI TSAI

Le formule di TSAI (1964) sono il risultato di un approccio cosiddetto “analitico esatto”.

L’analisi fa riferimento a lamine *unidirezionali* rinforzate con *fibre continue*.

Più precisamente le *fibre* di rinforzo sono considerate omogenee, isotrope, linearmente elastiche, allineate e regolarmente spaziate secondo un reticolo esagonale (è stato accertato che il modello esagonale è in effetti quello fisicamente più realistico rispetto ad altri modelli ipotizzabili di disposizione geometrica).

La *matrice* a sua volta è considerata omogenea, isotropa e linearmente elastica.

La *lamina* risulterà così macroscopicamente omogenea, trasversalmente isotropa e linearmente elastica.

Le espressioni fornite per i moduli elastici indipendenti riguardano:

E_L = modulo di Young longitudinale,

E_T = modulo di Young trasversale,

ν_{LT} = coefficiente di Poisson longitudinale-trasversale (o maggiore),

G_{LT} = modulo di taglio longitudinale-trasversale.

Queste 4 costanti elastiche indipendenti sono sufficienti per lo studio di lamine trasversalmente isotrope in condizioni di *stato piano degli sforzi* (*plane stress state*), tipico in lamine sottili.

A questo proposito, va anticipato che la teoria classica dei laminati si basa sull’assunzione che ci siano condizioni di sforzo piano nelle singole lamine. Ciò significa che, con riferimento alle direzioni principali del materiale, si ha $\sigma_N = \tau_{LN} = \tau_{TN} = 0$, mentre sono diverse da zero le tensioni σ_L , σ_T e τ_{LT} .

Le 4 proprietà elastiche indipendenti del composito verranno definite a partire dalla conoscenza delle seguenti grandezze riferite rispettivamente alle fibre (f) e alla matrice (m):

V_f , V_m = frazione in volume,

E_f , E_m = modulo di Young,

G_f , G_m = modulo di taglio,

ν_f , ν_m = coefficiente di Poisson,

K_f , K_m = modulo di comprimibilità piano.

Inoltre, attraverso la presenza del *fattore di contiguità* C saranno possibili interpolazioni lineari fra le soluzioni con fibre pienamente a contatto e fibre del tutto isolate.

Fra i moduli elastici prima citati sussistono i seguenti legami valevoli per corpi *isotropi*:

$$G_f = \frac{E_f}{2(1 + \nu_f)} \qquad G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} \qquad (4.26)$$

$$K_f = \frac{E_f}{2(1 - \nu_f)} \qquad K_m = \frac{E_m}{2(1 - \nu_m)} \qquad (4.27)$$

Le costanti G e K assumono un significato importante nella risposta deformativa di un corpo. Infatti, qualsiasi deformazione consiste in una *variazione di forma* di cui è “responsabile” G ed in una *variazione di volume* di cui è “responsabile” K .

Pertanto G misura la resistenza del materiale a cambiare forma senza variazione di volume, mentre K ne misura la resistenza a cambiare volume senza variarne la forma.

Per definizione K , detto *modulo di comprimibilità* o *modulo di elasticità cubico* (*bulk modulus*), esprime il valore della tensione media σ_M agente in modo “idrostatico” sulle facce di un elemento di controllo di volume V , tale da provocare una dilatazione cubica θ unitaria.

Si ricorda che la *dilatazione cubica* θ è definita dalla seguente espressione:

$$\theta = \frac{dV}{V} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (4.28)$$

In generale, per corpi isotropi, le *dilatazioni lineari* si possono così esprimere:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y - \nu \sigma_z) \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E} (-\nu \sigma_x + \sigma_y - \nu \sigma_z) \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E} (-\nu \sigma_x - \nu \sigma_y + \sigma_z) \end{cases} \quad (4.29)$$

sicché essendo

$$\sigma_M = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$$

$$\theta = \frac{1}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) (1 - 2\nu)$$

risulterà un *modulo di elasticità cubico* (*bulk modulus*) K :

$$K = \frac{\sigma_M}{\theta} = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (4.30)$$

Nello studio delle lamine, TSAI considera soltanto gli sforzi e le deformazioni presenti nel piano della lamina facendo ricorso al concetto di *dilatazione “cubica” piana* θ_P :

$$\theta_P = \varepsilon_x + \varepsilon_y \quad (4.31)$$

e di *tensione media “piana”* σ_{MP} (supposta agire uniformemente sui bordi dell’elemento piano di controllo):

$$\sigma_{MP} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (4.32)$$

Di conseguenza, il *modulo di comprimibilità piano* K_P , ricavato estrapolandone la definizione da quella di K , viene ad essere²:

$$K_P = \frac{\sigma_{MP}}{\theta_P} = \frac{E}{2(1 - \nu)} \quad (4.33)$$

² A causa di tale estrapolazione analitica, con cui si passa dal modello tridimensionale a quello bidimensionale, K_P viene a perdere parzialmente di significato fisico.

4.4.1 Valutazione di E_L

Per il modulo di Young longitudinale E_L si è visto che la semplice *regola delle miscele* dà stime accurate nella maggioranza dei casi pratici, ancorché tale regola sia teoricamente esatta nel caso in cui fibre e matrice (entrambe assunte isotrope) presentano un egual coefficiente di Poisson ($\nu_f = \nu_m$). La formula che ne risulta è dunque:

$$E_L = E_f V_f + E_m V_m \quad (4.34)$$

Per tener conto della non perfetta rettilineità delle fibre si introduce un *fattore di allineamento* k (teoricamente compreso fra zero e uno) che attenua il valore di E_f , cosicché la formula precedente diventa:

$$E_L = k E_f V_f + E_m V_m \quad (4.35)$$

Questa espressione di E_L corretta empiricamente va preferita all'espressione proposta da TSAI: $E_L = k (E_f V_f + E_m V_m)$, in quanto si è riscontrato che con bassi valori di k si può causare singolarità della matrice di cedevolezza oppure si possono avere moduli negativi per il laminato. Nella pratica il fattore di allineamento k può variare fra 0.9 e 1, il suo valore è determinato sperimentalmente essendo dipendente dal processo di fabbricazione adottato.

4.4.2 Valutazione di E_T

L'espressione di E_T sviluppata da TSAI risulta piuttosto complessa, essendo:

$$E_T = 2 \left[1 - \nu_f + (\nu_f - \nu_m) V_m \right] \left\{ (1 - C) \left[\frac{K_f (2 K_m + G_m) - G_m (K_f - K_m) V_m}{(2 K_m + G_m) + 2 (K_f - K_m) V_m} \right] + \right. \\ \left. + C \left[\frac{K_f (2 K_m + G_f) - G_f (K_f - K_m) V_m}{(2 K_m + G_f) + 2 (K_f - K_m) V_m} \right] \right\} \quad (4.36)$$

4.4.3 Valutazione di ν_{LT}

Per il coefficiente di Poisson maggiore ν_{LT} , TSAI fornisce l'espressione:

$$\nu_{LT} = (1 - C) \left[\frac{K_f \nu_f (2 K_m + G_m) V_f + K_m \nu_m (2 K_f + G_m) V_m}{K_f (2 K_m + G_m) - G_m (K_f - K_m) V_m} \right] + \\ + C \left[\frac{K_m \nu_m (2 K_f + G_f) V_m + K_f \nu_f (2 K_m + G_f) V_f}{K_f (2 K_m + G_f) - G_f (K_f - K_m) V_m} \right] \quad (4.37)$$

Si ricorda che ν_{LT} rappresenta la quota di contrazione laterale in direzione T (*effetto* riscontrato nel piano di isotropia trasversale) quando si tira il materiale in direzione L (*causa* agente lungo le fibre di rinforzo): la simbologia così predisposta evidenzia questa sequenza “causa–effetto”.

La relazione³ che lega il coefficiente di Poisson *maggiore* ν_{LT} al coefficiente *minore* ν_{TL} è poi data per la legge di reciprocità da:

$$\boxed{\frac{\nu_{LT}}{E_L} = \frac{\nu_{TL}}{E_T}} \quad (4.38)$$

4.4.4 Valutazione di G_{LT}

Il modulo di elasticità tangenziale longitudinale-trasversale G_{LT} si ricava secondo TSAI con questa espressione:

$$\boxed{G_{LT} = (1 - C) G_m \left[\frac{2G_f - (G_f - G_m) V_m}{2G_m + (G_f - G_m) V_m} \right] + C G_f \left[\frac{(G_f + G_m) - (G_f - G_m) V_m}{(G_f + G_m) + (G_f - G_m) V_m} \right]} \quad (4.39)$$

³ Il legame fra le quattro costanti elastiche E_1 , E_2 , ν_{12} , ν_{21} si dimostra considerando un elementino di lamina ortotropa, di lati uguali e disposti lungo le direzioni principali (1,2), tirato da una forza normale N una volta in direzione 1 ed una volta in direzione 2. Le contrazioni laterali che si registrano saranno nei due casi rispettivamente ${}^{(1)}\Delta_2$ e ${}^{(2)}\Delta_1$ (l'apice fra parentesi indica la direzione di sollecitazione).

In virtù del teorema di Betti si potrà affermare l'uguaglianza dei lavori mutui:

$${}^{(1)}N {}^{(1)}\Delta_2 = {}^{(2)}N {}^{(2)}\Delta_1$$

di conseguenza:

$${}^{(1)}\Delta_2 = {}^{(2)}\Delta_1$$

ovvero in termini di deformazioni:

$${}^{(1)}\varepsilon_2 = {}^{(2)}\varepsilon_1$$

I coefficienti di Poisson per definizione valgono:

$$\nu_{12} = -\frac{{}^{(1)}\varepsilon_2}{{}^{(1)}\varepsilon_1} \quad \nu_{21} = -\frac{{}^{(2)}\varepsilon_1}{{}^{(2)}\varepsilon_2}$$

tenuto conto dell'uguaglianza dei numeratori, risulta:

$$\nu_{12} {}^{(1)}\varepsilon_1 = \nu_{21} {}^{(2)}\varepsilon_2$$

ossia:

$$\nu_{12} \frac{\sigma_1}{E_1} = \nu_{21} \frac{\sigma_2}{E_2}$$

essendo $\sigma_1 = \sigma_2$ per ipotesi, ne viene:

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}$$

che è la relazione cercata.

In una lamina ortotropa, a causa della presenza di fibre di elevata rigidezza in direzione 1, intuitivamente è da aspettarsi che ν_{12} sia maggiore di ν_{21} . In effetti ciò è confermato dalla legge prima trovata, per la quale si può scrivere:

$$\nu_{12} = \frac{E_1}{E_2} \nu_{21}$$

essendo $E_1/E_2 > 1$ ne viene:

$$\nu_{12} > \nu_{21}$$

Questa disuguaglianza dà ragione del perché il coefficiente di Poisson ν_{12} è detto "maggiore", mentre ν_{21} è detto "minore".

4.5 FORMULE DI WHITNEY E RILEY

Anche WHITNEY e RILEY (1966) forniscono delle espressioni per valutare i 4 moduli elastici indipendenti utili per l'analisi di lamine in stato piano di sforzo.

Il materiale composito cui si fa riferimento è dello stesso tipo di quello considerato da TSAI, con fasi entrambe isotrope. In questo caso però le fibre risultano *isolate* ($C = 0$) e *disposte casualmente*.

Le formule sono presentate in funzione delle seguenti ulteriori grandezze riferite alle fibre (f) o alla matrice (m):

$$L_f = 1 - \nu_f - 2\nu_f^2 \quad (4.40)$$

$$L_m = 1 - \nu_m - 2\nu_m^2 \quad (4.41)$$

$$k_f = E_f / (2L_f) \quad (4.42)$$

$$k_m = E_m / (2L_m) \quad (4.43)$$

$$\bar{k} = \frac{(k_f + G_m)k_m - G_m(k_f - k_m)V_f}{(k_f + G_m) - (k_f - k_m)V_f} \quad (4.44)$$

$$\bar{\nu} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad (4.45)$$

Il modulo di Young longitudinale E_L è dato dalla semplice regola delle miscele:

$$\boxed{E_L = E_f V_f + E_m V_m} \quad (4.46)$$

Il coefficiente di Poisson maggiore ν_{LT} risulta dall'espressione:

$$\boxed{\nu_{LT} = \nu_m - \frac{2E_f(\nu_m - \nu_f)(1 - \nu_m^2)V_f}{E_m L_f V_m + [L_m V_f + (1 + \nu_m)]E_f}} \quad (4.47)$$

Il modulo di Young trasversale E_T è così fornito:

$$\boxed{E_T = \frac{2\bar{k}(1 - \bar{\nu})E_L}{E_L + 4\bar{k}\nu_{LT}^2}} \quad (4.48)$$

Resta infine il modulo di taglio longitudinale-trasversale G_{LT} che viene espresso con una formula uguale a quella di TSAI già presentata, ossia:

$$\boxed{G_{LT} = (1 - C)G_m \left[\frac{2G_f - (G_f - G_m)V_m}{2G_m + (G_f - G_m)V_m} \right] + C G_f \left[\frac{(G_f + G_m) - (G_f - G_m)V_m}{(G_f + G_m) + (G_f - G_m)V_m} \right]} \quad (4.49)$$

4.6 FORMULE DI HALPIN E TSAI

Le formule di TSAI prima viste rappresentano certamente un utile strumento di analisi, esse però si presentano in un formato di non facile ed immediata applicazione per il progettista. Specialmente nelle prime fasi di impostazione del progetto sono infatti preferibili procedure di calcolo più compatte e rapide. A questo scopo HALPIN e TSAI (1967) hanno sviluppato equazioni in grado di dare una rappresentazione semplificata di analisi altrimenti piuttosto complesse. Più precisamente questi autori — prendendo a base semplici modelli micromeccanici in cui fibre e matrice, a seconda dei casi, lavorano “in parallelo” in condizioni di *isostrain* (modello di VOIGT) o “in serie” in condizioni di *isostress* (modello di REUSS) — hanno messo a punto delle formulazioni per il calcolo dei 5 moduli elastici indipendenti (E_L , ν_{LT} , E_T , G_{LT} , G_T) utili per la caratterizzazione meccanica di lamine ortotrope trasversalmente isotrope con fasi costituenti isotrope. Tali formulazioni si sono dimostrate sufficientemente accurate per la maggioranza dei compositi reali con contenuto di fibre non troppo elevato (in pratica con $V_f < 0.60$). È stato visto inoltre che le formule di HALPIN-TSAI, oltre che per materiali *fibro-rinforzati*, sono ben applicabili pure a compositi con rinforzo *particellare* o con rinforzo *nastriforme*.

Per quanto concerne il calcolo delle costanti elastiche legate ad una sollecitazione normale agente nella direzione delle fibre (ossia per E_L e ν_{LT}) viene ritenuto affidabile il modello micromeccanico in cui le fasi costituenti lavorano “in parallelo”. In altri termini, fibre e matrice contribuiscono al valore della costante complessiva ricercata in funzione della propria rigidezza (per E_L) o della propria deformazione (per ν_{LT}), secondo le proporzioni stabilite dalla regola delle miscele.

Per il modulo di Young longitudinale E_L viene così proposta la seguente formulazione:

$$\boxed{E_L = E_f V_f + E_m V_m} \quad (4.50)$$

Analogamente per il coefficiente di Poisson maggiore ν_{LT} si ha:

$$\boxed{\nu_{LT} = \nu_f V_f + \nu_m V_m} \quad (4.51)$$

Il coefficiente di Poisson minore ν_{TL} potrà poi essere ricavato dalla seguente relazione di reciprocità:

$$\boxed{\frac{\nu_{LT}}{E_L} = \frac{\nu_{TL}}{E_T}} \quad (4.52)$$

Per il calcolo delle costanti elastiche che coinvolgono la risposta del materiale causata da sollecitazioni agenti trasversalmente alle fibre (ossia per E_T , G_{LT} e G_T), Halpin-Tsai usano il modello micromeccanico che vede fibre e matrice lavorare “in serie”, ma introducono opportune correzioni. Specificamente, nella regola delle miscele, applicata questa volta con riferimento alle cedevolezza del materiale ($1/E_T$, $1/G_{LT}$ e $1/G_T$), viene adottato un parametro di “best fit” (denominato rispettivamente ξ_E , ξ_G e ξ_T) in grado di far risultare una migliore previsione delle costanti elastiche coinvolte, più aderente a quanto rilevabile sperimentalmente.

In questo modo, per il modulo di Young trasversale E_T viene proposta una espressione del tipo:

$$\boxed{\frac{E_T}{E_m} = \frac{1 + \xi_E \eta_E V_f}{1 - \eta_E V_f}} \quad (4.53)$$

con

$$\eta_E = \frac{(E_f/E_m) - 1}{(E_f/E_m) + \xi_E} \quad (4.54)$$

in cui ξ_E è il parametro di “best fit” derivabile in base alle risultanze sperimentali, che dà la misura dell’azione rinforzante operata da parte delle fibre nel composito: più alto è il valore di ξ_E e maggiore risulta l’efficacia delle fibre⁴. HALPIN e TSAI, in assenza di più precisi riscontri sperimentali, propongono di prendere $\xi_E = 2$.

Il modulo di taglio nel piano longitudinale-trasversale G_{LT} risponde ad una espressione analoga a quella usata per E_T , ossia:

$$\frac{G_{LT}}{G_m} = \frac{1 + \xi_G \eta_G V_f}{1 - \eta_G V_f} \quad (4.55)$$

con

$$\eta_G = \frac{(G_f/G_m) - 1}{(G_f/G_m) + \xi_G} \quad (4.56)$$

Il parametro di “best fit” ξ_G in questo caso assume valori intorno ad 1, purché $V_f < 60\%$. In assenza di dati sperimentali più specifici si può pertanto assumere $\xi_G = 1$.

Anche per il modulo di taglio trasversale G_T (indicato pure con G_{TN}), caratterizzante la deformazione da tensioni tangenziali nel piano di isotropia normale alle fibre, vale una relazione formalmente uguale alle precedenti:

$$\frac{G_T}{G_m} = \frac{1 + \xi_T \eta_T V_f}{1 - \eta_T V_f} \quad (4.57)$$

con al solito:

$$\eta_T = \frac{(G_f/G_m) - 1}{(G_f/G_m) + \xi_T} \quad (4.58)$$

Per il calcolo di G_T l’espressione del parametro ξ_T è la seguente:

$$\xi_T = \frac{k_m/G_m}{(k_m/G_m) + 2} \quad (4.59)$$

dove

$$k_m = \frac{E_m}{2(1 - \nu_m - 2\nu_m^2)} \quad (4.60)$$

(il parametro k_m è lo stesso che si usa nelle formule di Whitney-Riley).

⁴ Vale la pena di osservare che l’espressione di Halpin-Tsai per il calcolo di E_T , non appena si pone $\xi_E = 0$, si riconduce a quella ottenibile applicando la regola delle miscele alle cedevolezze a sforzo normale ($1/E$) dei materiali costituenti, ossia:

$$\frac{1}{E_T} = \frac{1}{E_f} V_f + \frac{1}{E_m} V_m$$

4.7 FORMULE DI HAHN

Seguendo l'approccio di HALPIN e TSAI, sono state ricavate da HAHN (1980) delle equazioni per la determinazione dei moduli elastici del composito.

Viene fatto riferimento a lamine rinforzate con fibre lunghe unidirezionali, di sezione circolare e disposizione *casuale* nella matrice isotropa.

A differenza delle equazioni di HALPIN-TSAI, quelle di HAHN sono applicabili anche a lamine con fibre *anisotrope*, quali ad esempio carbonio e fibre aramidiche. Per le fibre *isotrope*, come il vetro, si potranno assumere alcune semplificazioni.

Anche in questo caso il materiale composito è considerato da un punto di vista macroscopico trasversalmente isotropo, sicché il suo comportamento meccanico potrà essere completamente espresso tramite la conoscenza di sole 5 costanti elastiche indipendenti.

Le formule di HAHN permettono il calcolo delle seguenti costanti elastiche:

E_L = modulo di Young longitudinale,

ν_{LT} = coefficiente di Poisson maggiore,

G_{LT} = modulo di taglio longitudinale-trasversale nel piano della lamina,

G_T = modulo di taglio nel piano di isotropia trasversale,

K_T = modulo di comprimibilità piano nel piano di isotropia trasversale.

Infine, in funzione di K_T , G_T , E_L e ν_{LT} , viene fornita anche l'espressione per la costante:

E_T = modulo di Young trasversale (ossia nel piano di isotropia trasversale).

Per ricavare le costanti elastiche E_L , ν_{LT} , G_{LT} , G_T e K_T — introducendo genericamente un parametro indicato con P — HAHN fissa una stessa espressione formale data da:

$$P = \frac{P_f V_f + \eta P_m V_m}{V_f + \eta V_m} \quad (4.61)$$

I singoli elementi sono ricavabili dal seguente quadro:

COSTANTE ELASTICA	P	P_f	P_m	η
E_L	E_L	E_{L_f}	E_m	1
ν_{LT}	ν_{LT}	ν_{LT_f}	ν_m	1
G_{LT}	$1/G_{LT}$	$1/G_{LT_f}$	$1/G_m$	$\eta_{G_{LT}}$
G_T	$1/G_T$	$1/G_{T_f}$	$1/G_m$	η_{G_T}
K_T	$1/K_T$	$1/K_f$	$1/K_m$	η_K

Si osserva che le costanti E_L e ν_{LT} vengono a rispondere alla semplice regola delle miscele, mentre le altre costanti sono espresse tramite la conoscenza preventiva di queste ulteriori grandezze:

$$K_f = \frac{E_{L_f}}{2(1 - \nu_{LT_f})} \quad (4.62)$$

$$K_m = \frac{E_m}{2(1 - \nu_m)} \quad (4.63)$$

$$G_m = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} \quad (4.64)$$

$$\eta_{G_{LT}} = \frac{1 + G_m/G_{LT_f}}{2} \quad (4.65)$$

$$\eta_{G_T} = \frac{3 - 4\nu_m + G_m/G_{T_f}}{4(1 - \nu_m)} \quad (4.66)$$

$$\eta_K = \frac{1 + G_m/K_f}{2(1 - \nu_m)} \quad (4.67)$$

Il modulo di Young trasversale E_T può essere ricavato invece con la seguente espressione:

$$\boxed{E_T = \frac{4K_T G_T}{K_T + \psi G_T}} \quad (4.68)$$

dove

$$\psi = 1 + \frac{4K_T \nu_{LT}^2}{E_L} \quad (4.69)$$

Come già accennato, le equazioni di HAHN si semplificano in presenza di *fibre isotrope* con basso coefficiente di Poisson (per esempio vetro con $\nu_f \cong 0.20$). Questa circostanza permette di trascurare ν_f^2 ed approssimare così η_K nella forma:

$$\eta_K = \frac{1 + (1 - 2\nu_f) G_m/G_f}{2(1 - \nu_m)} \quad (4.70)$$

Inoltre, tenuto conto che nella maggioranza dei compositi strutturali con fibre isotrope il rapporto G_m/G_f è trascurabile (essendo $G_m/G_f < 0.05$), si può ulteriormente semplificare assumendo:

$$\boxed{\eta_{G_{LT}} = 0.5}$$

$$\eta_{G_T} = \frac{3 - 4\nu_m}{4(1 - \nu_m)} \quad (4.71)$$

$$\eta_K = \frac{1}{2(1 - \nu_m)} \quad (4.72)$$

Infine, tenuto conto che per molte matrici (epossidiche, vinilesteri e poliesteri) $\nu_m \approx 0.35$, si può prendere:

$$\boxed{\eta_{G_T} = 0.62}$$

$$\boxed{\eta_K = 0.77}$$

4.8 MODULI ELASTICI IN COMPOSITI A FIBRE CASUALMENTE ORIENTATE

Per il calcolo dei moduli elastici di compositi rinforzati con fibre corte va distinto il caso in cui le fibre sono allineate secondo una direzione *preferenziale*, da quello in cui le fibre sono disposte con orientazione *casuale* nel piano della lamina.

In lamine a *fibre corte unidirezionali*, se le fibre presentano un rapporto lunghezza/diametro $l/d > 100$ possono essere adottate le formule di HALPIN-TSAI già viste per le lamine unidirezionali a fibre lunghe. Questa circostanza è praticamente sempre realizzata poiché per un tipico diametro d di fibra pari a 0.01 mm basta avere $l > 1$ mm; nella pratica le fibre corte presentano normalmente una lunghezza $l > 20$ mm.

In lamine a *fibre corte casualmente orientate*, come sono generalmente quelle usate nelle costruzioni marine (*chopped strand mat*), i moduli elastici nel piano della lamina possono essere considerati con riferimento ad un materiale *macroscopicamente isotropo*. Pertanto per questi compositi basta ricercare 2 soli moduli indipendenti: E e G . Detti moduli possono essere ricavati in funzione del modulo di Young longitudinale E_L e di quello trasversale E_T valutati con le equazioni di HALPIN-TSAI pensando la lamina come se fosse a fibre corte unidirezionali.

Le formule empiriche messe a punto per queste tipologie di compositi sono le seguenti:

$$\begin{aligned} E &= \frac{3}{8} E_L + \frac{5}{8} E_T \\ G &= \frac{1}{8} E_L + \frac{1}{4} E_T \end{aligned} \quad (4.73)$$

Il coefficiente di Poisson ν si ricava dalla relazione $G = E/2(1 + \nu)$ valevole per corpi isotropi:

$$\nu = \frac{E}{2G} - 1 \quad (4.74)$$

In alternativa a queste formule, e per il caso più generale in cui il rinforzo sia costituito da *fibre corte* o *lunghe casualmente orientate* nel piano della lamina, i moduli elastici possono essere stimati usando le espressioni seguenti:

$$\begin{aligned} E &= (U_1 + U_4)(U_1 - U_4) / U_1 \\ G &= (U_1 - U_4) / 2 \\ \nu &= U_4 / U_1 \end{aligned} \quad (4.75)$$

dove U_1 e U_4 sono gli *invarianti* definiti da TSAI e PAGANO in questo modo:

$$\begin{aligned} U_1 &= (3Q_{11} + 3Q_{22} + 2Q_{12} + 4Q_{66}) / 8 \\ U_4 &= (Q_{11} + Q_{22} + 6Q_{12} - 4Q_{66}) / 8 \end{aligned} \quad (4.76)$$

Essi sono funzione dei *coefficienti di rigidezza del materiale* Q_{11} , Q_{22} , Q_{12} e Q_{66} che vanno valutati con riferimento alle costanti elastiche E_L , E_T , G_{LT} , ν_{LT} e ν_{TL} relative al composito pensato con le fibre allineate, usando le formule di HALPIN-TSAI.

Le espressioni dei coefficienti di rigidezza sono queste:

$$\begin{array}{l} Q_{11} = E_L / (1 - \nu_{LT} \nu_{TL}) \\ Q_{22} = E_T / (1 - \nu_{LT} \nu_{TL}) \\ Q_{12} = \nu_{LT} E_T / (1 - \nu_{LT} \nu_{TL}) \\ Q_{66} = G_{LT} \end{array} \quad (4.77)$$

Sulle espressioni degli invarianti U_i e dei coefficienti di rigidezza del materiale Q_{ij} si ritornerà nel capitolo concernente l'analisi macromeccanica.

4.9 INFLUENZA DEI VUOTI SULLE PROPRIETÀ MECCANICHE

La densità di un composito, che può essere calcolata teoricamente a partire dalle caratteristiche delle fasi costituenti, non sempre coincide con quella determinata sperimentalmente. Questo è dovuto alla presenza di vuoti sotto forma di *bolle d'aria* che occupano una *frazione in volume* V_v dell'intero volume di materiale.

Se si indicano con ρ_{ct} e ρ_{cs} le densità del composito valutate rispettivamente per via *teorica* e per via *sperimentale*, si può definire V_v come segue:

$$V_v = \frac{\rho_{ct} - \rho_{cs}}{\rho_{ct}} \quad (4.78)$$

Chiaramente in questo caso valgono le relazioni:

$$V_f + V_m + V_v = 1 \quad (4.79)$$

$$W_f + W_m = 1 \quad (4.80)$$

Per quanto concerne l'influenza dei vuoti sulle proprietà meccaniche del composito, se la frazione V_v è *piccola* e le bolle d'aria risultano disperse interamente nella matrice si potrà valutare per la matrice un *modulo di Young corretto* \bar{E}_m ed un *coefficiente di Poisson corretto* $\bar{\nu}_m$ ricorrendo ad una semplice riduzione proporzionale. A tal fine si può introdurre la seguente definizione di frazione volumetrica *apparente* della matrice \bar{V}_m :

$$\bar{V}_m = V_m + V_v \quad (4.81)$$

Per cui le proprietà elastiche *corrette* della matrice \bar{E}_m e $\bar{\nu}_m$ risulteranno:

$$\bar{E}_m = E_m \frac{V_m}{\bar{V}_m} \quad (4.82)$$

$$\bar{\nu}_m = \nu_m \frac{V_m}{\bar{V}_m} \quad (4.83)$$

Il *modulo di taglio corretto* \bar{G}_m , assumendo isotropa la matrice con i vuoti uniformemente dispersi, sarà:

$$\boxed{\bar{G}_m = \frac{\bar{E}_m}{2(1 + \bar{\nu}_m)}} \quad (4.84)$$

Nel caso di compositi a due componenti, in presenza di una certa frazione volumetrica di vuoti V_v , è possibile valutare la frazione volumetrica *effettiva* di una fase (V_f o V_m) se si conosce la frazione in peso corrispondente (W_f o W_m). Partendo dalla (4.17) che esprime il rapporto ponderale W_{mf} :

$$W_{mf} = \frac{W_m}{W_f} = \frac{\rho_m}{\rho_f} \frac{V_m}{V_f} \quad (4.85)$$

tenuto conto delle (4.79) e (4.80), si perviene alle seguenti:

$$\boxed{V_f = \frac{1 - V_v}{1 + \frac{\rho_f}{\rho_m} W_{mf}} = \frac{1 - V_v}{1 + \frac{\rho_f}{\rho_m} \left(\frac{1}{W_f} - 1 \right)}} \quad (4.86)$$

$$\boxed{V_m = \frac{1 - V_v}{1 + \frac{\rho_m}{\rho_f} \frac{1}{W_{mf}}} = \frac{1 - V_v}{1 + \frac{\rho_m}{\rho_f} \left(\frac{1}{W_m} - 1 \right)}} \quad (4.87)$$

I compositi di alta qualità, ottenuti ad esempio per avvolgimento (*filament winding*), hanno in genere un contenuto di vuoti $V_v < 0.02$, mentre i laminati ottenuti per stratificazione manuale (*hand lay-up*), tipica nelle costruzioni navali, presentano una frazione volumetrica di vuoti che normalmente è $V_v < 0.05$.

Contenuti di vuoti di questo ordine possono avere una forte influenza sulla *resistenza* del materiale, ma non ne influenzano significativamente le proprietà elastiche. Per questa ragione, nella maggioranza dei casi pratici la presenza dei vuoti può essere ignorata relativamente alla valutazione dei moduli elastici del composito.

4.10 MODULI ELASTICI NELLA DIREZIONE NORMALE PRINCIPALE

In alcuni problemi di analisi degli sforzi è necessario fare riferimento alle proprietà elastiche rispetto alla direzione normale principale N della lamina (cioè nella direzione dello spessore), ovvero ai moduli E_N , G_{LN} , G_{TN} ed ai coefficienti di Poisson ν_{LN} e ν_{TN} .

Con riferimento ad una lamina unidirezionale, le condizioni di *isotropia trasversale* permettono di assumere:

$$\boxed{\begin{aligned} E_N &= E_T \\ G_{LN} &= G_{LT} \\ \nu_{LN} &= \nu_{LT} \\ G_{TN} &= \frac{E_N}{2(1 + \nu_{TN})} \\ \nu_{NT} &= \nu_{TN} \end{aligned}} \quad (4.88)$$

I valori di E_T , G_{LT} , ν_{LT} e G_{TN} (quest'ultimo indicato anche semplicemente con G_T) possono essere ricavati con le formule dei diversi autori in precedenza esposte.

Il coefficiente di Poisson nel piano trasversale ν_{TN} può quindi essere ricavato dalla quarta delle espressioni appena viste, ovvero:

$$\nu_{TN} = \frac{E_N}{2G_{TN}} - 1 \quad (4.89)$$

4.11 CONSIDERAZIONI TEORICHE SULLA RESISTENZA A TRAZIONE DELLE LAMINE UNIDIREZIONALI

Si deve premettere che la previsione per via teorica della resistenza dei materiali compositi fibrorinforzati, allo stato attuale della ricerca, non ha consolidato quelle caratteristiche di affidabilità che invece si riscontrano nella previsione teorica delle costanti elastiche. Cionondimeno, il meccanismo con cui si sviluppa la capacità di resistere a trazione di una lamina unidirezionale può essere meglio compreso sulla base di alcune considerazioni traibili dal modello con fibre e matrice che lavorano in parallelo, in ragione delle rispettive frazioni volumetriche (Fig. 4.6).

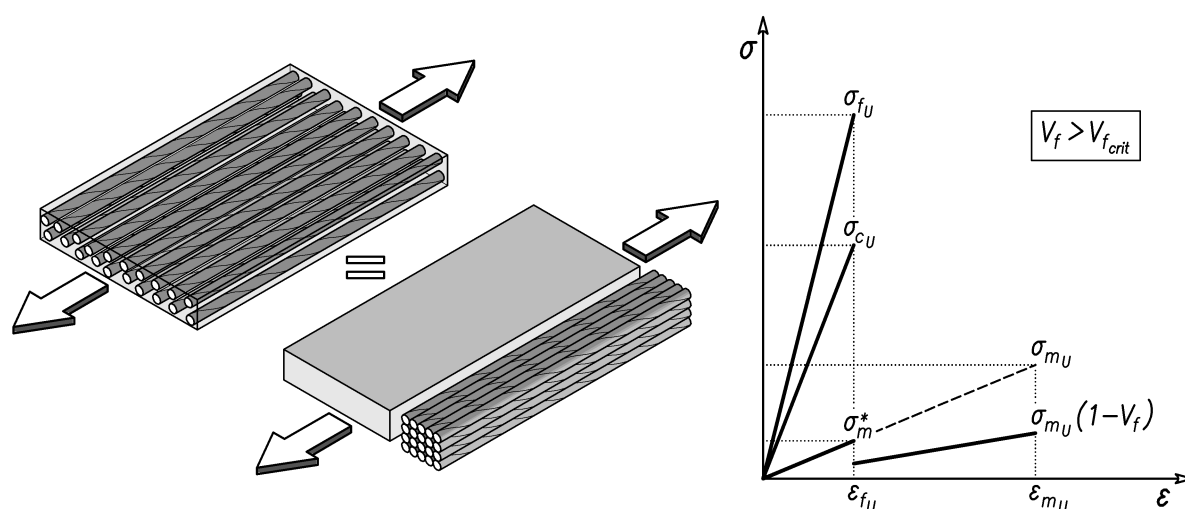


Figura 4.6 — Modello per la previsione teorica della resistenza a trazione di una lamina

Si fanno le seguenti ipotesi semplificative:

- fibre e matrice hanno un comportamento elastico lineare sino a rottura;
- le fibre al momento del collasso cedono tutte contemporaneamente, con la sezione di rottura posta nello stesso piano trasversale.

Si suppone inoltre che la deformazione a rottura delle fibre sia minore di quella della matrice ($\varepsilon_{fU} < \varepsilon_{mU}$), al fine di sfruttare appieno le potenzialità di resistenza offerte dalle fibre.

Vengono indicate con σ_{fU} , σ_{mU} e σ_m^* rispettivamente la resistenza ultima delle fibre, la resistenza ultima della matrice e la resistenza della matrice al momento della rottura delle fibre, ossia:

$$\sigma_{fU} = \sigma_f|_{\varepsilon_{fU}} \quad \sigma_{mU} = \sigma_m|_{\varepsilon_{mU}} \quad \sigma_m^* = \sigma_m|_{\varepsilon_{fU}}$$

Nelle ipotesi suddette, la resistenza offerta dal composito poco prima della rottura delle fibre è data sommando proporzionalmente i contributi di fibre e matrice secondo la regola delle miscele:

$$\sigma_c|_{\varepsilon_{fU}} = V_f \sigma_{fU} + (1 - V_f) \sigma_m^* \quad (4.90)$$

Dopo la rottura delle fibre, sarà la sola matrice (eventualmente) a farsi carico della resistenza della lamina in ragione della frazione volumetrica $V_m = (1 - V_f)$ con cui è presente nel composito:

$$\sigma_c|_{\varepsilon_{mU}} = (1 - V_f) \sigma_{mU} \quad (4.91)$$

La resistenza ultima σ_{cU} del materiale composito nel suo complesso scaturisce dal confronto fra le due equazioni precedenti, dovendo essere:

$$\sigma_{cU} = \max \left[\sigma_c|_{\varepsilon_{fU}}, \sigma_c|_{\varepsilon_{mU}} \right] \quad (4.92)$$

Chiaramente, fissata la natura delle fibre e della matrice, il parametro che governa il valore della σ_{cU} è la frazione volumetrica V_f .

In particolare, si individua una frazione volumetrica *minima* di fibre V_{fmin} in corrispondenza alla quale vale l'uguaglianza:

$$\sigma_c|_{\varepsilon_{fU}} = \sigma_c|_{\varepsilon_{mU}}$$

Da detta uguaglianza si ricava che:

$$V_{fmin} = \frac{\sigma_{mU} - \sigma_m^*}{\sigma_{fU} + \sigma_{mU} - \sigma_m^*} \quad (4.93)$$

Pertanto, per una frazione di fibre $V_f < V_{fmin}$ nel composito predomina la capacità di resistenza della matrice, risultando $\sigma_c|_{\varepsilon_{fU}} < \sigma_c|_{\varepsilon_{mU}}$.

Con riferimento alla sola capacità di resistenza residua offerta dalla matrice una volta che le fibre si siano rotte (ossia: $\sigma_c|_{\varepsilon_{mU}} = (1 - V_f) \sigma_{mU}$), si osserva che la presenza di fibre annegate nella matrice riduce la resistenza residua in ragione della frazione $(1 - V_f)$. È possibile quindi stabilire una cosiddetta frazione volumetrica *critica* di fibre V_{fcrit} al di sotto della quale non conviene scendere poiché si avrebbe un'azione negativa delle fibre nei riguardi della resistenza ultima del composito (anche se, fintanto che le fibre non si rompono, rimarrebbe comunque l'azione positiva nei riguardi della rigidità del materiale composito).

Stante queste considerazioni, la frazione critica di fibre V_{fcrit} si trova imponendo l'uguaglianza:

$$\sigma_c|_{\varepsilon_{fU}} = \sigma_{mU}$$

da cui:

$$V_{fcrit} = \frac{\sigma_{mU} - \sigma_m^*}{\sigma_{fU} - \sigma_m^*} \quad (4.94)$$

In Fig. 4.7, a titolo di esempio, sono riportate le leggi costitutive di un composito nei due casi particolari in cui la frazione volumetrica delle fibre è pari a quella minima oppure a quella critica.

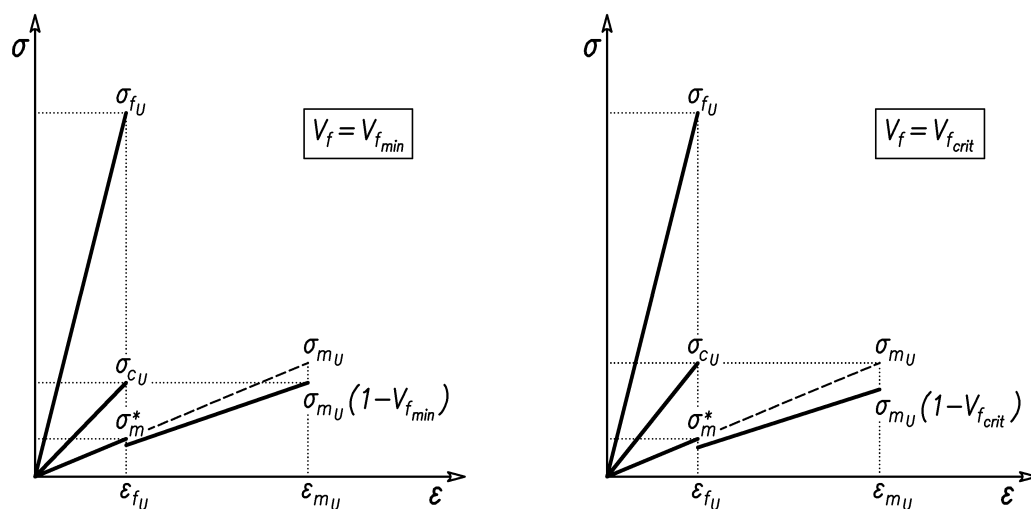


Figura 4.7 — Leggi costitutive in corrispondenza delle frazioni volumetriche minima e critica

L'influenza del parametro V_f sul valore della resistenza ultima della lamina σ_{cU} si evidenzia inoltre in maniera chiara dall'esame del grafico riportato in Fig. 4.8 in cui la linea spezzata a tratto continuo traduce la relazione (4.92). A seconda del valore di V_f , la σ_{cU} può essere a carico della sola matrice ($V_f < V_{f_{min}}$) ovvero a carico sia delle fibre sia della matrice ($V_f > V_{f_{min}}$). Nello stesso grafico si evidenzia bene pure la circostanza in cui la resistenza ultima del composito σ_{cU} è addirittura minore della resistenza ultima della sola matrice σ_{mU} (quando $V_f < V_{f_{crit}}$).

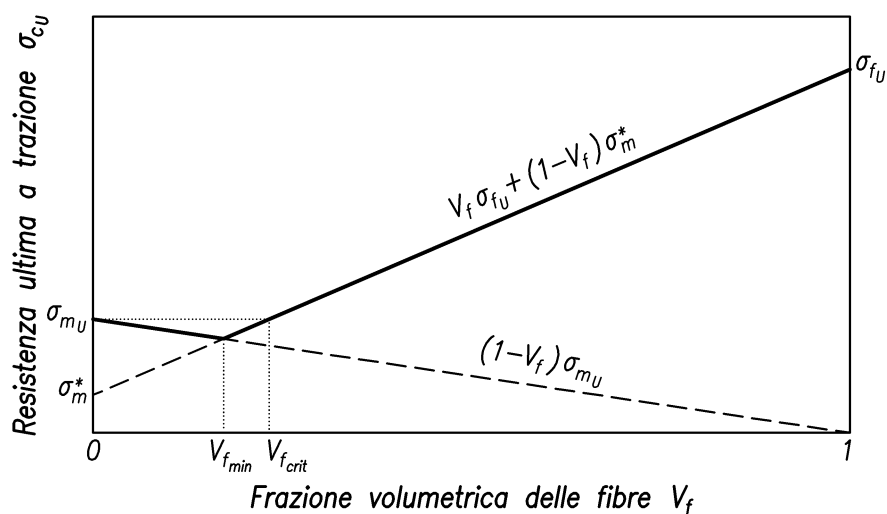


Figura 4.8 — Resistenza ultima a trazione del composito in funzione di V_f

4.12 CARATTERIZZAZIONE DI UNA LAMINA UNIDIREZIONALE PER VIA SPERIMENTALE

Quando si analizzano strutture in composito si ha bisogno di conoscere innanzitutto le proprietà meccaniche, in termini di *costanti elastiche* e *resistenze*, di ogni singola lamina che compone il laminato. La singola lamina costituisce infatti l'elemento base da cui partire per lo studio dell'intero complesso strutturale.

Si è visto che la lamina cui si fa riferimento nei modelli micromeccanici è formata da fibre continue unidirezionali, ma i risultati che si ottengono possono essere estesi pure al caso di fibre corte casualmente disposte o al caso di rinforzi intrecciati costituiti da tessuti. In pratica è sufficiente considerare solamente l'ammontare di fibre agenti nella direzione dell'ordito o della trama, come se la lamina reale fosse data dalla "somma" di due lamine unidirezionali (si trascura l'effetto dell'ondulazione delle fibre dovuta alla tessitura) occupanti lo stesso spazio del tessuto nell'ambito dello stratificato (Fig. 4.9).

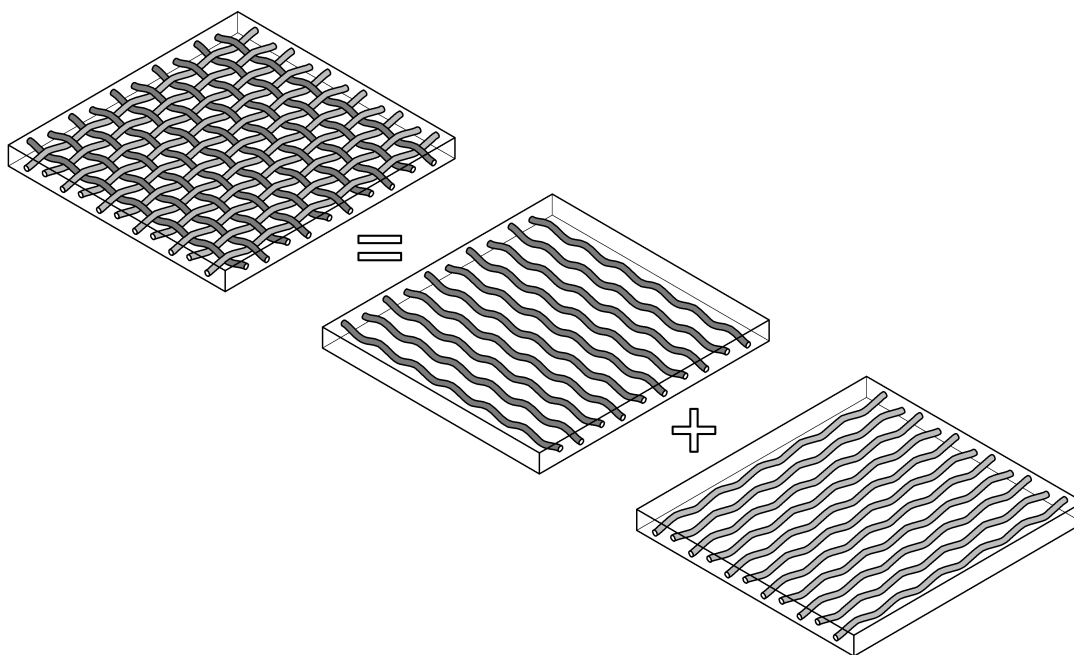


Figura 4.9 — Lamina con fibre intessute e corrispondenti lamine unidirezionali equivalenti

Per indicare sinteticamente l'aliquota di fibre che sulla frazione V_f effettivamente lavora nella direzione longitudinale della lamina unidirezionale equivalente si introduce il concetto di *frazione volumetrica efficace* $V_{f\text{eff}}$ data da:

$$V_{f\text{eff}} = \alpha V_f \quad (4.95)$$

Con α si indica il cosiddetto *fattore di efficacia*, che assume i seguenti valori:

- $\alpha = 1$ per fibre unidirezionali,
- $= 0.5$ per stuoie/tessuti bilanciati,
- $= 0.375$ per fibre casualmente disposte nel piano,
- $= 0.2$ per fibre casualmente disposte nello spazio.

Così un mat, rispetto ad una qualsiasi direzione, può essere assimilato ad una lamina unidirezionale avente una frazione volumetrica di fibre ridotta in ragione ad $\alpha = 0.375$. Mentre una stuoia non bilanciata avente per esempio il 70% delle fibre nell'ordito ed il rimanente 30% nella trama sarà assimilabile a due lamine unidirezionali, orientate secondo le direzioni di tessitura, cui competono fattori di efficacia α pari rispettivamente a 0.70 e 0.30.

La conoscenza delle caratteristiche di rigidità delle singole lamine serve da base per determinare il reale campo di tensioni agente nel laminato. Ciò che rimane da definire è il campo di tensioni ammissibili per ciascuna lamina che, con riferimento alle *tensioni di rottura*, si traduce nel conoscere le *resistenze* nelle direzioni principali del materiale di ogni lamina.

Va ribadito che, mentre esistono, come si è visto, vari modelli micromeccanici per il calcolo delle rigidità, non si hanno modelli micromeccanici abbastanza affidabili per la previsione delle resistenze di una lamina. Ciò è imputabile principalmente alla complessità e molteplicità di modi in cui può manifestarsi il cedimento, nonché ai numerosi fattori che durante la lavorazione o l'esercizio influenzano sensibilmente la capacità ultima del manufatto.

Non resta altro che il ricorso a prove sperimentali per stabilire le resistenze (o tensioni ultime) di una lamina.

In generale, per una lamina unidirezionale sollecitata nel proprio piano, costituita da materiali con diverso comportamento a trazione e compressione, sono da stabilire le seguenti resistenze fondamentali:

$$\begin{aligned} \sigma_{LU}^t, \sigma_{LU}^c &= \text{resistenza longitudinale ultima rispettivamente a trazione e a compressione,} \\ \sigma_{TU}^t, \sigma_{TU}^c &= \text{resistenza trasversale ultima rispettivamente a trazione e a compressione,} \\ \tau_{LTU} &= \text{resistenza ultima a taglio.} \end{aligned}$$

Queste resistenze vanno stabilite caricando la lamina nelle direzioni principali del materiale, facendo agire *indipendentemente* una sollecitazione per volta (Fig. 4.10).

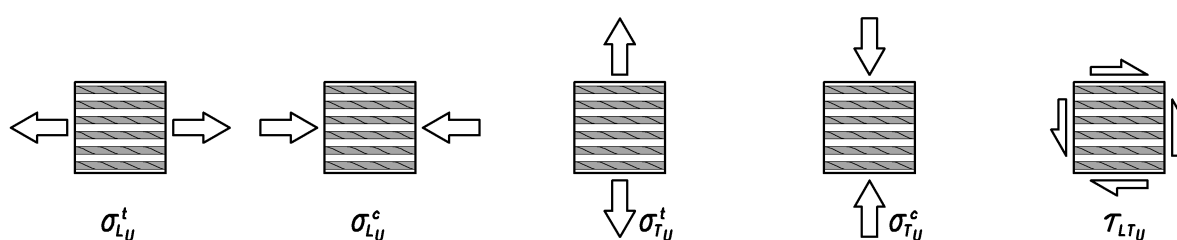


Figura 4.10 — Resistenze fondamentali per una lamina unidirezionale

Da osservare che la resistenza a taglio è indipendente dal differente comportamento a trazione e a compressione del materiale solo nel caso in cui viene determinata con riferimento agli assi principali (L, T). Con riferimento ad assi qualsiasi (x, y) va tenuto conto se la tensione tangenziale è *positiva* o *negativa*, poiché a parità di deformazione angolare γ_{xy} , essendo diverse le rigidità G_{xy} , diversi saranno i valori delle tensioni τ_{xy} che ne derivano.

Per convenzione, le tensioni tangenziali sono “positive” se agendo sulle facce di normale positiva (concordemente ad uno degli assi coordinati) dell'elementino di controllo spirano secondo il verso positivo dell'altro asse di riferimento.

Con queste premesse, se le τ sono riferite agli assi L e T , le tensioni principali corrispondenti agiscono sull'elementino di controllo in modo eguale tanto con τ_{LT} di segno positivo che negativo. Se invece le τ sono riferite ad assi arbitrari x e y (ad esempio ruotati di 45° rispetto agli assi L e T , come in Fig. 4.11) si osserva che in presenza di τ_{xy} positive le tensioni principali agiranno in modo tale che le fibre risulteranno tese, mentre con τ_{xy} negative saranno compresse. Questo comporterà chiaramente una diversa risposta per le resistenze a taglio τ_{xyU} corrispondenti.

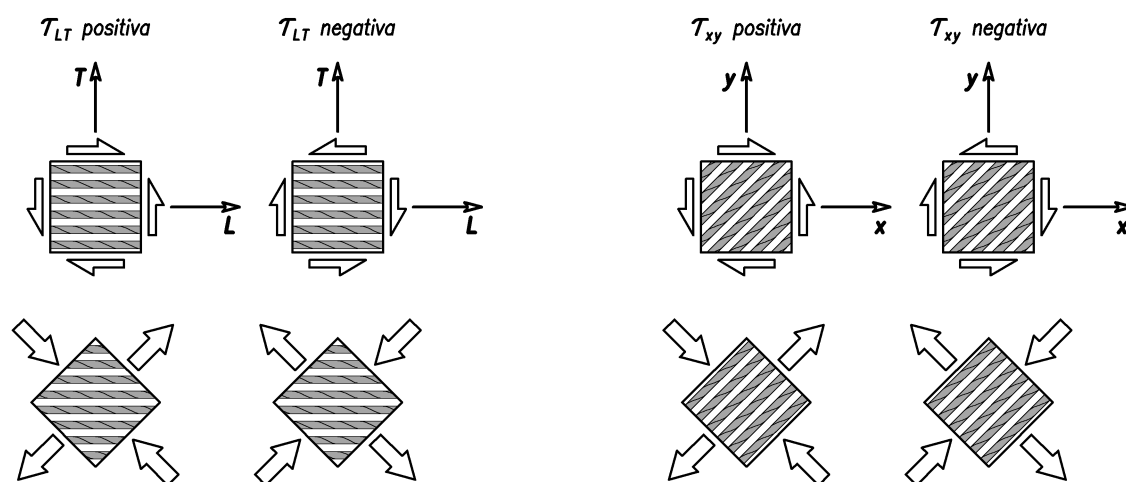


Figura 4.11 — *Effetto del segno delle tensioni tangenziali sulle resistenze a taglio*

Le diverse prove sperimentali che vengono condotte su una lamina unidirezionale permettono di determinare le caratteristiche di resistenza (a trazione e compressione):

σ_{LU} = resistenza longitudinale ultima,

σ_{TU} = resistenza trasversale ultima,

τ_{LTU} = resistenza a taglio ultima.

ed anche le caratteristiche di rigidità (a trazione e compressione):

E_L = modulo di Young longitudinale,

E_T = modulo di Young trasversale,

ν_{LT} = coefficiente di Poisson maggiore,

ν_{TL} = coefficiente di Poisson minore,

G_{LT} = modulo di taglio longitudinale-trasversale.

Fondamentalmente verranno condotte tre *prove di trazione* (o di compressione) ed una *prova di torsione*.

In base al tipo di prova, la preparazione dei provini per alcuni materiali può richiedere l'impiego di talloni (*tabs*), ovvero di piccoli spessori di geometria opportuna che vengono incollati sul provino per evitare che la lamina venga danneggiata dagli afferraggi della macchina di prova. I talloni devono avere una deformabilità superiore a quella del provino da testare ed una lunghezza tale da garantire il trasferimento degli sforzi dagli afferraggi al provino. Tale lunghezza deve essere definita in base alle proprietà a taglio dell'adesivo impiegato per incollare i talloni stessi.

Lo spessore dei provini è realizzato attraverso la sovrapposizione di più lamine uguali, in quanto una sola lamina risulterebbe troppo fragile da maneggiare.

I provini per le prove di trazione (o compressione) sono caratterizzati da una sezione trasversale di *area* A e si presentano con le fibre opportunamente orientate di un *angolo* θ rispetto alla direzione di applicazione del *carico* P . Nelle prove di compressione il provino viene sostenuto lateralmente per impedirne l'infestonamento per carico di punta.

La prova di torsione viene condotta su un provino costituito da un tubo circolare di *raggio medio* r e *spessore* h , alla cui estremità è applicato un *momento torcente* M_t . Il tubo viene costruito con lamine aventi le fibre allineate o tutte parallelamente all'asse del tubo o tutte disposte circonferenzialmente. In ogni caso lo spessore realizzato deve essere piccolo rispetto al raggio per poter considerare costante la tensione tangenziale che matura a seguito del carico torcente.

Valutazione di E_L , ν_{LT} e σ_{LU}

Si esegue una prova di trazione (o compressione) su un provino con le fibre allineate nella direzione di applicazione del carico (orientazione $\theta = 0^\circ$), Fig. 4.12.

Si misurano le dilatazioni lineari ε_L ed ε_T , nonché il carico applicato P sino alla rottura (P_{ult}). Si potranno così ricavare le seguenti grandezze:

$$\boxed{E_L = \frac{P/A}{\varepsilon_L} \quad \nu_{LT} = -\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_L} \quad \sigma_{LU} = \frac{P_{ult}}{A}} \quad (4.96)$$

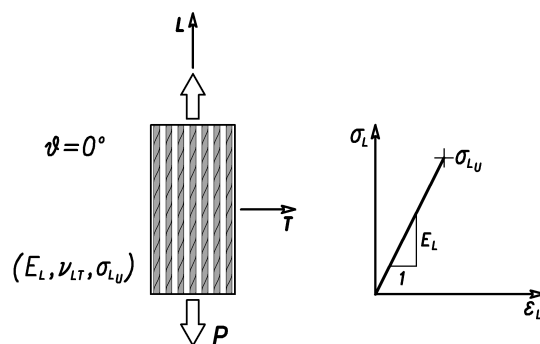


Figura 4.12 — Prova di trazione per la valutazione di E_L , ν_{LT} e σ_{LU}

Valutazione di E_T , ν_{TL} e σ_{TU}

La prova di trazione (o compressione) in questo caso prevede di caricare il provino trasversalmente alle fibre (orientazione $\theta = 90^\circ$), Fig. 4.13.

Si misurano il carico applicato P e le dilatazioni lineari ε_L ed ε_T , ottenendo così:

$$\boxed{E_T = \frac{P/A}{\varepsilon_T} \quad \nu_{TL} = -\frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_T} \quad \sigma_{TU} = \frac{P_{ult}}{A}} \quad (4.97)$$

A questo punto può essere fatta una verifica incrociata circa l'accuratezza delle misure effettuate, dovendo risultare:

$$\frac{\nu_{LT}}{E_L} = \frac{\nu_{TL}}{E_T}$$

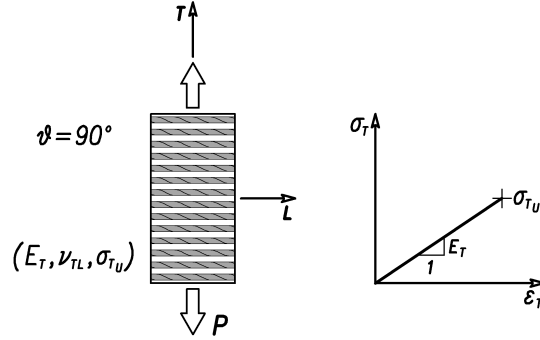


Figura 4.13 — Prova di trazione per la valutazione di E_T , ν_{TL} e σ_{TU}

Valutazione di G_{LT}

Il modulo di taglio nel piano della lamina può essere valutato con una prova di trazione, adottando un provino con le fibre inclinate di $\theta = 45^\circ$ rispetto alla direzione x di applicazione del carico (Fig. 4.14).

In questo caso il carico non agisce lungo una direzione principale del materiale, giacché la determinazione di G_{LT} non è diretta, come invece si è potuto fare per i moduli di Young nelle due prove precedenti. Occorrerà sfruttare una delle relazioni ricavate con l'analisi micromeccanica delle lamine (esposte alla fine di questa sezione), in cui le proprietà elastiche in direzioni arbitrarie (x, y) sono espresse in funzione delle proprietà elastiche nelle direzioni principali del materiale (L, T) .

La relazione cui si fa riferimento, tenuto conto delle semplificazioni analitiche dovute all'orientazione $\theta = 45^\circ$, è la seguente:

$$\frac{1}{E_x} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{G_{LT}} + \frac{1}{E_T} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \quad (4.98)$$

Alla luce dei risultati ottenuti con le prove di trazione precedenti (con θ pari a 0° e 90°), in questa prova si tratterà di misurare soltanto la dilatazione lineare ε_x nella direzione di applicazione del carico. Pertanto si determinerà dapprima il modulo E_x , che per definizione è dato da:

$$E_x = \frac{P/A}{\varepsilon_x} \quad (4.99)$$

e poi facendo ricorso alla relazione (4.98) si potrà determinare il modulo di taglio G_{LT} :

$$G_{LT} = \left(\frac{4}{E_x} - \frac{1}{E_L} - \frac{1}{E_T} + \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right)^{-1} \quad (4.100)$$

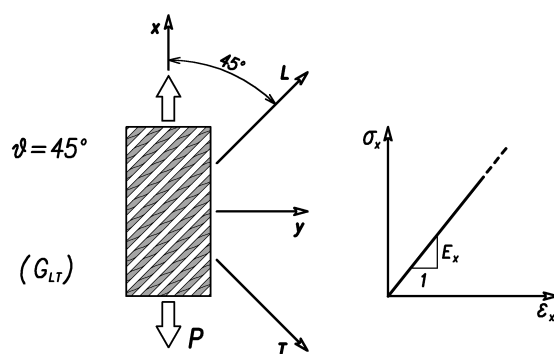


Figura 4.14 — Prova di trazione per la valutazione di G_{LT}

Valutazione di τ_{LTU}

Sfortunatamente la resistenza a taglio τ_{LTU} non può essere determinata portando a rottura il provino della prova precedente, in quanto in tale prova non matura una deformazione da taglio pura, ma sono presenti pure altri effetti deformativi dovuto al carico assiale. In altri termini, nella sezione di rottura le tensioni tangenziali non agiscono da sole, ma sono presenti anche tensioni normali.

D'altronde per le resistenze non esistono relazioni analoghe a quelle esprimenti le proprietà elastiche riferite ad assi arbitrari.

Per questi motivi si è costretti a ricorrere ad una prova sperimentale in grado di far maturare nella sezione di rottura esclusivamente tensioni tangenziali costanti. Ciò si ottiene sottoponendo a torsione il provino tubolare prima descritto, misurando il momento torcente ultimo $M_{t_{ult}}$ all'atto della rottura (Fig. 4.15).

La resistenza a taglio si ricaverà in base alla formula di Bredt:

$$\tau_{LTU} = \frac{M_{t_{ult}}}{2\pi r^2 h} \quad (4.101)$$

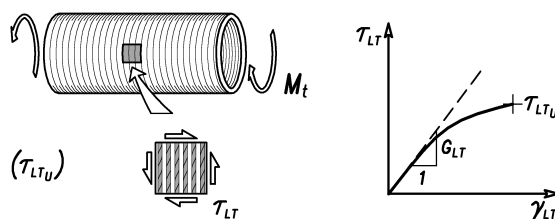


Figura 4.15 — Prova di torsione per la valutazione di τ_{LTU}

Qualora si misurino durante la prova anche i valori dello scorrimento angolare γ_{LT} sarà possibile ricavare pure la rigidezza a taglio:

$$G_{LT} = \frac{\tau_{LT}}{\gamma_{LT}} \quad (4.102)$$

Va osservato però che, al contrario di quanto in genere avviene per le leggi costitutive σ - ε , la legge τ - γ è sensibilmente non lineare, giacché G_{LT} dovrà essere ricavata considerando solamente la pendenza del tratto iniziale della curva.

4.13 PROPRIETÀ ELASTICHE RIFERITE AD ASSI ARBITRARI

Con l'analisi macromeccanica delle lamine, che verrà sviluppata in seguito, è possibile ricavare le equazioni che mettono in relazione le costanti elastiche riferite ad assi arbitrari (x, y) con quelle riferite agli assi principali del materiale (L, T) .

Con riferimento ad una lamina unidirezionale, siano (x, y) due assi arbitrari comunque ruotati di un angolo θ rispetto agli assi principali del materiale (L, T) , Fig. 4.16.

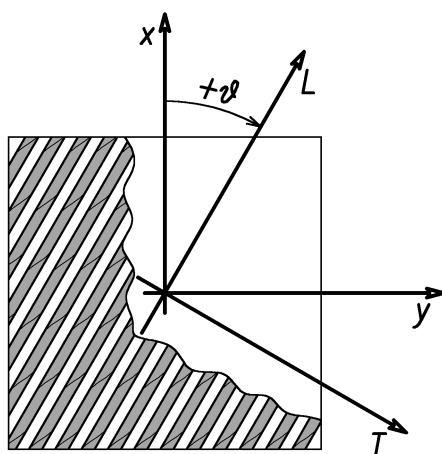


Figura 4.16 — Sistemi di riferimento in una lamina unidirezionale

Sussistono le seguenti relazioni fra le costanti elastiche:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{E_x} &= \frac{\cos^4 \theta}{E_L} + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\sin^4 \theta}{E_T} \\
 \frac{1}{E_y} &= \frac{\sin^4 \theta}{E_L} + \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{\cos^4 \theta}{E_T} \\
 \frac{1}{G_{xy}} &= \frac{\cos^2 2\theta}{G_{LT}} + \left(\frac{1 + \nu_{LT}}{E_L} + \frac{1 + \nu_{TL}}{E_T} \right) \sin^2 2\theta \\
 \frac{\nu_{xy}}{E_x} &= \frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{\nu_{LT}}{E_L} - \frac{1}{4} \left(\frac{1 + \nu_{LT}}{E_L} + \frac{1 + \nu_{TL}}{E_T} - \frac{1}{G_{LT}} \right) \sin^2 2\theta
 \end{aligned}
 \tag{4.103}$$

ANALISI MACROMECCANICA DEI LAMINATI

5.1 POSIZIONE DEL PROBLEMA

Con i metodi della micromeccanica esaminati nel capitolo precedente si è visto come sia possibile ottenere una previsione delle *caratteristiche elastiche* di una *lamina* di materiale composito a partire dai dati relativi ai *singoli componenti* (matrice e fibre).

I valori più o meno approssimati delle costanti elastiche così ottenuti saranno ora intesi come i *dati di partenza* per il calcolo delle proprietà di un *laminato*.

Il laminato infatti è costituito dalla *sovrapposizione di più lamine* che, nel caso generico, differiscono fra loro per natura, spessore e orientazione delle fibre.

Da un punto di vista macroscopico, ogni lamina viene considerata *omogenea* ed *ortotropa* (spesso trasversalmente isotropa), mentre il laminato nel suo insieme sarà considerato *omogeneo nel piano*, *eterogeneo trasversalmente* ed *anisotropo*.

L'analisi *macromeccanica* si basa sulla *teoria classica delle piastre anisotrope* e permette di computare la risposta elastica di un laminato sotto l'azione di un certo carico esterno.

A questo livello di indagine, i parametri tipici dell'analisi micromeccanica, che hanno portato alla previsione teorica delle *costanti elastiche*, non intervengono direttamente. Tuttavia essi si ritrovano implicitamente nelle *costanti di rigidità* relative a ciascuna lamina costituente il laminato che, come detto, costituiscono i dati con cui si parte.

5.2 EQUAZIONE COSTITUTIVA DELLA LAMINA NEL RIFERIMENTO PRINCIPALE DEL MATERIALE

Le strutture laminate in composito si presentano nella maggioranza dei casi con *spessore sottile*. Questa circostanza fa sì che possano essere adottate ipotesi semplificative nello studio del comportamento strutturale di piastre in composito. In particolare, le tensioni agenti nel piano del laminato ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) si ipotizzano preponderanti rispetto alle tensioni trasversali ($\sigma_z, \tau_{xz}, \tau_{yz}$) spiranti nella "direzione dello spessore", tensioni trasversali che possono considerarsi trascurabili soprattutto se è valida l'ipotesi di *piccolezza degli spostamenti*. Questa situazione porta, in definitiva, ad assumere valido per il laminato uno *stato di tensione piano*, ossia:

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$$

Tale ipotesi rispecchierà tanto più il comportamento reale di una piastra fintantoché la struttura si mantiene sottile. Se cade questa condizione, l'assunzione di stato piano di tensione diviene meno accurata.

La generica lamina del laminato, a sua volta, sperimenta anch'essa uno *stato di tensione piano*, che porta a scrivere:

$$\boxed{\sigma_3 = \tau_{13} = \tau_{23} = 0} \quad (5.1)$$

La risposta elastica di una lamina ortotropa trasversalmente isotropa in stato piano di tensione può essere sintetizzata attraverso una matrice nei cui elementi, come si vedrà, intervengono soltanto 4 delle 5 *costanti elastiche* indipendenti.

Con la simbologia tradizionalmente usata nella letteratura tecnica riguardante lo studio dei materiali compositi, il *legame costitutivo* fra sforzi $\underline{\sigma}$ e deformazioni $\underline{\varepsilon}$ si può esprimere attraverso la *matrice di cedevolezza del materiale* $\underline{\underline{S}}$, che per la legge di reciprocità è simmetrica:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\underline{S}} \underline{\sigma} \quad (5.2)$$

ovvero

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ & S_{22} & 0 \\ \text{simm.} & & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (5.3)$$

con

$$\begin{aligned} S_{11} &= 1/E_1 \\ S_{12} &= -\nu_{21}/E_2 \\ S_{21} &= -\nu_{12}/E_1 \\ S_{22} &= 1/E_2 \\ S_{66} &= 1/G_{12} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Non sorprenda il pedice ₆₆ dell'ultimo elemento di $\underline{\underline{S}}$, esso è dovuto al fatto che la matrice $\underline{\underline{S}}$ ora scritta con riferimento al caso biassiale è ricavata estraendo gli elementi utili dall'analogha matrice di ordine 6×6 del caso triassiale¹.

La matrice di cedevolezza del materiale $\underline{\underline{S}}$ nella forma appena presentata fa riferimento agli assi principali della lamina (1,2) o (L,T).

¹ La corrispondenza fra “notazione tensoriale” e “notazione contratta” (o notazione di VOIGT) per gli elementi dei tensori di sforzo e di deformazione è la seguente:

SFORZI			DEFORMAZIONI		
notazione tensoriale	(ingegneristica)	notazione contratta	notazione tensoriale	(ingegneristica)	notazione contratta
σ_{11}	(σ_1)	σ_1	ε_{11}	(ε_1)	ε_1
σ_{22}	(σ_2)	σ_2	ε_{22}	(ε_2)	ε_2
σ_{33}	(σ_3)	σ_3	ε_{33}	(ε_3)	ε_3
σ_{23}	(τ_{23})	σ_4	ε_{23}	$(\frac{1}{2} \gamma_{23})$	ε_4
σ_{31}	(τ_{31})	σ_5	ε_{31}	$(\frac{1}{2} \gamma_{31})$	ε_5
σ_{12}	(τ_{12})	σ_6	ε_{12}	$(\frac{1}{2} \gamma_{12})$	ε_6

Va rilevato il diverso valore assunto dalla deformazione da taglio a seconda della notazione usata. Lo scorrimento angolare, infatti, nella notazione ingegneristica è la *totale* variazione d'angolo che si registra fra due direzioni inizialmente ortogonali (indicato con γ_{ij}), mentre nella notazione tensoriale è inteso come il valore *medio* di tale variazione (pertanto $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \gamma_{ij}$). Questa circostanza deriva dal fatto che nell'analisi tensoriale le deformazioni, sia quelle lineari sia quelle angolari, sono espresse dalla stessa relazione cinematica, ossia: $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i})$.

La simmetria della matrice \underline{S} ripropone la già vista relazione fra i coefficienti di Poisson, per cui dovendo essere $S_{12} = S_{21}$ risulta:

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \quad (5.5)$$

I pedici delle ν sono presi nel rispetto della sequenza “causa–effetto”, di cui si è già detto.

Va infine osservato che seppure siano 5 le costanti elastiche necessarie a caratterizzare la risposta di un materiale ortotropo trasversalmente isotropo (ossia: E_1 , E_2 , ν_{12} , G_{12} e G_{23}), in stato piano di sforzo, essendo in particolare $\tau_{23} = G_{23} \gamma_{23}$ sempre uguale a zero, risulta superflua la conoscenza di G_{23} , per cui è sufficiente restringere la caratterizzazione alle sole rimanenti 4 costanti elastiche indipendenti.

Il legame inverso che dà le tensioni $\underline{\sigma}$ a partire dalle deformazioni $\underline{\varepsilon}$ viene dato attraverso la *matrice di rigidezza del materiale*, qui indicata con \underline{Q} .

Si avrà:

$$\underline{\sigma} = \underline{Q} \underline{\varepsilon} \quad (5.6)$$

essendo chiaramente:

$$\underline{Q} = \underline{S}^{-1} \quad (5.7)$$

Scrivendo per esteso:

$$\left\{ \begin{array}{c} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{ccc} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ & Q_{22} & 0 \\ \text{simm.} & & Q_{66} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{array} \right\} \quad (5.8)$$

con

$$\begin{array}{l} Q_{11} = E_1 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) \\ Q_{12} = \nu_{21} E_1 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) \\ Q_{21} = \nu_{12} E_2 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) \\ Q_{22} = E_2 / (1 - \nu_{12} \nu_{21}) \\ Q_{66} = G_{12} \end{array} \quad (5.9)$$

Risulta ovviamente:

$$Q_{12} = Q_{21} \quad (5.10)$$

5.3 EQUAZIONE COSTITUTIVA DELLA LAMINA IN UN RIFERIMENTO GENERICICO

I legami costitutivi della lamina sin ora visti sono stati definiti nel sistema di riferimento principale del materiale (1,2). In preparazione all’esame della teoria classica della laminazione appare opportuno esprimere detti legami secondo un generico sistema di riferimento (x, y) , che potrebbe essere per esempio quello geometrico del laminato oppure quello secondo le direzioni di applicazione del carico.

I due sistemi di riferimento siano ruotati nel piano della lamina di un *angolo* θ da assumere *positivo* se il sistema generico (x, y) si sovrappone al sistema principale $(1, 2$ o $L, T)$ con rotazione *antioraria*, nell'ipotesi che entrambi i sistemi siano *levogiri*. Se si assume (x, y) quale sistema

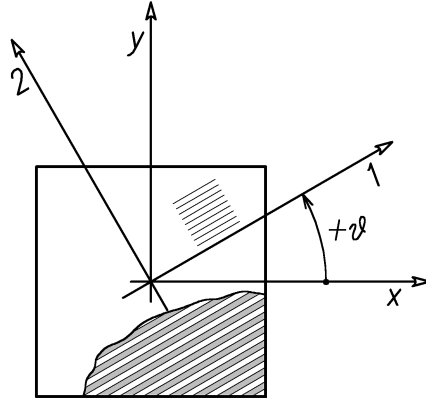


Figura 5.1 — Riferimento generico e riferimento principale di una lamina

di *partenza*, il passaggio al sistema $(1, 2)$ si esprime attraverso il *tensore di trasformazione* $\underline{\underline{T}}(\theta)$ così definito:

$$\underline{\underline{T}}(\theta) = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & +2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & (m^2 - n^2) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

essendo

$$\begin{cases} m = \cos \theta \\ n = \sin \theta \end{cases} \quad (5.12)$$

Attraverso l'applicazione di $\underline{\underline{T}}(\theta)$ è possibile trasformare il vettore delle tensioni $\underline{\sigma}$ e quello delle deformazioni $\underline{\varepsilon}$ dal sistema generico (x, y) al principale $(1, 2)$.

È importante osservare che il tensore di trasformazione $\underline{\underline{T}}(\theta)$ è lo stesso sia per la trasformazione di $\underline{\sigma}$, sia per la trasformazione di $\underline{\varepsilon}$, purché in quest'ultimo vettore il termine relativo allo *scorrimento angolare* venga espresso secondo la "definizione tensoriale" $\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\gamma_{xy}$ (essendo secondo la "definizione ingegneristica" $\gamma_{xy} = \partial u/\partial y + \partial v/\partial x$). Ossia:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \underline{\underline{T}}(\theta) \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.13)$$

e

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{1}{2}\gamma_{12} \end{Bmatrix} = \underline{\underline{T}}(\theta) \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.14)$$

Per la *trasformazione inversa* è comodo sfruttare la relazione in virtù della quale risulta:

$$\boxed{\underline{\underline{T}}(\theta)^{-1} = \underline{\underline{T}}(-\theta)} \quad (5.15)$$

Sicché:

$$\boxed{\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \underline{\underline{T}}(-\theta) \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}} \quad (5.16)$$

e

$$\boxed{\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \underline{\underline{T}}(-\theta) \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{1}{2} \gamma_{12} \end{Bmatrix}} \quad (5.17)$$

Da qui in avanti, per evitare confusioni, si indicherà con $\underline{\underline{\varepsilon}}^*$ il vettore delle deformazioni in cui lo scorrimento angolare γ compare dimezzato, mentre con $\underline{\underline{\varepsilon}}$ si continuerà ad indicare al solito il vettore delle deformazioni avente lo scorrimento γ secondo la definizione ingegneristica:

$$\boxed{\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}} \quad (5.18)$$

$$\boxed{\underline{\underline{\varepsilon}}^* = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} \end{Bmatrix}} \quad (5.19)$$

Si è ora nelle condizioni di poter scrivere le relazioni fra tensioni e deformazioni riferite agli assi (x, y) del *laminato*.

Con riferimento agli assi principali $(1, 2)$ della *lamina* si è già visto che vale la relazione:

$$\boxed{\underline{\underline{\sigma}}_{(1,2)} = \underline{\underline{Q}} \underline{\underline{\varepsilon}}_{(1,2)}} \quad (5.20)$$

Per poter sfruttare lo stesso tensore di trasformazione $\underline{\underline{T}}$ per $\underline{\underline{\sigma}}$ ed $\underline{\underline{\varepsilon}}$ conviene scrivere questa relazione con una lieve modifica alla matrice di rigidezza del materiale $\underline{\underline{Q}}$. Ossia, se al posto di Q_{66} poniamo $2Q_{66}$ si può scrivere:

$$\boxed{\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ & Q_{22} & 0 \\ \text{sim.} & & 2Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{1}{2} \gamma_{12} \end{Bmatrix}} \quad (5.21)$$

ovvero, con ovvio significato dei simboli:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(1,2)} = \underline{\underline{Q}}^* \underline{\underline{\varepsilon}}_{(1,2)}^* \quad (5.22)$$

Ora, tenuto conto che

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(1,2)} = \underline{\underline{T}} \underline{\underline{\sigma}}_{(x,y)} \quad (5.23)$$

ed

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{(1,2)}^* = \underline{\underline{T}} \underline{\underline{\varepsilon}}_{(x,y)}^* \quad (5.24)$$

si ottiene:

$$\underline{\underline{T}} \underline{\underline{\sigma}}_{(x,y)} = \underline{\underline{Q}}^* \underline{\underline{T}} \underline{\underline{\varepsilon}}_{(x,y)}^* \quad (5.25)$$

Premoltiplicando ambo i membri per $\underline{\underline{T}}^{-1}$ si ha:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(x,y)} = \underline{\underline{T}}^{-1} \underline{\underline{Q}}^* \underline{\underline{T}} \underline{\underline{\varepsilon}}_{(x,y)}^* \quad (5.26)$$

Se indichiamo con

$$\underline{\underline{\bar{Q}}}^* = \underline{\underline{T}}^{-1} \underline{\underline{Q}}^* \underline{\underline{T}} \quad (5.27)$$

si può scrivere:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(x,y)} = \underline{\underline{\bar{Q}}}^* \underline{\underline{\varepsilon}}_{(x,y)}^* \quad (5.28)$$

ossia, per esteso:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 2\bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & 2\bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & 2\bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.29)$$

Se invece si vuol fare riferimento al vettore $\underline{\underline{\varepsilon}}$ anziché $\underline{\underline{\varepsilon}}^*$ allora basterà togliere il fattore 2 dalla terza colonna di $\underline{\underline{\bar{Q}}}^*$ e scrivere:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \text{simm.} & & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.30)$$

o più compattamente:

$$\underline{\underline{\sigma}}_{(x,y)} = \underline{\underline{\bar{Q}}} \underline{\underline{\varepsilon}}_{(x,y)} \quad (5.31)$$

Si recupera così la simmetria con la *matrice di rigidezza trasformata* $\underline{\underline{\bar{Q}}}$.

Qui di seguito si riportano per esteso le espressioni dei singoli termini della matrice $\underline{\underline{Q}}$.

Ricordando che nel riferimento principale (1,2) si aveva:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= E_1/(1 - \nu_{12} \nu_{21}) \\ Q_{22} &= E_2/(1 - \nu_{12} \nu_{21}) \\ Q_{12} &= Q_{21} = \nu_{21} E_1/(1 - \nu_{12} \nu_{21}) = \nu_{12} E_2/(1 - \nu_{12} \nu_{21}) \\ Q_{66} &= G_{12} \end{aligned}$$

nel riferimento generico (x, y) si viene ora ad avere:

$$\begin{aligned} \overline{Q}_{11} &= Q_{11} m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) m^2 n^2 + Q_{22} n^4 \\ \overline{Q}_{22} &= Q_{11} n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) m^2 n^2 + Q_{22} m^4 \\ \overline{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) m^2 n^2 + Q_{12} (m^4 + n^4) \\ \overline{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) m^2 n^2 + Q_{66} (m^4 + n^4) \\ \overline{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) m^3 n + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) m n^3 \\ \overline{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) m n^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) m^3 n \end{aligned} \tag{5.32}$$

La *matrice di rigidezza trasformata* $\underline{\underline{Q}}$ è in generale *piena*, ovvero con termini tutti non nulli, così come la matrice di rigidezza di una lamina di materiale anisotropo. In effetti, al di fuori dei piani di simmetria un materiale ortotropo risulta, sia fisicamente che analiticamente, analogo ad un materiale anisotropo. Una lamina ortotropa i cui assi principali (1,2) non sono allineati con il riferimento geometrico (x, y) è detta “lamina generalmente ortotropa”.

Ora però, mentre per un *vero* materiale anisotropo non esiste nessuna rotazione del sistema di riferimento mediante la quale sia possibile ottenere una matrice *ridotta* con $\overline{Q}_{16} = \overline{Q}_{26} = 0$, per un materiale ortotropo questa circostanza è attuabile. Una lamina ortotropa i cui assi principali (1,2) sono allineati con gli assi geometrici (x, y) è chiamata “lamina specialmente ortotropa”.

Vista questa dipendenza dall'angolo θ della legge costitutiva di una lamina facente parte di un certo laminato, è opportuno — in sede di progettazione — esprimere la legge costitutiva, ovvero il comportamento intrinseco del materiale, in termini di *invarianti*, cioè di quantità indipendenti dall'angolo θ . Sarà più facile così, ferme restando le caratteristiche elastiche della lamina, ottimizzare l'orientazione delle sue fibre in seno al laminato. A tal fine appare quindi utile la formulazione dovuta a TSAI e PAGANO dei termini della matrice $\underline{\underline{Q}}$ in funzione di quantità invarianti U_i ricavate sulla base di sole identità trigonometriche.

Le nuove espressioni dei vari \bar{Q}_{ij} in funzione degli invarianti sono:

$$\begin{aligned}
 \bar{Q}_{11} &= U_1 + U_2 \cos(2\theta) + U_3 \cos(4\theta) \\
 \bar{Q}_{22} &= U_1 - U_2 \cos(2\theta) + U_3 \cos(4\theta) \\
 \bar{Q}_{12} &= U_4 - U_3 \cos(4\theta) \\
 \bar{Q}_{66} &= U_5 - U_3 \cos(4\theta) \\
 \bar{Q}_{16} &= \frac{1}{2} U_2 \sin(2\theta) + U_3 \sin(4\theta) \\
 \bar{Q}_{26} &= \frac{1}{2} U_2 \sin(2\theta) - U_3 \sin(4\theta)
 \end{aligned}
 \tag{5.33}$$

dove

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \frac{1}{8} (3Q_{11} + 3Q_{22} + 2Q_{12} + 4Q_{66}) \\
 U_2 &= \frac{1}{2} (Q_{11} - Q_{22}) \\
 U_3 &= \frac{1}{8} (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66}) \\
 U_4 &= \frac{1}{8} (Q_{11} + Q_{22} + 6Q_{12} - 4Q_{66}) \\
 U_5 &= \frac{1}{8} (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} + 4Q_{66})
 \end{aligned}
 \tag{5.34}$$

Il problema inverso con cui si esprimono le deformazioni $\underline{\underline{\varepsilon}}$ in funzione delle tensioni $\underline{\underline{\sigma}}$ in un riferimento generico (x, y) passa attraverso l'inversione della matrice $\underline{\underline{Q}}$. Si arriva così a definire la *matrice di cedevolezza trasformata* $\underline{\underline{S}}$:

$$\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{Q}}^{-1}
 \tag{5.35}$$

con la quale scrivere il legame cercato:

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{(x,y)} = \underline{\underline{S}} \underline{\underline{\sigma}}_{(x,y)}
 \tag{5.36}$$

ossia:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} & \bar{S}_{12} & \bar{S}_{16} \\ & \bar{S}_{22} & \bar{S}_{26} \\ \text{simm.} & & \bar{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}
 \tag{5.37}$$

I termini \bar{S}_{ij} della matrice di cedevolezza trasformata $\underline{\underline{S}}$ nel riferimento generico (x, y) sono:

$$\begin{aligned}
 \bar{S}_{11} &= S_{11} m^4 + (2 S_{12} + S_{66}) m^2 n^2 + S_{22} n^4 \\
 \bar{S}_{22} &= S_{11} n^4 + (2 S_{12} + S_{66}) m^2 n^2 + S_{22} m^4 \\
 \bar{S}_{12} &= (S_{11} + S_{22} - S_{66}) m^2 n^2 + S_{12} (m^4 + n^4) \\
 \bar{S}_{66} &= 2 (2 S_{11} + 2 S_{22} - 4 S_{12} - S_{66}) m^2 n^2 + S_{66} (m^4 + n^4) \\
 \bar{S}_{16} &= (2 S_{11} - 2 S_{12} - S_{66}) m^3 n + (2 S_{12} - 2 S_{22} + S_{66}) m n^3 \\
 \bar{S}_{26} &= (2 S_{11} - 2 S_{12} - S_{66}) m n^3 + (2 S_{12} - 2 S_{22} + S_{66}) m^3 n
 \end{aligned}
 \tag{5.38}$$

Generalmente, anche la matrice $\underline{\underline{S}}$ si presenta *piena*, con tutti i termini diversi da zero. In particolare, la presenza di valori finiti per \bar{S}_{16} e \bar{S}_{26} denuncia il fatto che esistono pure effetti deformativi “indiretti” fra tensioni normali (σ) e scorrimenti angolari (γ) e fra tensioni tangenziali (τ) e dilatazioni lineari (ε), in contrasto cioè con la natura della sollecitazione. Tale comportamento, che è assente nei corpi isotropi, è noto come *accoppiamento estensione-taglio* (“extension-shear coupling”). Nel caso di lamine unidirezionali, l’*accoppiamento estensione-taglio* scompare qualora $\bar{S}_{16} = \bar{S}_{26} = 0$, ovvero per angolazioni delle fibre con $\theta = 0^\circ$ oppure $\theta = 90^\circ$.

5.4 TEORIA CLASSICA DELLA LAMINAZIONE

Il *laminato* è un componente strutturale formato da un certo numero n di *lamine* sovrapposte, intimamente connesse, ciascuna avente sue proprie e arbitrarie caratteristiche fisico-geometriche (spessore, orientazione delle fibre, costanti elastiche, etc.), disposte secondo una specifica sequenza di stratificazione.

L’analisi dello stato di tensione indotto da un carico esterno nella k -esima lamina di un laminato può essere condotta in base alla teoria delle piastre inflesse di spessore sottile secondo il modello di Kirchhoff. Detta teoria, quando si fa riferimento a strutture laminate, viene indicata nella letteratura tecnica specializzata come “*teoria classica della laminazione*”. L’obiettivo di questa teoria è quello di definire, attraverso un processo di omogeneizzazione, le caratteristiche di rigidità da assegnare alla *piastra monostrato equivalente* avente lo stesso spessore del laminato di partenza. Dalla piastra monostrato equivalente si potrà risalire allo stato di deformazione ($\underline{\underline{\varepsilon}}$) in qualsiasi punto del laminato e quindi, individuata la lamina corrispondente, di cui è nota la matrice di rigidità trasformata $\underline{\underline{Q}}_k$, si potrà ricostruire lo stato di tensione ($\underline{\underline{\sigma}}$) attraverso l’equazione costitutiva della lamina $\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{Q}}_k \underline{\underline{\varepsilon}}$.

Da tutto ciò si deduce che lo studio di un laminato è un problema strutturale piuttosto che un problema di materiali. Per questo motivo esso va impostato nell’ambito dei metodi della macromeccanica, mentre il progetto del materiale che riguarda principalmente la composizione delle singole lamine componenti va fatto coi metodi della micromeccanica.

5.4.1 Ipotesi alla base della teoria classica della laminazione

La teoria classica della laminazione fa riferimento a strutture bidimensionali di *spessore sottile*, che lavorano in regime di *elasticità lineare* e con *piccoli spostamenti*. Le singole lamine costituenti risultano *intimamente collegate fra loro*, sicché tra due lamine adiacenti non si registrano scorrimenti mutui e le deformazioni variano con continuità attraverso lo spessore del laminato.

Si assumono valide le *ipotesi di Kirchhoff* per le piastre inflesse, secondo cui qualsiasi segmento rettilineo e normale al piano medio rimane rettilineo, inalterato in lunghezza e normale alla superficie media anche nella configurazione deformata.

Conseguenze dirette di questo modello cinematico sono l'annullarsi delle dilatazioni lineari nella direzione dello spessore ($\varepsilon_z = 0$) e degli scorrimenti angolari dei piani ortogonali al piano medio ($\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$). In altri termini, l'assunzione del modello di Kirchhoff porta la piastra ad essere in uno *stato piano di deformazione*.

La tensione normale σ_z , ortogonale al piano (x, y) della piastra, è legata al valore della pressione di carico $p(x, y)$ agente sulla faccia della piastra inflessa. Ora, dovendosi avere piccoli spostamenti, la pressione $p(x, y)$ viene a risultare molto più piccola delle tensioni σ_x , σ_y e τ_{xy} che maturano in direzioni parallele al piano della piastra, e di conseguenza pure la σ_z viene ad avere un valore trascurabile in confronto a dette tensioni, tanto da poter lecitamente assumere: $\sigma_z = 0$. Si arriva quindi a supporre anche uno *stato piano di tensione*.

Si deve osservare che, in generale, ad uno stato piano di deformazione non corrisponde uno stato piano di tensione, tuttavia nella teoria classica delle piastre inflesse tale palese incongruenza viene comunemente accettata.

Per quanto concerne le tensioni tangenziali trasversali τ_{xz} e τ_{yz} , in verità va detto che non sono affatto nulle (come si deduce dall'ipotesi che vuole $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$) ed il loro valore — non potendo ricorrere alle leggi costitutive del materiale — dovrà essere ricavato sulla base di considerazioni di equilibrio alla traslazione lungo la direzione dello spessore.

La teoria della laminazione permette di caratterizzare il laminato con una propria equazione costitutiva costruita col contributo delle proprietà elastiche delle singole lamine costituenti. In questa teoria, il *piano di riferimento* (x, y) per la definizione della cinematica deformativa della piastra viene fatto coincidere con il *piano medio*. Siccome il piano medio non è, in generale, pure piano neutro per la flessione, si avranno inevitabilmente delle deformazioni in detto piano e quindi delle azioni di tipo membranale di cui tenere conto.

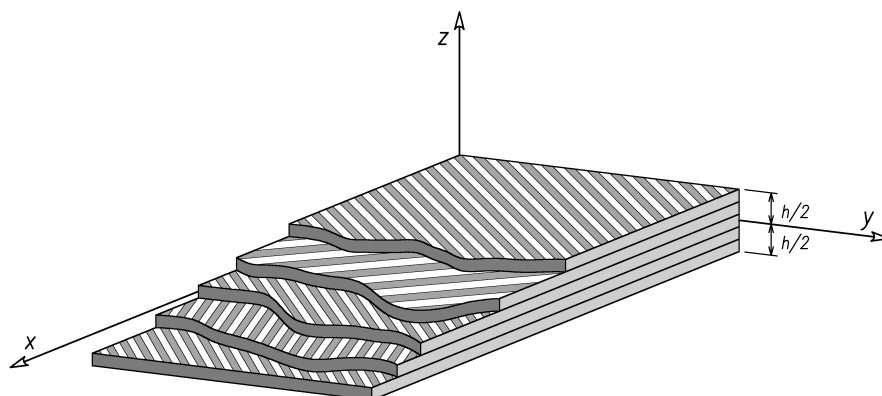


Figura 5.2 — Il riferimento geometrico del laminato

5.4.2 Il campo delle deformazioni nella teoria delle piastre

Siano (u, v, w) le componenti di spostamento di un punto nelle direzioni x, y e z rispettivamente. Si consideri un segmento lineare $j-i$ all'interno del materiale, disteso nella direzione dello spessore e quindi normale al piano medio (x, y) . L'estremo j appartenga al piano medio e nel corso della deformazione sperimenti lo spostamento di componenti (u_o, v_o, w_o) . L'estremo i , che in questo contesto rappresenta il generico punto all'interno della piastra, disti z (da assumere col segno) da j , ovvero dal piano medio.

Sotto l'azione del carico il segmento $j-i$ si porta in $j'-i'$. Assumendo che tale segmento non vari in lunghezza e che rimanga rettilineo e normale alla superficie media anche dopo la deformazione (ipotesi di Kirchhoff), si possono calcolare le tre componenti di spostamento del generico punto i . Con riferimento, ad esempio, alla sola componente u si potrà scrivere:

$$u = u_o + u_1$$

con

$$u_1 = -z \sin \beta \approx -z \operatorname{tg} \beta = -z \frac{\partial w_o}{\partial x}$$

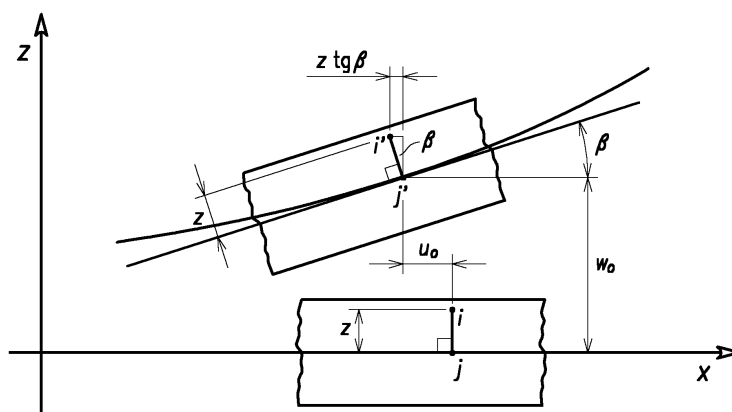


Figura 5.3 — Spostamento di un punto generico della piastra: la componente u

In maniera analoga si calcola la componente v , mentre la componente w coincide praticamente con la w_o vista la piccolezza dell'inclinazione β e la lunghezza invariata del segmento $j-i$.

Le componenti dello spostamento del generico punto si possono dunque così esprimere:

$$u(x, y, z) = u_o(x, y) - z \frac{\partial w_o}{\partial x} \quad (5.39)$$

$$v(x, y, z) = v_o(x, y) - z \frac{\partial w_o}{\partial y} \quad (5.40)$$

$$w(x, y, z) = w_o(x, y) \quad (5.41)$$

Tutte le quantità presenti nelle formule precedenti vanno prese col *segno* relativo.

Per l'ipotesi di piccolezza degli spostamenti si possono esprimere le dilatazioni lineari ε_x , ε_y e lo scorrimento angolare γ_{xy} secondo le seguenti *relazioni cinematiche delle deformazioni*:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_o}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x^2} \quad (5.42)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_o}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w_o}{\partial y^2} \quad (5.43)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_o}{\partial y} + \frac{\partial v_o}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w_o}{\partial x \partial y} \quad (5.44)$$

Definendo il *vettore delle deformazioni sul piano medio* $\underline{\varepsilon}^o$ ed il *vettore delle curvature del piano medio* $\underline{\chi}$ come segue:

$$\underline{\varepsilon}^o = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \partial u_o / \partial x \\ \partial v_o / \partial y \\ \partial u_o / \partial y + \partial v_o / \partial x \end{Bmatrix} \quad (5.45)$$

$$\underline{\chi} = \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\partial^2 w_o / \partial x^2 \\ -\partial^2 w_o / \partial y^2 \\ -2 \partial^2 w_o / \partial x \partial y \end{Bmatrix} \quad (5.46)$$

in cui χ_x e χ_y rappresentano le *curvature flessionali* nel piano (z, x) e (z, y) rispettivamente, e χ_{xy} il *doppio della curvatura torsionale*² del piano (x, y) , si può anche scrivere:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.47)$$

o più compattamente:

$$\boxed{\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^o + z \underline{\chi}} \quad (5.48)$$

Questa relazione è valida anche per i *gusci* (curvi), intendendo però con $\underline{\chi}$ il *cambio* di curvature imposte alla superficie media.

² La curvatura torsionale notoriamente è pari a $-\partial^2 w_o / \partial x \partial y$, ma in questo contesto conviene considerare direttamente il doppio del suo valore, e corrispondentemente si potrebbe convenire di chiamare χ_{xy} *curvatura torsionale in senso "ingegneristico"*.

5.5 EQUAZIONE COSTITUTIVA DEL LAMINATO

Si vuole ora esprimere l'equazione costitutiva del laminato intesa come legame fra *caratteristiche di sollecitazione e deformazioni* indotte. Per far ciò occorre passare attraverso le deformazioni che interessano la generica lamina k . Queste deformazioni saranno quelle derivanti dal comportamento cinematico dell'intero laminato, mentre — come già osservato — le tensioni che così vengono ad impegnare la singola lamina dipenderanno dalle sue specifiche caratteristiche elastiche attraverso la corrispondente matrice di rigidità trasformata del materiale $\underline{\underline{Q}}_k$.

Per la k -esima lamina dello stratificato si può esprimere il legame $\underline{\sigma}$ - $\underline{\varepsilon}$ nel sistema di *riferimento principale del materiale* (1,2) con la già vista relazione:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ & Q_{22} & 0 \\ \text{simm.} & & Q_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}_k \quad (5.49)$$

Questa equazione può anche essere riferita al *sistema geometrico della piastra* (x, y) comunque definito, attraverso la matrice $\underline{\underline{Q}}_k$:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \text{simm.} & & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k \quad (5.50)$$

Le deformazioni $\underline{\varepsilon}_k$ a livello della k -esima lamina possono essere espresse facendo ricorso alla teoria classica delle piastre di Kirchhoff con la relazione matriciale:

$$\underline{\varepsilon}_k = \underline{\varepsilon}^o + z \underline{\chi} \quad \text{con} \quad z_{k-1} \leq z \leq z_k \quad (5.51)$$

Per cui si potrà scrivere:

$$\underline{\sigma}_{(x,y)_k} = \underline{\underline{Q}}_k \underline{\varepsilon}^o + z \underline{\underline{Q}}_k \underline{\chi} \quad (5.52)$$

In detta relazione è importante notare che la quota z per la lamina k -esima varia fra z_{k-1} e z_k , vale a dire fra la faccia inferiore e la faccia superiore della lamina. Tale *quota* z va presa con il suo *segno*: vale 0 sul piano medio del laminato.

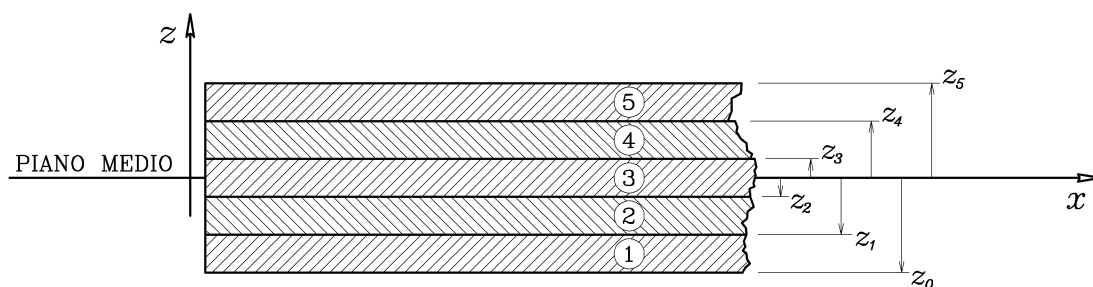


Figura 5.4 — Convenzione per la quotatura delle interfacce

Benché il gradiente di deformazione sia costante lungo lo spessore del laminato (ipotesi di conservazione delle sezioni piane) e quindi le deformazioni all'interfaccia tra due lamine siano uguali (si escludono scorrimenti mutui all'interlamina), le tensioni invece si presentano ivi *discontinue* poiché cambia la risposta elastica del materiale da lamina a lamina. In particolare la discontinuità tra le tensioni all'interlamina è tanto maggiore quanto più è grande la differenza relativa fra le rigidità dei due materiali affiancati.

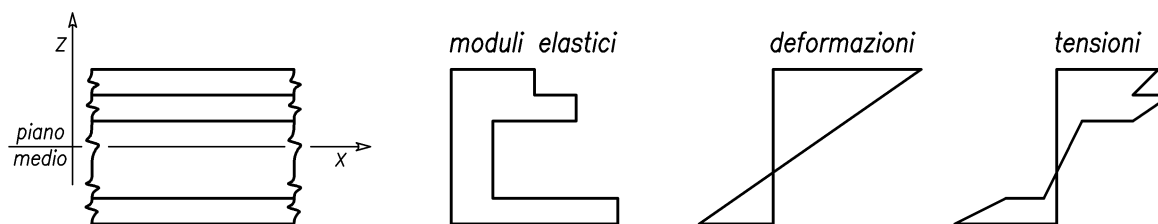


Figura 5.5 — Andamento delle deformazioni e delle tensioni attraverso lo spessore del laminato

Nelle piastre le *risultanti delle tensioni interne* vengono riferite all'unità di larghezza della sezione resistente, per cui si parla di *caratteristiche unitarie di sollecitazione* o anche di *flussi*. Si avranno quindi flussi di forza e flussi di momento misurati rispettivamente in $[N/m]$ e in $[Nm/m]$.

Nelle piastre inflesse le *caratteristiche unitarie di forza* saranno N_x , N_y ed N_{xy} (rispettivamente forza normale secondo x , secondo y e forza di taglio nel piano xy), mentre le *caratteristiche unitarie di momento* saranno M_x , M_y ed M_{xy} (rispettivamente momento flettente dovuto alle σ_x , dovuto alle σ_y e momento di svergolamento dovuto alle τ_{xy}). Le caratteristiche di tipo N o di tipo M sono considerate di *segno positivo* quando agiscono come in Fig. 5.6.

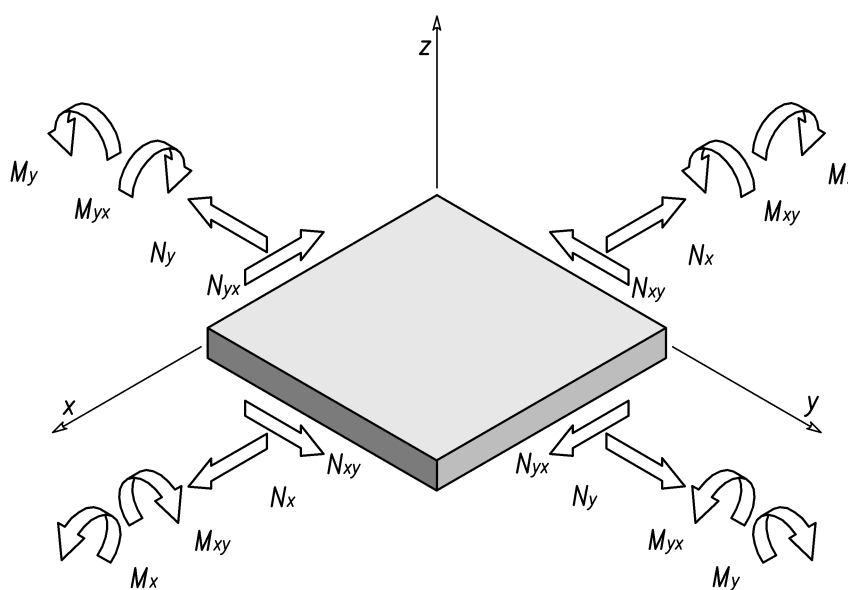


Figura 5.6 — Convenzione per il segno positivo delle caratteristiche di forza e di momento

In particolare, nelle piastre isotrope, i momenti flettenti M_x e M_y sono positivi se inducono *curvature negative* nelle sezioni parallele all'asse x o all'asse y rispettivamente, mentre i momenti di svergolamento M_{xy} e M_{yx} sono positivi se inducono *curvature negative* nella sezione bisettrice del primo quadrante definito dagli assi x e y (Fig. 5.7).

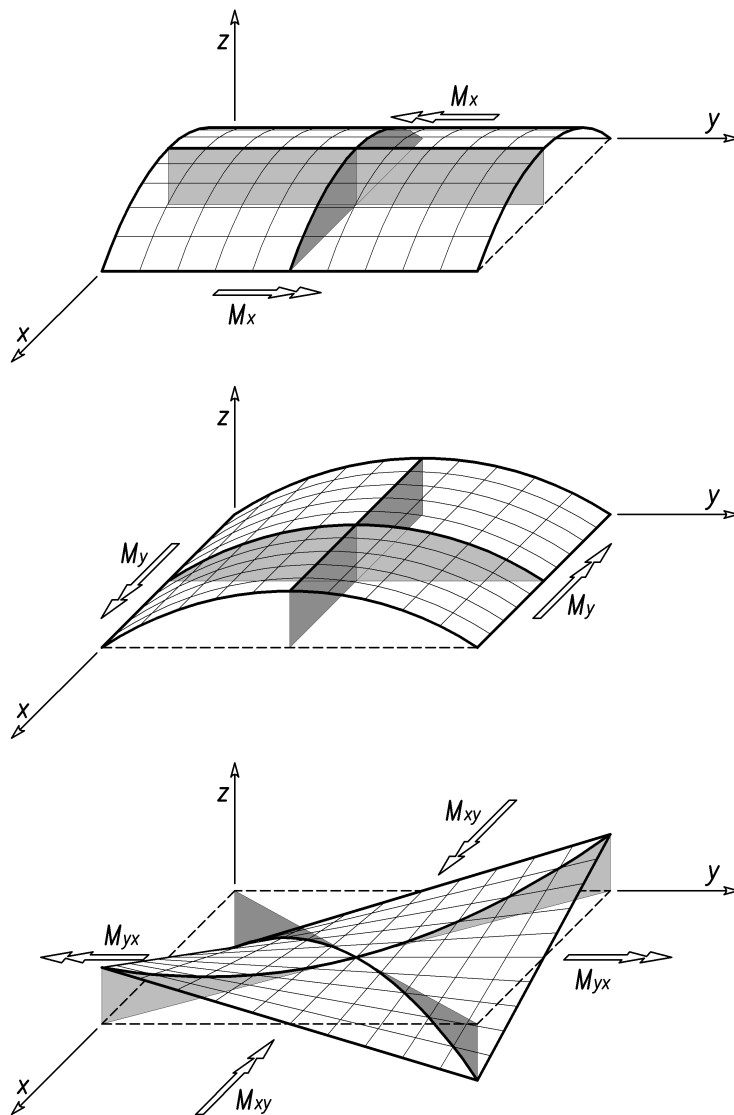


Figura 5.7 — *Curvature indotte da momenti positivi in una piastra isotropa*

La natura del carico esterno considerato assieme all'assunzione delle ipotesi di Kirchhoff hanno portato, con buona approssimazione, a poter considerare nulle tutte le tensioni trasversali (ovvero spiranti nella direzione dello spessore), sicché:

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (5.53)$$

Lo stato di tensione che ne consegue è dunque (essenzialmente) *piano* e quindi si dovranno valutare soltanto le caratteristiche unitarie delle tensioni σ_x , σ_y e τ_{xy} agenti parallelamente al piano medio (x, y) del laminato.

Per un *laminato composto da n lamine*, il calcolo delle *risultanti delle tensioni* agenti in una sezione di larghezza unitaria deve tener conto della discontinuità delle tensioni stesse all'interfaccia fra una lamina e l'altra, per cui il dominio di integrazione costituito dallo *spessore totale h* del laminato dovrà essere scomposto nei vari sottodomini costituiti dagli *spessori h_k* delle singole lamine costituenti. Si avrà:

$$\underline{N} = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k dz \quad (5.54)$$

$$\underline{M} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k z dz \quad (5.55)$$

in cui \underline{N} ed \underline{M} indicano rispettivamente il *vettore delle caratteristiche di forza e di momento*.

Il dominio di ogni integrale nelle suesposte sommatorie va da z_{k-1} a z_k (prese col segno), ovvero fra la quota inferiore e quella superiore delle interfacce della lamina k -esima; vale ovviamente: $h_k = z_k - z_{k-1}$.

Non sarà inutile a questo punto riflettere sul fatto che il modello cinematico utilizzato per descrivere il campo delle deformazioni della piastra laminata inflessa impone che sia il *piano medio* il piano di riferimento attorno al quale ruotano le sezioni trasversali, mantenendosi piane. Siccome il piano medio non è, in generale, pure piano neutro (ossia piano che non sperimenta alcuna deformazione), ne viene che si avrà in corrispondenza di ogni punto del piano medio un vettore $\underline{\varepsilon}^o$ non nullo. Le curvature flessionali e torsionali $\underline{\chi}$ faranno sentire i loro effetti deformativi a partire dal piano medio, per cui in un punto generico distante z da esso si avranno pure le deformazioni $z \underline{\chi}$ indotte dalle curvature, deformazioni che si aggiungeranno alle $\underline{\varepsilon}^o$ provenienti dal piano medio, avendo così in totale: $\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}^o + z \underline{\chi}$.

Si deve considerare che le tensioni flessionali e torsionali che nascono a causa delle curvature (ossia quelle imputabili a $z \underline{\chi}$) in generale non risulteranno auto-equilibrate (come invece avviene nelle piastre omogenee e isotrope), da qui la presenza delle tensioni membranali legate alle deformazioni $\underline{\varepsilon}^o$, in grado di ripristinare una situazione equilibrata.

Pertanto si può concludere che — nelle piastre inflesse — la presenza di *azioni membranali (o di lastra) \underline{N}* assieme ad *azioni flessionali (o di piastra) \underline{M}* è dovuta alla scelta del piano medio quale piano attorno al quale, per convenzione, si fanno ruotare le sezioni trasversali.

È possibile a questo punto introdurre negli integrali che danno i flussi \underline{N} ed \underline{M} il legame costitutivo relativo alle singole lamine, sì da far intervenire al posto delle tensioni $\underline{\sigma}$ le deformazioni $\underline{\varepsilon}$. Ricordando l'*equazione costitutiva della k-esima lamina* nel riferimento geometrico (x, y) :

$$\underline{\sigma}_k = \underline{\underline{Q}}_k \underline{\varepsilon}^o + z \underline{\underline{Q}}_k \underline{\chi} \quad (5.56)$$

si possono ottenere le seguenti *equazioni costitutive del laminato*:

$$\underline{N} = \sum_{k=1}^n \left[\int_{z_{k-1}}^{z_k} \underline{\underline{Q}}_k \underline{\underline{\varepsilon}}^o dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \underline{\underline{Q}}_k \underline{\underline{\chi}} z dz \right] \quad (5.57)$$

$$\underline{M} = \sum_{k=1}^n \left[\int_{z_{k-1}}^{z_k} \underline{\underline{Q}}_k \underline{\underline{\varepsilon}}^o z dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \underline{\underline{Q}}_k \underline{\underline{\chi}} z^2 dz \right] \quad (5.58)$$

Tenuto conto che la matrice di rigidità trasformata del materiale $\underline{\underline{Q}}_k$ di ciascuna lamina è indipendente da z (all'interno della lamina) e che pure le deformazioni $\underline{\underline{\varepsilon}}^o$ e le curvature $\underline{\underline{\chi}}$ imposte al piano medio non sono funzione di z , le espressioni precedenti si semplificano notevolmente:

$$\underline{N} = \sum_{k=1}^n \left[\underline{\underline{Q}}_k \underline{\underline{\varepsilon}}^o \int_{z_{k-1}}^{z_k} dz + \underline{\underline{Q}}_k \underline{\underline{\chi}} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z dz \right] \quad (5.59)$$

$$\underline{M} = \sum_{k=1}^n \left[\underline{\underline{Q}}_k \underline{\underline{\varepsilon}}^o \int_{z_{k-1}}^{z_k} z dz + \underline{\underline{Q}}_k \underline{\underline{\chi}} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z^2 dz \right] \quad (5.60)$$

In virtù del fatto che $\underline{\underline{\varepsilon}}^o$ e $\underline{\underline{\chi}}$ sono costanti su tutte le lamine e quindi indipendenti dall'indice k , si può anche scrivere in maniera compatta:

$$\underline{N} = \underline{\underline{A}} \underline{\underline{\varepsilon}}^o + \underline{\underline{B}} \underline{\underline{\chi}} \quad (5.61)$$

$$\underline{M} = \underline{\underline{B}} \underline{\underline{\varepsilon}}^o + \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\chi}} \quad (5.62)$$

ovvero in forma esplicita:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ & A_{22} & A_{26} \\ \text{simm.} & & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ & B_{22} & B_{26} \\ \text{simm.} & & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.63)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ & B_{22} & B_{26} \\ \text{simm.} & & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ & D_{22} & D_{26} \\ \text{simm.} & & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.64)$$

In forma simbolica, l'*equazione costitutiva del laminato* si può così scrivere:

$$\boxed{\begin{Bmatrix} \underline{N} \\ \underline{M} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{B}} \\ \underline{\underline{B}} & \underline{\underline{D}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{\underline{\varepsilon}}^o \\ \underline{\underline{\chi}} \end{Bmatrix}} \quad (5.65)$$

I generici coefficienti delle sub-matrici $\underline{\underline{A}}$, $\underline{\underline{B}}$ e $\underline{\underline{D}}$ sono dati dalle seguenti espressioni:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \\ B_{ij} &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \\ D_{ij} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \end{aligned} \quad \text{con } i, j \in \{1, 2, 6\} \quad (5.66)$$

Poiché le matrici di rigidezza del materiale delle singole lamine \bar{Q}_k sono simmetriche, anche le sub-matrici $\underline{\underline{A}}$, $\underline{\underline{B}}$ e $\underline{\underline{D}}$ risultano *simmetriche*. In virtù di questo poi anche la matrice 6×6 dell'equazione costitutiva del laminato risulta *simmetrica*.

È interessante rilevare il significato geometrico insito nei termini in z_k presenti nelle sub-matrici $\underline{\underline{A}}$, $\underline{\underline{B}}$ e $\underline{\underline{D}}$. A questo scopo indichiamo con h_k lo *spessore* della k -esima lamina e con \bar{z}_k la *distanza* del suo baricentro dal piano medio del laminato, ossia:

$$h_k = (z_k - z_{k-1}) \quad (5.67)$$

$$\bar{z}_k = \frac{1}{2}(z_k + z_{k-1}) \quad (5.68)$$

Con riferimento alla lamina k di una fetta di laminato di *larghezza unitaria* si dimostra che:

$$(z_k - z_{k-1}) = h_k \equiv a_k \quad (\text{area})$$

$$\frac{1}{2}(z_k^2 - z_{k-1}^2) = h_k \bar{z}_k \equiv a_k \bar{z}_k \quad (\text{momento statico})$$

$$\frac{1}{3}(z_k^3 - z_{k-1}^3) = \frac{h_k^3}{12} + h_k \bar{z}_k^2 \equiv j_{pk} + a_k \bar{z}_k^2 \quad (\text{momento d'inerzia})$$

I momenti statico e d'inerzia sono riferiti al piano medio del laminato (con j_{pk} si è indicato il momento d'inerzia proprio della lamina).

Pertanto, in alternativa, i coefficienti A_{ij} , B_{ij} e D_{ij} si possono scrivere in questo modo:

$$\begin{aligned} A_{ij} &= \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k a_k \\ B_{ij} &= \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k a_k \bar{z}_k \\ D_{ij} &= \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (j_{pk} + a_k \bar{z}_k^2) \end{aligned} \quad \text{con } i, j \in \{1, 2, 6\} \quad (5.69)$$

ovvero rappresentano rispettivamente aree, momenti statici e momenti d'inerzia delle lamine costituenti "pesati" con le corrispondenti rigidezze trasformate.

Per quanto concerne il significato meccanico delle tre sub-matrici $\underline{\underline{A}}$, $\underline{\underline{B}}$ e $\underline{\underline{D}}$ va tenuto presente che i loro elementi rappresentano *costanti di rigidezza*.

La sub-matrice $\underline{\underline{A}}$ riporta le cosiddette *rigidezze membranali del laminato* con cui esso risponde sotto l'influenza dei carichi di trazione, compressione e taglio agenti nel piano del laminato. I coefficienti A_{ij} sono palesemente *indipendenti* dalla sequenza di sovrapposizione delle lamine.

La sub-matrice $\underline{\underline{D}}$ rappresenta invece le *rigidezze flessionali del laminato* legate all'azione dei momenti flettenti e torcenti (o di svergolamento). I coefficienti D_{ij} sono *fortemente dipendenti* dalla sequenza delle lamine (le quote \bar{z}_k lavorano con la seconda potenza).

La sub-matrice $\underline{\underline{B}}$ è infine responsabile degli *effetti di accoppiamento* che si manifestano in un laminato generico quando in presenza di azioni membranali di tipo \underline{N} (*azioni di lastra*) si hanno anche inflessioni o svergolamenti del piano medio, oppure con solo azioni flessionali/torsionali di tipo \underline{M} (*azioni di piastra*) si hanno anche dilatazioni e scorrimenti angolari nel piano medio. Per questo la sub-matrice $\underline{\underline{B}}$ è detta *matrice di accoppiamento lastra-piastra* ed i suoi elementi B_{ij} sono chiamati *rigidezze di accoppiamento*. È evidente che anche il valore assunto dai B_{ij} dipende dalla sequenza di sovrapposizione delle lamine (con la prima potenza delle quote \bar{z}_k).

Le varie rigidhezze A_{ij} , D_{ij} e B_{ij} non hanno tutte le stesse dimensioni. Se con il simbolo [F] si indica la dimensione *forza* e con [L] la dimensione *lunghezza*, le diverse quantità avranno le seguenti dimensioni:

$$\begin{array}{lll} \underline{\sigma} & \implies & [\text{F L}^{-2}] & \underline{\varepsilon} & \implies & [1] & \underline{\chi} & \implies & [\text{L}^{-1}] \\ \underline{\underline{Q}} & \implies & [\text{F L}^{-2}] & \underline{N} & \implies & [\text{F L}^{-1}] & \underline{M} & \implies & [\text{F}] \\ \underline{\underline{A}} & \implies & [\text{F L}^{-1}] & \underline{\underline{B}} & \implies & [\text{F}] & \underline{\underline{D}} & \implies & [\text{F L}] \end{array}$$

Forma inversa dell'equazione costitutiva del laminato

Per ricavare le tensioni nelle diverse lamine del laminato occorre dapprima risalire alla conoscenza dello stato deformativo ($\underline{\varepsilon}^o, \underline{\chi}$) che nasce a seguito dell'applicazione dei carichi ($\underline{N}, \underline{M}$), si da poter esplicitare la relazione:

$$\underline{\sigma}_{(x,y)_k} = \underline{\underline{Q}}_k \underline{\varepsilon}^o + z \underline{\underline{Q}}_k \underline{\chi}$$

Il problema si risolve agevolmente attraverso l'inversione della matrice di rigidezza del laminato, che porta a scrivere:

$$\boxed{\begin{Bmatrix} \underline{\varepsilon}^o \\ \underline{\chi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{B}} \\ \underline{\underline{B}} & \underline{\underline{D}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \underline{N} \\ \underline{M} \end{Bmatrix}} \quad (5.70)$$

La suddetta matrice inversa, se non si ricorre a metodi numerici di inversione, può essere ricavata per passi successivi operando sulle sub-matrici $\underline{\underline{A}}$, $\underline{\underline{B}}$ e $\underline{\underline{D}}$.

Per far ciò, a partire dal sistema matriciale seguente:

$$\begin{cases} \underline{N} = \underline{\underline{A}} \underline{\varepsilon}^o + \underline{\underline{B}} \underline{\chi} \\ \underline{M} = \underline{\underline{B}} \underline{\varepsilon}^o + \underline{\underline{D}} \underline{\chi} \end{cases} \quad (5.71)$$

si premoltiplica la prima equazione per $\underline{\underline{A}}^{-1}$ e la si risolve rispetto ad $\underline{\varepsilon}^o$, si avrà:

$$\underline{\varepsilon}^o = \underline{\underline{A}}^{-1} \underline{N} - \underline{\underline{A}}^{-1} \underline{\underline{B}} \underline{\chi} \quad (5.72)$$

Sostituendo $\underline{\varepsilon}^o$ nella seconda equazione del sistema si ottiene così:

$$\underline{M} = \underline{B} \underline{A}^{-1} \underline{N} + (\underline{D} - \underline{B} \underline{A}^{-1} \underline{B}) \underline{\chi} \quad (5.73)$$

Si può così giungere all'equazione costitutiva del laminato nella cosiddetta *forma semi-inversa*:

$$\left\{ \begin{array}{c} \underline{\varepsilon}^o \\ \underline{M} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} \underline{A}^* & \underline{B}^* \\ \underline{C}^* & \underline{D}^* \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \underline{N} \\ \underline{\chi} \end{array} \right\} \quad (5.74)$$

essendo

$$\left[\begin{array}{l} \underline{A}^* = \underline{A}^{-1} \\ \underline{B}^* = -\underline{A}^{-1} \underline{B} \\ \underline{C}^* = \underline{B} \underline{A}^{-1} \\ \underline{D}^* = \underline{D} - \underline{B} \underline{A}^{-1} \underline{B} \end{array} \right] \quad (5.75)$$

Ricordando che le sub-matrici \underline{A} , \underline{B} e \underline{D} sono *simmetriche*, viene a risultare che \underline{A}^* e \underline{D}^* sono pur esse *simmetriche*, mentre \underline{B}^* e \underline{C}^* sono *non-simmetriche*; inoltre, sussiste l'uguaglianza: $\underline{C}^* = -(\underline{B}^*)^T$.

Elaborando la forma semi-inversa appena trovata si arriverà alla forma inversa.

A partire dalle equazioni matriciali:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\varepsilon}^o = \underline{A}^* \underline{N} + \underline{B}^* \underline{\chi} \\ \underline{M} = \underline{C}^* \underline{N} + \underline{D}^* \underline{\chi} \end{array} \right. \quad (5.76)$$

si moltiplica per \underline{D}^{*-1} la seconda equazione e la si esplicita rispetto a $\underline{\chi}$:

$$\underline{\chi} = -\underline{D}^{*-1} \underline{C}^* \underline{N} + \underline{D}^{*-1} \underline{M} \quad (5.77)$$

Sostituendo questa espressione di $\underline{\chi}$ nella prima equazione si ottiene:

$$\underline{\varepsilon}^o = (\underline{A}^* - \underline{B}^* \underline{D}^{*-1} \underline{C}^*) \underline{N} + \underline{B}^* \underline{D}^{*-1} \underline{M} \quad (5.78)$$

In definitiva, l'equazione costitutiva del laminato in forma inversa risulta:

$$\left\{ \begin{array}{c} \underline{\varepsilon}^o \\ \underline{\chi} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cc} \underline{A}' & \underline{B}' \\ \underline{C}' & \underline{D}' \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \underline{N} \\ \underline{M} \end{array} \right\} \quad (5.79)$$

dove

$$\left[\begin{array}{l} \underline{A}' = \underline{A}^* - \underline{B}^* \underline{D}^{*-1} \underline{C}^* \\ \underline{B}' = \underline{B}^* \underline{D}^{*-1} \\ \underline{C}' = -\underline{D}^{*-1} \underline{C}^* \\ \underline{D}' = \underline{D}^{*-1} \end{array} \right] \quad (5.80)$$

È interessante osservare che le sub-matrici $\underline{\underline{A'}}$ e $\underline{\underline{D'}}$ risultano essere *simmetriche*, $\underline{\underline{B'}}$ e $\underline{\underline{C'}}$ *non-simmetriche*, ed inoltre $\underline{\underline{C'}} = (\underline{\underline{B'}})^T$. Grazie a quest'ultima uguaglianza la matrice inversa delle rigidezze (ossia la matrice delle cedevolezza) risulta essere *simmetrica*:

$$\begin{bmatrix} \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{B}} \\ \underline{\underline{B}} & \underline{\underline{D}} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{A'}} & \underline{\underline{B'}} \\ \underline{\underline{C'}} & \underline{\underline{D'}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{A'}} & \underline{\underline{B'}} \\ (\underline{\underline{B'}})^T & \underline{\underline{D'}} \end{bmatrix}$$

5.6 LAMINATI PARTICOLARI

5.6.1 Effetti di accoppiamento

L'anisotropia insita nella costruzione di un laminato generico (cioè costituito da lamine sovrapposte senza alcuna legge particolare nella sequenza delle orientazioni, degli spessori e delle proprietà elastiche) fa sì che data una certa causa di sollecitazione vengano provocati oltre agli effetti deformativi "diretti", anche degli ulteriori effetti in altre "direzioni".

Questa circostanza, da un punto di vista analitico, risulta dall'esame dell'equazione costitutiva del laminato, in cui la presenza della sub-matrice $\underline{\underline{B}}$ denuncia gli effetti di accoppiamento che sollecitazioni di tipo membranale ($\underline{\underline{N}}$) o flessionale ($\underline{\underline{M}}$) provocano nei riguardi delle deformazioni membranali ($\underline{\underline{\varepsilon}}^o$) o flessionali ($\underline{\underline{\chi}}$).

Infatti, quando la matrice di accoppiamento $\underline{\underline{B}}$ non è nulla, un carico ad esempio puramente tensionale lungo x dovuto ad N_x , oltre a produrre deformazioni estensionali ε_x ed ε_y , causerà anche deformazioni di scorrimento angolare γ_{xy} e curvature $\underline{\underline{\chi}}$ del laminato.

Salvo casi molto particolari, gli effetti di accoppiamento sono indesiderati e pertanto la stratificazione delle varie lamine va opportunamente studiata al fine di eliminarli o quantomeno minimizzarli.

Vedremo che sarà possibile intervenire in tal senso, realizzando delle stratificazioni particolari che portano ai cosiddetti:

- *laminati simmetrici*;
- *laminati ortotropi in relazione alle rigidezze membranali*;
- *laminati ortotropi in relazione alle rigidezze flessionali*;
- *laminati ortotropi speciali*.

Più precisamente, si otterrà:

- il disaccoppiamento tra sollecitazioni tipo $\underline{\underline{N}}$ e tipo $\underline{\underline{M}}$ con i laminati *simmetrici*, per i quali la sub-matrice $\underline{\underline{B}}$ è nulla ($\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{0}}$);
- l'ortotropia membranale con i laminati *bilanciati*, per i quali la sub-matrice $\underline{\underline{A}}$ è ridotta ($A_{16} = A_{26} = 0$), $\underline{\underline{D}}$ è piena e $\underline{\underline{B}} \neq \underline{\underline{0}}$;
- l'ortotropia flessionale con i laminati *antisimmetrici*, per i quali la sub-matrice $\underline{\underline{D}}$ è ridotta ($D_{16} = D_{26} = 0$), $\underline{\underline{A}}$ è ridotta ($A_{16} = A_{26} = 0$) e $\underline{\underline{B}} \neq \underline{\underline{0}}$;
- l'ortotropia speciale con i laminati *cross-ply simmetrici*, per i quali la sub-matrice $\underline{\underline{A}}$ è ridotta ($A_{16} = A_{26} = 0$), $\underline{\underline{D}}$ è ridotta ($D_{16} = D_{26} = 0$) e $\underline{\underline{B}}$ è nulla ($\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{0}}$).

5.6.2 Laminati simmetrici

Si ricorre a laminati simmetrici per annullare *tutte* le rigidzze di accoppiamento B_{ij} . In questo modo svaniscono tutte le mutue influenze che insorgono fra sollecitazioni tipo \underline{N} e deformazioni tipo $\underline{\varepsilon}^o$ e sollecitazioni tipo \underline{M} e deformazioni tipo $\underline{\chi}$, sicché nel piano medio i flussi \underline{N} produrranno solo effetti $\underline{\varepsilon}^o$ ed i flussi \underline{M} solo effetti $\underline{\chi}$.

Si definiscono *simmetrici* i laminati in cui vi è simmetria, rispetto al piano medio, sia *geometrica* (lamine di spessore uguale e disposte ad ugual distanza dal piano medio), sia *elastica* (uguali caratteristiche del materiale ed uguale orientazione delle fibre nelle lamine simmetricamente disposte rispetto al piano medio).

Per quanto riguarda l'orientazione delle fibre in un laminato simmetrico avremo dunque che ad una lamina orientata a $+\theta$ ad una certa distanza da una parte del piano medio ne deve corrispondere un'altra dalla parte opposta (di eguali caratteristiche geometriche ed elastiche) sempre orientata a $+\theta$ e alla stessa distanza.

È facile rendersi conto che in questa situazione il generico elemento di \underline{B} :

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k a_k \bar{z}_k$$

si annulla.

In tale ipotesi, come già detto, le sollecitazioni membranali (\underline{N}) influenzeranno solamente le deformazioni normali e a taglio ($\underline{\varepsilon}^o$), mentre le sollecitazioni flessionali (\underline{M}) provocheranno unicamente l'incurvamento del laminato o il suo svergolamento ($\underline{\chi}$).

Dalla simmetria del laminato consegue quindi il disaccoppiamento fisico e matematico tra comportamento membranale e flessionale, sicché il *sistema costitutivo* si semplifica nelle due equazioni matriciali seguenti:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ & A_{22} & A_{26} \\ \text{simm.} & & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} \quad (5.81)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ & D_{22} & D_{26} \\ \text{simm.} & & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.82)$$

L'eliminazione dell'accoppiamento membranale/flessionale ha due importanti implicazioni: da un lato i laminati simmetrici sono più facili da analizzare, e dall'altro essi non presentano il grave inconveniente di flettersi o svergolarsi a seguito delle contrazioni indotte termicamente con il raffreddamento dopo la polimerizzazione.

Da un punto di vista costruttivo un laminato simmetrico si può presentare con un numero *pari* di lamine e disposizione speculare delle orientazioni, oppure con un numero *dispari* e disposizione alternata (in quest'ultimo caso la lamina centrale è idealmente divisa in due dal piano medio). È chiaro comunque che il numero di lamine è inconferente ai fini del calcolo.

Il particolare comportamento cinematico di un laminato simmetrico affiancato alla sua semplicità di costruzione fa sì che i laminati simmetrici rappresentino la *quasi totalità* dei materiali compositi utilizzati nella pratica.

Un laminato simmetrico pur garantendo il disaccoppiamento fra comportamento membranale e flessionale, non assicura in generale l'ortotropia all'interno dei due comportamenti summenzionati. In altri termini, ad esempio, in presenza di carichi puramente assiali (tipo N_x o N_y) possono aversi deformazioni da taglio γ_{xy}^o , oppure con l'applicazione di soli momenti flettenti (tipo M_x o M_y) può aversi uno svergolamento χ_{xy} del laminato.

Un ulteriore disaccoppiamento, come vedremo, potrà essere realizzato, ma *separatamente*, o nei riguardi del regime membranale o nei riguardi di quello flessionale: si avranno così *laminati ortotropi in relazione alle rigidzze membranali* ovvero *in relazione alle rigidzze flessionali*.

Solo con una particolare stratificazione si riesce ad avere *contemporaneamente* l'ortotropia nei riguardi delle rigidzze membranali e flessionali: si parla in tal caso di *laminati ortotropi speciali*.

5.6.3 Laminati ortotropi in relazione alle rigidzze membranali

L'ortotropia in relazione al comportamento membranale si realizza annullando i termini A_{16} ed A_{26} nella sub-matrice $\underline{\underline{A}}$.

Dall'esame dell'espressione dei coefficienti A_{ij} :

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k a_k$$

e dei termini \bar{Q}_{16} e \bar{Q}_{26} in funzione degli invarianti di TSAI-PAGANO:

$$\bar{Q}_{16} = \frac{1}{2} U_2 \sin(2\theta) + U_3 \sin(4\theta)$$

$$\bar{Q}_{26} = \frac{1}{2} U_2 \sin(2\theta) - U_3 \sin(4\theta)$$

è immediato rendersi conto che, essendo \bar{Q}_{16} e \bar{Q}_{26} funzioni dispari di θ , risulta:

$$\bar{Q}_{16}(-\theta_k) = -\bar{Q}_{16}(\theta_k)$$

$$\bar{Q}_{26}(-\theta_k) = -\bar{Q}_{26}(\theta_k)$$

pertanto, se per ogni lamina ne esiste una uguale ma con orientazione opposta, i contributi di ciascuna coppia così formata si neutralizzano a vicenda ai fini delle rigidzze A_{16} ed A_{26} , talché:

$$A_{16} = A_{26} = 0$$

Un laminato di questo tipo è detto *bilanciato*.

Si fa osservare che *non* viene fatta alcuna richiesta circa la sequenza di sovrapposizione delle lamine. Tuttavia risulta facile combinare l'ortotropia in relazione ad $\underline{\underline{A}}$ con la simmetria rispetto al piano medio e tenere così separate le equazioni costitutive per le sollecitazioni membranali di tipo \underline{N} e per quelle flessionali di tipo \underline{M} .

Le equazioni di un laminato *simmetrico e bilanciato* risultano così:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ & A_{22} & 0 \\ \text{sim.} & & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} \quad (5.83)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ & D_{22} & D_{26} \\ \text{sim.} & & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.84)$$

Questo risultato si ottiene in un laminato con un numero *pari* di lamine tali che ad ogni coppia di lamine simmetriche (di assegnate caratteristiche elastiche e spessore) orientata a $+\theta$ corrisponda una seconda coppia del tutto uguale (ad altra distanza dal piano medio) ma orientata a $-\theta$.

Va da sé che anche da questo punto di vista il caso di numero *dispari* di lamine è riconducibile al caso ora considerato, in quanto la lamina centrale può vedersi come una coppia fittizia, simmetricamente disposta rispetto al piano medio.

Infine, è interessante osservare come lamine orientate a 0° o a 90° non danno alcun contributo nella formazione dei coefficienti A_{16} ed A_{26} , pertanto la loro aggiunta è inconferente nei riguardi della ortotropia membranale.

5.6.4 Laminati ortotropi in relazione alle rigidezze flessionali

Per quanto riguarda la realizzazione dell'ortotropia nei riguardi del comportamento flessionale occorre annullare i termini D_{16} e D_{26} . Questa condizione, essendo:

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (j_{p_k} + a_k \bar{z}_k^2)$$

si può ottenere costruendo il laminato *antisimmetrico* rispetto al piano medio, ovvero tale che ad ogni lamina a orientazione $+\theta$ corrisponda un'altra alla stessa distanza dalla parte opposta del piano medio, ma orientata $-\theta$, risultando così:

$$D_{16} = D_{26} = 0$$

Naturalmente un laminato antisimmetrico è *sempre bilanciato*, per cui si ha pure:

$$A_{16} = A_{26} = 0$$

La condizione di antisimmetria contrasta ovviamente con quella di simmetria (che come visto garantisce l'annullamento dei principali effetti di mutua induzione), per cui si viene ad avere:

$$\underline{\underline{B}} \neq \underline{\underline{0}}$$

Nella pratica si ritiene più importante perseguire una costruzione simmetrica ($\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{0}}$), rinunciando così all'ortotropia rispetto a $\underline{\underline{D}}$.

In tal caso, non potendo annullare i termini D_{16} e D_{26} si può comunque cercare di renderli molto piccoli o più propriamente trascurabili rispetto agli altri termini della matrice \underline{D} . Questo risultato si può ottenere ad esempio *aumentando* il numero di lamine presenti in un laminato angle-ply³ simmetrico e bilanciato.

5.6.5 Laminati ortotropi speciali

Si è avuto modo di osservare come sia impossibile realizzare in genere laminati che si presentino contemporaneamente ortotropi nei riguardi delle rigidità membranali e flessionali ed allo stesso tempo abbiano nulli gli effetti di accoppiamento ($\underline{B} = \underline{0}$).

C'è un solo caso in cui queste condizioni si realizzano: quello dei laminati *cross-ply simmetrici*, in cui le orientazioni delle lamine sono a 0° e a 90° . In questa particolare disposizione, essendo $\overline{Q}_{16} = \overline{Q}_{26} = 0$ per ogni lamina, si ha sempre:

$$A_{16} = A_{26} = 0 \quad \text{e} \quad D_{16} = D_{26} = 0$$

inoltre la condizione di simmetria comporta il completo annullamento della sub-matrice \underline{B} :

$$\underline{B} = \underline{0}$$

Si parla in questo caso di *ortotropia speciale* del laminato.

Nel caso di *cross-ply regolari* (cioè con lamine tutte uguali) la simmetria potrà essere conseguita solamente con un numero *dispari* di lamine (la lamina a cavallo del piano medio può essere considerata virtualmente formata da due lamine di metà spessore).

5.6.6 Laminati angle-ply

Se l'orientazione delle lamine è ristretta a due soli angoli ($+\theta$ e $-\theta$) lo stratificato è chiamato laminato *angle-ply*. Se poi le lamine sono tutte uguali si parla di laminato *angle-ply regolare*. Gli angle-ply regolari sono fra i materiali compositi di maggior utilizzo.

Il comportamento elastico degli angle-ply regolari è funzione del numero (*pari o dispari*) di lamine presenti e della loro disposizione (*speculare o alternata*) rispetto al piano medio, Fig. 5.8.

Un angle-ply regolare con un numero *pari* di lamine e con disposizione *speculare* rispetto al piano medio (cioè con coppie di lamine equidistanti dal piano medio aventi la stessa orientazione) è ovviamente *simmetrico*. Esso però può essere bilanciato o meno a seconda del numero complessivo (sempre pari) di lamine: solo se la metà di tale numero è ancora pari il laminato risulta *bilanciato*.

Diverso è il caso di un angle-ply regolare con un numero sempre *pari* di lamine, ma con disposizione *alternata* (non speculare): il laminato risulta *antisimmetrico*, anche se *bilanciato*. Naturalmente questa circostanza fa permanere gli effetti di mutua influenza e non consente quindi di ottenere l'auspicata separazione dei comportamenti membranale e flessionale.

Infine, angle-ply regolari con un numero *dispari* di lamine risultano sempre *simmetrici*, ma non completamente bilanciati a causa di una sola lamina che non trova "libera" nessuna altra lamina con cui fare coppia per "elidersi"; se però il numero di lamine è grande, il valore di A_{16} e A_{26} risulterà abbastanza piccolo nei confronti degli altri elementi della sub-matrice \underline{A} .

³ I laminati *angle-ply* sono caratterizzati da due soli valori ($\pm\theta$) degli angoli di orientazione delle lamine. Se dette orientazioni sono a 0° e 90° si parla più propriamente di *laminati cross-ply*.

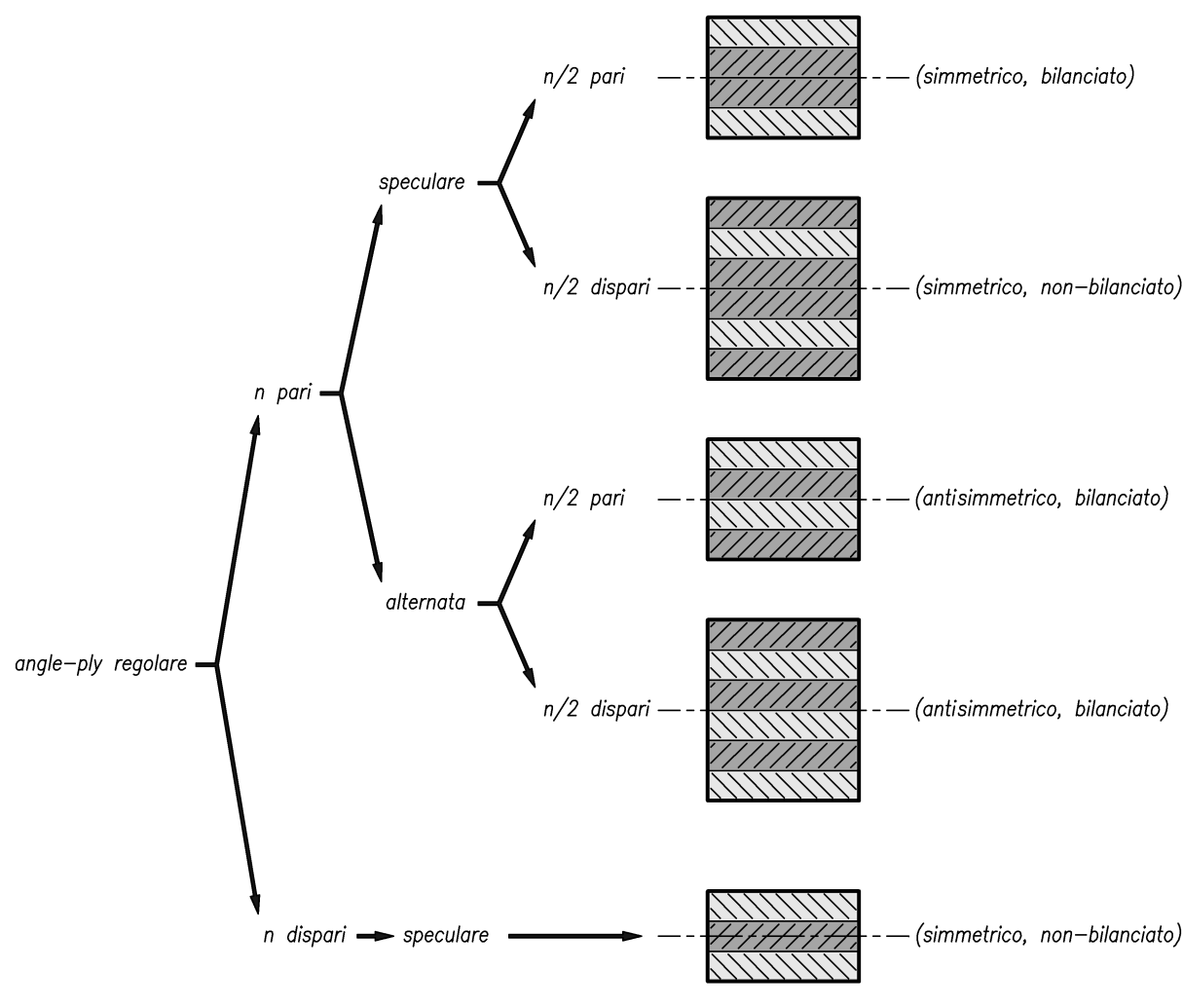


Figura 5.8 — Laminati angle-ply regolari

5.7 NOTAZIONE DEI LAMINATI

La descrizione geometrica di un laminato implica la conoscenza dell'insieme delle *orientazioni* coinvolte (il cosiddetto “lay-up”) e della *sequenza di disposizione* (“stacking sequence”) delle varie lamine costituenti. I parametri geometrici riguardanti orientazione e sequenza delle lamine vengono dati in maniera concisa indicando successivamente, a partire dalla lamina più esterna, l'angolo fra l'asse principale 1 della k -esima lamina e l'asse geometrico x del laminato.

Da tener presente che laminati aventi stesso lay-up, ma diversa sequenza hanno risposte flessionali differenti. Così, ad esempio, con le notazioni $[0^\circ/90^\circ/45^\circ]$ e $[90^\circ/45^\circ/0^\circ]$ si indicheranno due laminati diversi, seppur costruiti con le stesse tre lamine. Per la completa caratterizzazione meccanica del laminato è poi necessario conoscere individualmente spessore e proprietà elastiche principali di ogni lamina.

In presenza di un laminato *simmetrico* rispetto al piano medio e con numero *pari* di lamine si indica solo metà sequenza, aggiungendo alla notazione il pedice “s”; ad esempio:

$$[0^\circ/90^\circ/45^\circ/45^\circ/90^\circ/0^\circ] = [0^\circ/90^\circ/45^\circ]_s$$

Un laminato *simmetrico* e con numero *dispari* di lamine avrà la lamina centrale tagliata in due dal piano medio. In questo caso il termine ad essa relativo viene soprasseduto; ad esempio:

$$[0^\circ/90^\circ/0^\circ] = [0^\circ/\overline{90^\circ}]_s$$

Qualora nella sequenza completa siano individuabili *sequenze parziali* ripetute si può sinteticamente indicare nel pedice il numero di tali blocchi parziali; ad esempio:

$$[0^\circ/90^\circ/45^\circ/0^\circ/90^\circ/45^\circ] = [0^\circ/90^\circ/45^\circ]_2$$

Lamine *multiple*, che si presentano contigue nel laminato, possono essere raggruppate indicando a pedice il numero relativo; ad esempio:

$$[0^\circ/0^\circ/0^\circ/90^\circ/90^\circ] = [0^\circ_3/90^\circ_2]$$

In certi casi, per dare particolare enfasi al fatto che la sequenza indicata è quella *totale* che dovrà essere seguita si usa aggiungere il pedice “T” alla notazione; ad esempio:

$$[0^\circ/90^\circ/45^\circ/-45^\circ/0^\circ/90^\circ]_T$$

Per laminati con spessori delle lamine variabili, lo *spessore* h_k deve essere esplicitato come segue:

$$[h_1 @ \theta_1 / h_2 @ \theta_2 / \dots / h_n @ \theta_n] \quad \text{oppure} \quad [\theta_1 / \theta_2 / \dots / \theta_n] (h_1 / h_2 / \dots / h_n)$$

CRITERI DI RESISTENZA

6.1 INTRODUZIONE

L'analisi di resistenza di un laminato parte dalla conoscenza dello stato di sollecitazione in ogni lamina che lo costituisce. Dal confronto di queste sollecitazioni (in termini di tensioni o di deformazioni) con i valori limite che ciascuna lamina può sopportare si potrà decidere se il laminato entrerà in crisi o meno a seguito dell'applicazione dei carichi di servizio.

Ci sono molti modi per definire lo *stato di crisi* (“failure”) di una struttura. Un modo ovvio è quello che fa riferimento all'insorgere di fratture, per cui il componente interessato non può più far fronte al carico agente. Tuttavia una definizione più generale potrebbe essere quella in cui si dichiara che la crisi sopravviene quando il componente non può più soddisfare la funzione per cui è stato progettato. In tale definizione rientrano pertanto, oltre alla frattura totale, anche situazioni di frecce eccessive o di instabilità (casi che dovranno prevedere un'analisi delle rigidità più che delle resistenze), così come pure fessurazioni a livello della matrice (particolarmente importanti da verificare nel caso di strutture progettate per rimanere stagne).

Con riferimento al collasso di una singola lamina si possono individuare cinque possibili cause di cedimento: trazione o compressione longitudinale, trazione o compressione trasversale, taglio nel piano della lamina. Ciascuna di dette cause si può rendere responsabile di particolari meccanismi di crisi a carico delle fibre, della matrice o dell'interfaccia fibra-matrice.

Con i criteri di resistenza si vuole dare una definizione analitica della *soglia di crisi*, ovvero del confine che separa il dominio di sicurezza dal dominio di collasso. I parametri fondamentali atti ad individuare uno stato di crisi per la lamina vengono riferiti sempre alle *direzioni principali del materiale*. In particolare, per una lamina ortotropica in stato piano di tensione si richiede la conoscenza delle seguenti *tensioni ultime* (resistenze):

$$\sigma_{LU}^t, \quad \sigma_{LU}^c, \quad \sigma_{TU}^t, \quad \sigma_{TU}^c, \quad \tau_{LTU}$$

o in alternativa, a seconda del criterio adottato, delle seguenti *deformazioni ultime*:

$$\varepsilon_{LU}^t, \quad \varepsilon_{LU}^c, \quad \varepsilon_{TU}^t, \quad \varepsilon_{TU}^c, \quad \gamma_{LTU}$$

in cui al solito L e T si riferiscono alle direzioni principali longitudinale e trasversale della lamina, il pedice U sta ad indicare lo stato ultimo, mentre gli apici t e c caratterizzano la condizione di trazione o compressione.

Le varie tensioni e deformazioni vanno prese con il loro *segno algebrico*: positivo per la trazione, negativo per la compressione, mentre nei riguardi del taglio il segno è inconferente nella risposta del materiale, sempre che si faccia riferimento alle direzioni principali L e T .

6.2 RESISTENZA DI UNA LAMINA

I criteri di resistenza possono farsi rientrare in queste due classi:

- *criteri indipendenti*
- *criteri interattivi*

I *criteri indipendenti* sono basati sulla definizione di più stati limite, uno per ogni possibile modalità di cedimento. In questa categoria rientrano in particolare il *criterio delle massime tensioni* ed il *criterio delle massime deformazioni*, in cui le risposte ultime del materiale (in termini di $\underline{\sigma}$ o di $\underline{\varepsilon}$ rispettivamente), singolarmente considerate, costituiscono il riferimento per individuare la soglia di crisi.

I *criteri interattivi*, invece, sono formulati in modo tale che attraverso un'unica formula di confronto si possano considerare gli effetti concomitanti che vengono indotti da tutte le tensioni ai fini del cedimento del materiale. Va tenuto presente che questo tipo di approccio consente di stabilire il sopraggiungere dello stato di crisi del materiale, ma non dà alcuna informazione circa i meccanismi di collasso con cui si manifesta.

Sono stati elaborati diversi criteri interattivi, di varia complessità, allo scopo di ottenere buone correlazioni tra risultanze sperimentali e determinazioni analitiche. Due criteri interattivi ampiamente utilizzati per le strutture in composito sono il *criterio di Tsai-Hill* ed il *criterio di Tsai-Wu*. Questi criteri permettono di calcolare un *indice di collasso F.I.* ("failure index") in funzione delle tensioni calcolate (σ_L , σ_T e τ_{LT}) e delle resistenze del materiale (σ_{LU} , σ_{TU} e τ_{LTU}). Un "failure index" pari a 1 denota la soglia di crisi, mentre un valore minore di 1 indica una condizione di sicurezza (assenza di cedimenti).

6.2.1 Criterio delle massime tensioni

Il criterio delle massime tensioni consiste in cinque sub-criteri, ognuno dei quali verifica la resistenza nei confronti del rispettivo modo di cedimento. Si fa riferimento alle tensioni che maturano nelle direzioni principali del materiale confrontandole singolarmente con le tensioni ultime ricavate con prove sperimentali.

In termini analitici, si dichiara che il cedimento non ha luogo se:

$$\begin{array}{ccc} \boxed{\sigma_L^t < \sigma_{LU}^t} & & \boxed{|\sigma_L^c| < |\sigma_{LU}^c|} \\ \boxed{\sigma_T^t < \sigma_{TU}^t} & \boxed{|\tau_{LT}| < |\tau_{LTU}|} & \boxed{|\sigma_T^c| < |\sigma_{TU}^c|} \end{array} \quad (6.1)$$

Si rammenta che quando si fa riferimento agli assi principali (L, T) del materiale, la risposta a taglio è la stessa, indipendentemente dal segno della tensione tangenziale.

Per il caso di una lamina sollecitata da una tensione σ_x agente secondo la direzione x ruotata di un angolo θ rispetto alla direzione longitudinale L delle fibre, le tensioni σ_L , σ_T e τ_{LT} si ricaveranno applicando il tensore di trasformazione $\underline{T}(\theta)$, ossia:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \cos \theta \sin \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \cos \theta \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \theta & \cos \theta \sin \theta & (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

che porge:

$$\boxed{\begin{cases} \sigma_L = \sigma_x \cos^2 \theta \\ \sigma_T = \sigma_x \sin^2 \theta \\ \tau_{LT} = -\sigma_x \cos \theta \sin \theta \end{cases}} \quad (6.2)$$

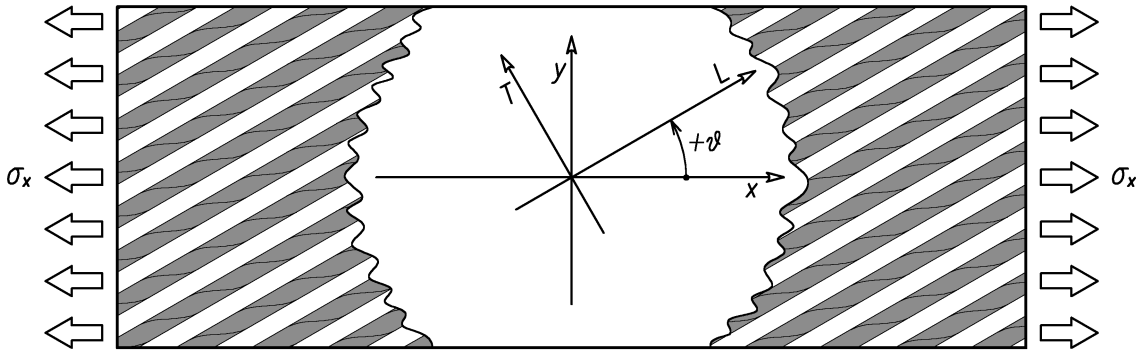


Figura 6.1 — Lamina ortotropa soggetta a carico monoassiale σ_x

6.2.2 Criterio delle massime deformazioni

Questo criterio è simile al precedente, salvo la sostituzione delle deformazioni al posto delle tensioni. I cinque sub-criteri da rispettare affinché non si abbia il cedimento del materiale sono i seguenti:

$$\begin{array}{ccc}
 \boxed{\varepsilon_L^t < \varepsilon_{LU}^t} & & \boxed{|\varepsilon_L^c| < |\varepsilon_{LU}^c|} \\
 \boxed{\varepsilon_T^t < \varepsilon_{TU}^t} & \boxed{|\gamma_{LT}| < |\gamma_{LTU}|} & \boxed{|\varepsilon_T^c| < |\varepsilon_{TU}^c|}
 \end{array} \quad (6.3)$$

Per il caso di una lamina sollecitata da una tensione σ_x agente secondo la direzione x ruotata di un angolo θ rispetto alla direzione longitudinale L delle fibre, si ricaveranno dapprima le tensioni lungo le direzioni principali del materiale, ossia:

$$\begin{pmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{pmatrix} = \underline{\underline{T}}(\theta) \begin{pmatrix} \sigma_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

quindi per la legge di Hooke scritta considerando la matrice di cedevolezza $\underline{\underline{S}}$ per materiali ortotropi:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{pmatrix} = \underline{\underline{S}} \begin{pmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{pmatrix}$$

si ricaverà:

$$\begin{cases} \varepsilon_L = \frac{1}{E_L} \sigma_L - \frac{\nu_{TL}}{E_T} \sigma_T \\ \varepsilon_T = -\frac{\nu_{LT}}{E_L} \sigma_L + \frac{1}{E_T} \sigma_T \\ \gamma_{LT} = \frac{1}{G_{LT}} \tau_{LT} \end{cases} \quad (6.4)$$

Sostituendo al posto delle tensioni σ_L , σ_T e τ_{LT} le espressioni in funzione di σ_x si ottiene:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_L = \frac{1}{E_L} (\cos^2 \theta - \nu_{LT} \sin^2 \theta) \sigma_x \\ \varepsilon_T = \frac{1}{E_T} (\sin^2 \theta - \nu_{TL} \cos^2 \theta) \sigma_x \\ \gamma_{LT} = -\frac{1}{G_{LT}} (\cos \theta \sin \theta) \sigma_x \end{array} \right. \quad (6.5)$$

I criteri limite basati sulla massima tensione e sulla massima deformazione, benché semplici da usare, non si accordano bene con i dati sperimentali a meno che il lay-up delle fibre non sia prossimo a 0° o 90° . Questo perché per angoli θ intermedi le tensioni σ_L , σ_T e τ_{LT} possono essere significative e quindi, interagendo, tali da influire sensibilmente sul valore del carico di collasso.

Va ancora aggiunto che i criteri delle massime tensioni e delle massime deformazioni danno risultati diversi in presenza di leggi σ - ε di tipo non lineare (e questo sarà certamente il caso delle tensioni e deformazioni da taglio, che notoriamente sono in genere marcatamente non lineari).

Dal confronto fra i due criteri indipendenti si può affermare che il criterio delle massime deformazioni dà generalmente risultati che sono in miglior accordo con i dati sperimentali.

6.2.3 Criterio di TSAI-HILL

Il criterio di resistenza di Tsai-Hill (talvolta noto anche come *criterio di Hill*) viene frequentemente applicato a materiali ortotropi con *uguali* resistenze in trazione e compressione.

Questo criterio, nella forma elaborata da Tsai (1965) per materiali compositi con uguali proprietà in trazione e compressione, deriva dal criterio di snervamento che Hill (1948) propose per materiali metallici anisotropi (ovvero per quei materiali metallici che a causa dei passaggi di laminazione o di profilatura subiti presentano una orientazione preferenziale dei grani, che conferisce loro accentuate caratteristiche di ortotropia). A sua volta il criterio di Hill risulta essere un'estensione del criterio di snervamento di von Mises (1913) per materiali metallici isotropi.

Con riferimento al caso di una lamina unidirezionale in stato piano di tensione, il "failure index" *F.I.* valutato secondo il criterio di Tsai-Hill assume la seguente espressione:

$$F.I. = \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{LU}} \right)^2 - \frac{\sigma_L \sigma_T}{\sigma_{LU}^2} + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{TU}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{LT}}{\tau_{LTU}} \right)^2 \quad (6.6)$$

Le tensioni σ_L , σ_T e τ_{LT} sono valutate nelle direzioni principali del materiale e sono da assumere con il segno che gli compete (in particolare, le tensioni di compressione sono negative). Inoltre le tensioni assiali ultime σ_{LU} e σ_{TU} saranno da prendere in accordo con la natura delle tensioni agenti σ_L e σ_T , ossia:

$$\begin{array}{llll} \sigma_{LU} = \sigma_{LU}^t & \text{se} & \sigma_L > 0 & \text{(trazione)} & \sigma_{TU} = \sigma_{TU}^t & \text{se} & \sigma_T > 0 \\ \sigma_{LU} = \sigma_{LU}^c & \text{se} & \sigma_L < 0 & \text{(compressione)} & \sigma_{TU} = \sigma_{TU}^c & \text{se} & \sigma_T < 0 \end{array}$$

Una condizione di carico può essere dichiarata *sicura* per la lamina se risulta: $F.I. < 1$

Tuttavia, per quanto concerne le verifiche di laminati plastici rinforzati dell'opera viva di scafi navali, va tenuto presente che, a causa di possibili microcricche nella resina dello strato più esterno, si possono avere infiltrazioni d'acqua all'interno del laminato che ne provocano una degradazione più o meno rapida della resistenza e della rigidità. Per questa ragione, la crisi dello strato protettivo più esterno andrebbe ovviamente evitata ed a tale scopo C.S. Smith raccomanda che le tensioni di progetto non eccedano il 30% (preferibilmente il 20%) delle tensioni limite. Questo comporta, per lo strato protettivo esterno, di fissare un limite per il "failure index" non più unitario, ma compreso fra 0.04 e 0.09 (si potrebbe assumere, per esempio, $F.I. < 0.05$).

6.2.4 Criterio di TSAI-WU

Il criterio di resistenza di Tsai-Wu (1971) viene comunemente usato per materiali ortotropi con *diverse* resistenze a trazione ed a compressione.

Nella sua formulazione più generale, valida per corpi ortotropi in stato di tensione triassiale, questo criterio definisce nello spazio esadimensionale delle tensioni la seguente superficie di incipiente collasso:

$$\sum F_i \sigma_i + \sum F_{ij} \sigma_i \sigma_j = 1 \quad \text{con} \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (6.7)$$

in cui per le tensioni viene impiegata la usuale notazione tensoriale contratta (in particolare: $\sigma_4 = \tau_{23}$, $\sigma_5 = \tau_{31}$ e $\sigma_6 = \tau_{12}$), mentre F_i ed F_{ij} rappresentano parametri esprimibili in funzione delle resistenze fondamentali del materiale nelle direzioni principali.

Per un generico materiale ortotropo in stato di tensione triassiale i coefficienti F_i dei termini lineari ed i coefficienti F_{ij} dei termini quadratici del polinomio possono essere inquadrati nelle seguenti matrici:

$$\{F_i\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad [F_{ij}] = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} & 0 & 0 & 0 \\ F_{12} & F_{22} & F_{23} & 0 & 0 & 0 \\ F_{13} & F_{23} & F_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & F_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & F_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & F_{66} \end{bmatrix}$$

Gli elementi nulli in $\{F_i\}$ e $[F_{ij}]$ si giustificano col fatto che nel polinomio rappresentante la superficie di collasso non possono esserci termini in cui compaiono tensioni tangenziali alla prima potenza. In effetti, le tensioni tangenziali espresse nel riferimento principale sono, come noto, indipendenti dal segno (quindi producono gli stessi effetti) e pertanto, a seconda del segno, verrebbero ad influire in maniera diversa nell'equazione della superficie di collasso.

Espresso in forma matriciale, il criterio di Tsai-Wu diviene:

$$\{F_i\}^T \{\sigma\} + \{\sigma\}^T [F_{ij}] \{\sigma\} = 1 \quad (6.8)$$

Per le lamine unidirezionali in stato piano di tensione ($\sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = 0$) la precedente espressione si semplifica così:

$$\{F_1 \ F_2 \ 0\} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} + \{\sigma_1 \ \sigma_2 \ \sigma_6\} \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & 0 \\ F_{12} & F_{22} & 0 \\ 0 & 0 & F_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = 1 \quad (6.9)$$

Pertanto, con differente notazione, l'indice di cedimento $F.I.$ ("failure index") in questo caso si può così esplicitare:

$$F.I. = \left(F_1 \sigma_L + F_2 \sigma_T \right) + \left(F_{11} \sigma_L^2 + F_{22} \sigma_T^2 + 2 F_{12} \sigma_L \sigma_T + F_{66} \tau_{LT}^2 \right) \quad (6.10)$$

Va ricordato che, al solito, le tensioni vanno prese con il loro segno (in particolare le tensioni di compressione sono negative).

I coefficienti F_i e F_{ij} sono esprimibili in funzione delle resistenze fondamentali del materiale in questo modo:

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{1}{\sigma_{LU}^t} - \frac{1}{|\sigma_{LU}^c|} & F_2 &= \frac{1}{\sigma_{TU}^t} - \frac{1}{|\sigma_{TU}^c|} \\ F_{11} &= \frac{1}{\sigma_{LU}^t |\sigma_{LU}^c|} & F_{22} &= \frac{1}{\sigma_{TU}^t |\sigma_{TU}^c|} & F_{66} &= \frac{1}{\tau_{LTU}^2} \\ F_{12} &= -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{\sigma_{LU}^t \sigma_{LU}^c \sigma_{TU}^t \sigma_{TU}^c}} \end{aligned} \quad (6.11)$$

In particolare l'espressione data per il coefficiente di interazione F_{12} è quella proposta da Tsai e Hahn nel 1980.

6.3 RESISTENZA DI UN LAMINATO

La resistenza di un laminato si basa sulla resistenza individuale delle lamine che lo compongono. Va precisato che il cedimento delle varie lamine avviene in fasi successive, sicché al cedimento iniziale di una prima lamina (*first-ply failure*) segue il cedimento delle altre (con modalità che sono fortemente influenzate dal tipo di lay-up presente), sino all'ultima lamina, che segna il collasso finale del laminato.

Il procedimento di verifica della resistenza di un laminato è un problema di una certa complessità che passa attraverso la valutazione del "failure index" di ogni lamina.

In sintesi, per ogni lamina si dovranno seguire i seguenti passi fondamentali:

- calcolo delle deformazioni agenti nel sistema con riferimento agli assi globali (x, y) del laminato;
- calcolo delle deformazioni e/o delle tensioni presenti in ogni lamina con riferimento ai rispettivi assi principali del materiale $(L, T)_k$;
- confronto, lamina per lamina, del campo di tensioni (o deformazioni) presenti con quello ammissibile in base ad un opportuno criterio di resistenza prescelto.

Specificamente, sfruttando la teoria classica della laminazione, si parte dall'equazione costitutiva del laminato:

$$\begin{Bmatrix} \underline{N} \\ \underline{M} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{B} & \underline{D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{\varepsilon}^o \\ \underline{\chi} \end{Bmatrix} \quad (6.12)$$

e se ne considera la forma inversa:

$$\begin{Bmatrix} \underline{\varepsilon}^o \\ \underline{\chi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{B} \\ \underline{B} & \underline{D} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \underline{N} \\ \underline{M} \end{Bmatrix} \quad (6.13)$$

Per inciso, per il caso di *laminati simmetrici* ($\underline{B} = \underline{0}$) basta considerare l'inversa delle sole sub-matrici \underline{A} e \underline{D} , ossia:

$$\begin{Bmatrix} \underline{\varepsilon}^o \\ \underline{\chi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{D}^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{N} \\ \underline{M} \end{Bmatrix} \quad (6.14)$$

Nel riferimento globale (x, y) la k -esima lamina ($z_{k-1} \leq z \leq z_k$) registrerà le seguenti deformazioni:

$$\underline{\varepsilon}_{(x,y)_k} = \underline{\varepsilon}_{(x,y)}^o + z \underline{\chi}_{(x,y)} \quad (6.15)$$

Il passaggio al riferimento locale $(L, T)_k$ della generica lamina può essere fatto semplicemente con il tensore di trasformazione $\underline{T}(\theta_k)$, ma considerando i vettori delle deformazioni $\underline{\varepsilon}^*$ secondo la definizione tensoriale (in cui gli scorrimenti angolari sono pari a $\frac{1}{2} \gamma$), ossia:

$$\underline{\varepsilon}_{(L,T)_k}^* = \underline{T}(\theta_k) \underline{\varepsilon}_{(x,y)_k}^* \quad (6.16)$$

Sarà poi immediato passare al vettore delle deformazioni $\underline{\varepsilon}_{(L,T)_k}$ secondo la definizione ingegneristica (con gli scorrimenti angolari γ non più dimezzati).

Le tensioni $\underline{\sigma}_{(L,T)_k}$ agenti lungo gli assi principali del materiale della generica lamina saranno infine ottenute attraverso la legge di Hooke, applicando la relativa matrice di rigidezza del materiale \underline{Q}_k :

$$\underline{\sigma}_{(L,T)_k} = \underline{Q}_k \underline{\varepsilon}_{(L,T)_k} \quad (6.17)$$

In alternativa, una volta noto il vettore $\underline{\varepsilon}_{(x,y)_k}$, si può arrivare direttamente alle tensioni $\underline{\sigma}_{(L,T)_k}$ attraverso la matrice di rigidezza trasformata $\underline{\bar{Q}}_k$ ed il tensore di trasformazione $\underline{T}(\theta_k)$ della k -esima lamina, ossia:

$$\underline{\sigma}_{(x,y)_k} = \underline{\bar{Q}}_k \underline{\varepsilon}_{(x,y)_k} \quad (6.18)$$

e quindi:

$$\underline{\sigma}_{(L,T)_k} = \underline{T}(\theta_k) \underline{\sigma}_{(x,y)_k} \quad (6.19)$$

A questo punto, scelto un appropriato criterio di resistenza, si potrà valutare il “*failure index*” $F.I._k$ della k -esima lamina, al fine di verificare l’insorgere ($F.I._k > 1$) o meno ($F.I._k < 1$) dello stato di crisi.

Il collasso di una singola lamina è preludio al collasso del laminato. È sempre possibile ricostruire il percorso di collasso dell’intero laminato seguendo il *cedimento progressivo* delle diverse lamine costituenti. Chiaramente questo comporta un processo iterativo, in cui ad ogni passo di calcolo non si considerano più le lamine che via via hanno ceduto (ignorando il problema costituito dal transitorio che si ha durante il cedimento delle lamine). In altri termini, ad ogni passo è come se si avesse una nuova struttura laminata di cui occorre aggiornare le sub-matrici di rigidezza $\underline{\underline{A}}$, $\underline{\underline{B}}$ e $\underline{\underline{D}}$ prima di procedere secondo il percorso di calcolo delineato.