# 2 Moti descritti da una coordinata

## 2.1 Esercizi introduttivi

**Esercizio 2.1** Un'automobile percorre un rettilineo a velocità costante. All'istante iniziale viene osservato il transito per il punto dove inizia il rettilineo ($x_0 = 0$, dove iniziano i cosiddetti "segnali di progressiva chilometrica", che hanno sostituito sulle strade italiane le vecchie pietre miliari).

**a)** Se dopo un minuto viene osservato il passaggio al chilometro $x_1 = 1.2\,km$, in quale istante $t_2$ l'auto transiterà per il chilometro $x_2 = 13.5\,km$?

**b)** Con quale velocità l'auto dovrebbe percorrere il rettilineo se dovesse transitare nello stesso punto $x_2$ un minuto e un quarto prima del tempo $t_2$? Quanti chilometri in più, rispetto al primo caso, percorrerebbe dopo 1 ora?

**Esercizio 2.2** Due automobili A e B percorrono lo stesso rettilineo nei due modi seguenti:
A al tempo $t = 0.0\,h$ è nella posizione $s = 2.4\,km$ e si sta muovendo con una velocità costante $v_A = 40\,km/h$.
B al tempo $t = 0.5\,h$ è nella posizione $s = 0.0\,km$ e si sta muovendo nello stesso verso di A con una velocità costante $v_B = 70\,km/h$.

C'è un sorpasso? In caso affermativo, chi sorpassa chi? In quale posizione avviene il sorpasso? A quale tempo?

Risolvere il problema in due modi diversi:
- *graficamente*, riportando le due leggi orarie sullo stesso grafico;
- *algebricamente*, risolvendo il sistema di due equazioni lineari in due incognite.

**Esercizio 2.3** Il grafico mostrato nella figura 7 illustra come varia nel tempo la posizione di due carrelli A e B che si muovono su due binari rettilinei paralleli (su di essi è stato introdotto un sistema di coordinate $s$ con le due origini sulla stessa perpendicolare ai due binari).

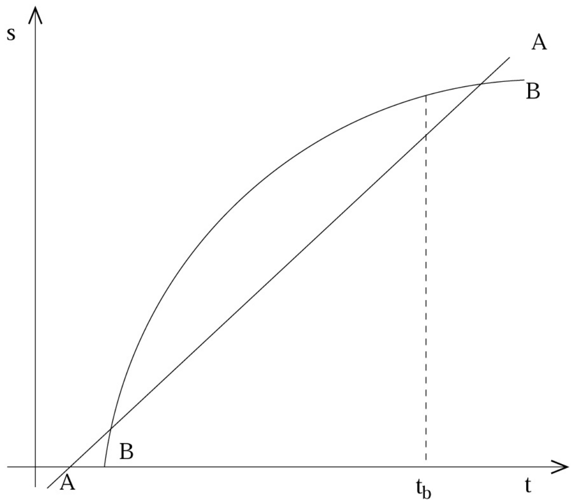


Figura 7: relativa all'esercizio **2.3**

**a)** Indica sull'asse dei tempi, col simbolo $t_S$, l'istante o gli istanti in cui un carrello sorpassa l'altro.

**b)** Quale carrello, A o B, si muove più velocemente al tempo $t_b$?

**c)** Indica sull'asse dei tempi, col simbolo $t_V$, l'istante o gli istanti in cui i due carrelli hanno la stessa velocità.

**d)** Nell'intervallo di tempo riportato in figura la velocità del carrello B sta
- aumentando sempre
- diminuendo sempre
- aumentando per parte del tempo e diminuendo per parte del tempo

(Indica la risposta considerata corretta e danne una breve spiegazione).

**Esercizio 2.4** Un autovelox registra il passaggio di un'auto A con una velocità $v_A = 126\,km/h$ e dopo 10 secondi il passaggio di un'auto B con una velocità $v_B = 144\,km/h$. Le due auto proseguono entrambe con velocità costante.

Dopo quanti secondi dal passaggio davanti all'autovelox l'auto B raggiungerà l'auto A? Quanti metri dovrà percorrere per raggiungerla?

## 2.2 Esercizi con maggiore formalizzazione

**Esercizio 2.5** Le posizioni di due punti materiali $P_1$ e $P_2$ (l'unità di misura sull'asse $x$ è il *metro* e sull'asse dei tempi è il *secondo*) sono date da:

$$x_1(t) = (5 + 3t + 2t^2) \qquad x_2(t) = (1 - t + 5t^2) \qquad \text{con } t \geq 0\,.$$

(**a**) Dopo quanto tempo i due punti materiali collidono?
(**b**) Qual è la differenza tra le loro velocità nell'istante di collisione?

**Esercizio 2.6** Un'automobile da corsa si muove su una pista con velocità costante. Si aziona un cronometro in un punto dove poniamo l'origine di un'ascissa curvilinea. Dopo un tempo $t_1$ l'auto accelera con accelerazione (scalare) costante $a(t) = a$ e all'istante $t_2$ raggiunge il chilometro $s_2$. Quale sarà la velocità, $v_2$, dell'auto in quell'istante? Questa velocità potrebbe essere troppo alta per affrontare una curva. Quale deve essere allora l'accelerazione (scalare) $a'$ (sempre a partire dall'istante $t_1$) in modo che l'auto giunga nello stesso punto con velocità $v_2'$? E a quale istante $t_2'$ vi giungerebbe?
APPLICAZIONE NUMERICA: $t_1 = 15\,s$ ; $a = 2.4\,m/s^2$ ; $t_2 = 40\,s$ ; $s_2 = 1.35\,km$ ; $v_2' = 216\,km/h$.

**Esercizio 2.7** Un'automobile è ferma a un semaforo e, quando la luce diventa verde, accelera uniformemente per un intervallo di tempo $\Delta t = 6\,s$ con un'accelerazione (scalare) $a = 2\,m/s^2$ e poi si muove con velocità costante. Nell'istante in cui l'automobile è partita, essa è stata sorpassata da un autocarro in moto nello stesso verso con una velocità $v_B = 10\,m/s$, che poi viene mantenuta costante.

**a)** Si costruiscano i diagrammi orari per il moto dell'automobile e per quello dell'autocarro usando gli stessi assi coordinati.

**b)** Quando l'automobile raggiungerà l'autocarro?

**c)** Quanto cammino avrà percorso l'automobile quando raggiungerà l'autocarro?

**Esercizio 2.8** Un'auto supera un incrocio a una velocità $v = 72\,km/h$ e prosegue alla stessa velocità. Ad un istante successivo, $t_1 = 5\,s$, un'auto della polizia stradale in servizio a quell'incrocio parte al suo inseguimento procedendo con un'accelerazione costante $a_P = 2\,m/s^2$.

**a)** Quando e a che distanza dall'incrocio la polizia stradale supera l'auto?

**b)** Qual è la velocità della polizia in quel momento?

NOTA BENE: il termine "partire" indica, anche nel linguaggio comune, che la velocità iniziale è nulla, per cui il moto deve essere necessariamente accelerato.

Le ultime 3 etichette indicano i parametri, che vanno inseriti sotto nella seconda riga e possono essere cambiati a piacere; questi valori non vanno inseriti direttamente nelle formule delle colonne precedenti, ma va inserita l'etichetta della cella in modo che, una volta cambiato il valore, tutte le colonne vengano ricalcolate automaticamente e così anche il grafico. $\Delta t$ è il "passo" temporale con cui si vogliono ottenere i punti del grafico, elencati nella prima colonna; $z_0$ e $v_0$ sono le condizioni iniziali, che entrano nelle formule che andranno inserite nella seconda e nella terza colonna alla seconda riga. Anche l'accelerazione di gravità $g$ potrebbe essere considerata un parametro. Provate dunque a generalizzare l'esempio in modo da ottenere moti sulla luna, o qualsiasi altra gravità, semplicemente modificando un valore numerico in una cella.

**Esercizio 2.16** Un corpo viene lanciato verso l'alto a partire dal suolo e ricade nel punto di partenza. Sapendo che nell'ultimo secondo di volo percorre uno spazio di $20\,m$, si determini la sua velocità iniziale $v_0$ e la massima altezza $h$ da esso raggiunta. Si trascuri la resistenza dell'aria.

**Esercizio 2.17** Un missile è lanciato verticalmente e, in virtù dei suoi motori, sale con una accelerazione doppia, in modulo, dell'accelerazione di gravità . Tale moto dura per un tempo $t_1$, dopodiché, esauritosi il carburante, il moto del missile diventa quello di un grave inerte. Si calcoli in termini di $t_1$:

**a)** la quota massima raggiunta dal missile;

**b)** la durata complessiva del volo, dal lancio alla ricaduta sulla terra.

(Si trascurino la resistenza dell'aria e la variazione dell'accelerazione di gravità con l'altezza.)

**Esercizio 2.18** Un sasso viene lasciato cadere con velocità nulla da un'altezza $H = 50\,m$ rispetto al suolo e nello stesso istante un altro sasso viene lanciato in alto sulla stessa verticale da un'altezza $h = 10\,m$ con velocità iniziale $v_0$.

**a)** Se i due sassi si urtano ad un'altezza $h_1 = 20\,m$, quanto vale $v_0$ e che velocità hanno rispettivamente i due sassi subito prima dell'urto?

**b)** Calcolare il valore minimo di $v_0$ per il quale i due sassi si urtano a quota nulla, immediatamente prima di giungere al suolo.

**Esercizio 2.19** Una palla da tennis è lasciata cadere dal terrazzo di un grattacielo di altezza $H$ rispetto al suolo. L'abitante di un appartamento osserva che la palla impiega un tempo $\Delta t = 0.25\,s$ per attraversare tutta la sua finestra, di altezza $h = z(t_1) - z(t_2) = 2.5\,m$. La palla da tennis cade fino al suolo dove rimbalza elasticamente (riparte cioè con la stessa velocità in modulo) e riappare al bordo inferiore della finestra $4\,s$ dopo averla superata. Determinare quanto tempo impiega per cadere dal terrazzo al suolo, $t_{\text{tot}}$, e l'altezza $H$ del terrazzo (trascurare la resistenza dell'aria).

**Esercizio 2.20** Una ruota inizialmente in quiete viene messa in rotazione attorno al suo asse e la sua velocità angolare cresce uniformemente per un intervallo di tempo $t_1 = 10\,s$ fino a raggiungere il valore $\omega_1 = 10\,\pi\ rad/s$; la velocità angolare viene poi mantenuta costante per un intervallo di tempo $t_2 - t_1 = 5\,s$, dopodiché viene fatta diminuire uniformemente e in un intervallo di tempo $t_3 - t_2 = 10\,s$ la ruota si arresta. Si calcoli il numero $N$ complessivo dei giri fatti dalla ruota.