

## PROVETTA d'ESAME FISICA GENERALE A.A. 2018/2019

1.

Lungo un piano inclinato di un angolo  $\theta = 42^\circ$  vengono fatti scendere due cubi di uguale massa  $m = 1.75$  kg, con diverso coefficiente di attrito dinamico con il piano:  $\mu_1 = 0.48$  per il cubo 1 a valle,  $\mu_2 = 0.27$  per il cubo 2 a monte. I cubi, inizialmente fermi a distanza  $d = 110$  cm l'uno dall'altro, vengono lasciati liberi di cadere simultaneamente all'istante  $t = 0$ . Dopo un tempo  $t_c$  collidono, rimanendo attaccati dopo la collisione. Calcolare:

- l'istante di tempo  $t_c$  in cui avviene l'urto;
- la velocità del sistema dei due cubi attaccati immediatamente dopo l'urto;
- l'accelerazione del sistema dei due cubi attaccati dopo l'urto;
- la forza  $F$  che il cubo a monte esercita su quello a valle mentre scendono rimanendo in contatto.

SOLUZIONE problema 1.

$\alpha = 42^\circ$     $m_1 = m_2 = 1.75$   
 $\mu_1 = 0.48$     $\mu_2 = 0.27$   
 $d_{1 \rightarrow 2} = 1.10 \text{ m}$   
 $x_1(t) = x_1(0) + \frac{1}{2} a_1 t^2$   
 $x_2(t) = x_2(0) + \frac{1}{2} a_2 t^2$

$x_1(0) = 1.10 \text{ m}$     $x_2(0) = 0$   
 $a_1 = g(\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha)$     $a_2 = g(\sin \alpha - \mu_2 \cos \alpha)$

$t_c: x_1(t_c) = x_2(t_c)$   
 $1.10 + \frac{1}{2} g(\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha) t_c^2 = \frac{1}{2} g(\sin \alpha - \mu_2 \cos \alpha) t_c^2$   
 $1.10 = \frac{1}{2} g t_c^2 (\sin \alpha - \mu_2 \cos \alpha - \sin \alpha + \mu_1 \cos \alpha)$   
 $1.10 = \frac{1}{2} g t_c^2 \cos \alpha (\mu_1 - \mu_2)$     $t_c^2 = \frac{2 \cdot 1.10}{g \cos \alpha (\mu_1 - \mu_2)}$     $t_c = 1.2 \text{ s}$

$v_1(t) = v_1(0) + a_1 t$     $v_2(t) = v_2(0) + a_2 t$   
 $v_1(t_c) = g(\sin \alpha - \mu_1 \cos \alpha) t_c = 3.68 \text{ m/s}$   
 $v_2(t_c) = g(\sin \alpha - \mu_2 \cos \alpha) t_c = 5.52 \text{ m/s}$

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_f$     $v_f = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 4.6 \text{ m/s}$

dopo l'urto è come se fossero 1 corpo di massa  $M = 2m$   
 l'operazione del moto è  
 $M \vec{g} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{B}_{\text{tot}} = M \vec{a}$

$y: R_1 + R_2 - mg \cos \alpha - mg \cos \alpha = 0$   
 $x: 2mg \sin \alpha - mg \mu_1 \cos \alpha - mg \mu_2 \cos \alpha = 2m a$   
 $2g \sin \alpha - g(\mu_1 + \mu_2) \cos \alpha = 2a$     $a = g \sin \alpha - \frac{\cos \alpha}{2} g(\mu_1 + \mu_2) = 3.83 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

l'equazione del moto del cubo o delle celle

$$m\vec{g} + \vec{F}_1 + \vec{R}_1 + \vec{F}_{21} = m\vec{a}$$

$$y: R_x - mg \cos \alpha = 0$$

$$x: -m\mu_s g \cos \alpha + mg \sin \alpha + F_{21} = ma$$

$$F_{21} = m(a - g \sin \alpha + \mu_s g \cos \alpha) \approx 1.34 \lambda$$

2.

Due sfere omogenee di raggio  $R = 1.00 \text{ cm}$ , aventi la medesima massa  $m = 100 \text{ g}$ , scendono lungo un piano inclinato, di inclinazione  $\theta = \xi/1000 \text{ rad}$ . La prima sfera scivola senza rotolare in assenza di ogni forma di attrito; la seconda sfera scende rotolando senza strisciare, in assenza di attrito volvente, cioè l'attrito si manifesta solo nel punto di contatto tra la sfera e il piano. Determinare le accelerazioni con le quali scendono le due sfere supponendo che sia  $\xi = 30$ .



SOLUZIONE problema 2.

La prima sfera è soggetta soltanto alla forza di gravità  $m\vec{g}$  e alla reazione normale  $\vec{N}$  del piano. Poiché la prima sfera trasla senza ruotare, essa può essere considerata un punto materiale. La seconda legge della dinamica si scrive:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}.$$

Prendendo le componenti parallela e perpendicolare al piano inclinato si ha:

$$\begin{cases} ma = mg \sin \theta \\ 0 = N - mg \cos \theta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = g \sin \theta \\ N = mg \cos \theta \end{cases}$$

Introducendo i dati si ha

$$\theta = \frac{30}{1000} \text{ rad} = \frac{30 \cdot 180}{1000\pi} = 1.72^\circ$$

e quindi

$$a_1 = g \sin \theta = 0.294 \text{ m/s}^2.$$

La seconda sfera è soggetta alla forza di gravità  $m\vec{g}$ , alla reazione normale del piano  $\vec{N}$  e alla forza di attrito radente statico  $\vec{f}_s$ . Poiché la seconda sfera rotola senza strisciare, essa non può essere considerata un punto materiale. Per la seconda sfera (calcolando i momenti rispetto all'asse orizzontale, passante per il centro della sfera e parallelo al piano inclinato) le equazioni della dinamica si scrivono:

$$\begin{cases} m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{f}_s \\ I\alpha = Rf_s \end{cases}$$

dove  $I$  e  $\alpha$  sono il momento d'inerzia della sfera rispetto all'asse passante per il suo centro e l'accelerazione angolare.

Considerando le componenti parallela e perpendicolare al piano inclinato si possono scrivere le seguenti:

$$\begin{cases} \begin{cases} ma = mg \sin \theta - f_s \\ 0 = N - mg \cos \theta \\ I\frac{a}{R} = Rf_s \end{cases} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} N = mg \cos \theta \\ f_s = I\frac{a}{R^2} \\ ma = mg \sin \theta - I\frac{a}{R^2} \end{cases}$$

dove (essendo il moto di puro rotolamento) si è fatta la sostituzione  $\alpha = a/R$ .

Quindi, ricordando che il momento di inerzia di una sfera omogenea rispetto a un asse passante per il suo centro è:  $I = \frac{2}{5}mR^2$  si ricava:

$$ma + I\frac{a}{R^2} = mg \sin \theta \rightarrow ma + \frac{2}{5}mR^2\frac{a}{R^2} = mg \sin \theta \rightarrow \frac{7}{5}ma = mg \sin \theta \rightarrow a = \frac{5}{7}g \sin \theta.$$

Introducendo i dati dell'esercizio, si ottiene

$$a_2 = \frac{5}{7}g \sin \theta = 0.210 \text{ m/s}^2.$$

Istruzioni per le domande: Indicare unicamente la risposta corretta. Nel caso si ritenga che la risposta non sia tra quelle fornite, fornire la risposta che si ritiene corretta.

1. Si consideri il moto di un proiettile. La sua velocità iniziale

- a. dipende dalla sua accelerazione
- b. è sempre nulla
- c. può avere due componenti non nulle

2. Tre forze di intensità  $F_1 = 40\text{N}$ ,  $F_2 = 30\text{N}$ ,  $F_3 = 50\text{N}$  sono applicate allo stesso punto e si fanno equilibrio. Due di esse sono perpendicolari. Quali?

- a.  $F_1$  e  $F_2$
- b.  $F_3$  e  $F_2$
- c.  $F_1$  e  $F_3$

**3. Il lavoro fatto da una forza**

- a. È un vettore sempre ortogonale alla direzione della forza
- b. È un vettore sempre parallelo alla direzione della forza
- c. È uno scalare che dipende anche dall'intensità della forza che lo compie

**4. Una forza non conservativa:**

- a. viola la seconda legge di Newton
- b. compie un lavoro che non è uguale alla differenza tra i valori che una stessa funzione assume nel punto iniziale e finale della traiettoria dell'oggetto che esperisce la forza
- c. non esistono forze non conservative

**5. La quantità di moto di un corpo di massa m:**

- a. È sempre positiva
- b. È un vettore che dipende dalla velocità del corpo oltre che dalla sua massa
- c. È sempre negativa

**6. Trascinando una cassa a velocità costante su di un piano liscio inclinato verso l'alto**

- a. Non si compie lavoro
- b. Si compie un lavoro uguale a quello compiuto dalla forza peso
- c. Si compie un lavoro maggiore rispetto a quello compiuto dalla forza peso

**7. A parità di braccio, si ottiene un momento maggiore:**

- a. applicando una forza di 100 N ortogonale al braccio
- b. applicando una forza di 300 N con un angolo di  $30^\circ$  rispetto alla direzione del braccio
- c. si ottiene lo stesso momento nei due casi

**8. Un corpo parte con velocità di  $100 \text{ km/h}$  su di un piano orizzontale scabro con coefficiente di attrito pari a 0.1. Prima di fermarsi, esso percorre una distanza di:**

- a. circa 400 m
- b. circa 79 m
- c. per rispondere alla domanda è necessario conoscere la massa del corpo

**9. Il momento di una forza**



- a. È un vettore sempre ortogonale alla direzione della forza
- b. È un vettore sempre parallelo alla direzione della forza
- c. È uno scalare che dipende anche dall'intensità della forza che lo compie

10. Un carrello di peso 200 N si trova su un piano inclinato liscio lungo 2 m e alto 1.5 m. Quale forza deve essere esercitata affinché il carrello rimanga fermo sul piano?

- a. Circa 15 N
- b. Circa 1500 N
- c. Circa 150 N