



**UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI TRIESTE**  
**Dipartimento di Ingegneria e Architettura**

Dispense del corso

**COSTRUZIONI STRADALI**



*Prof. ing. Bruno Crisman*

Anno Accademico 2018 - 2019

# I PARTE

## LE OPERE IN TERRA



# INDICE

		Pag.
<b>CAPITOLO 1</b>	<b>CARATTERISTICHE DELLE TERRE PER USI STRADALI</b>	<b>3</b>
1	Introduzione	4
2	Caratteristiche fisiche delle terre	4
3	Proprietà meccaniche	14
4	Classificazioni delle terre per usi stradali	16
5	Esercizi	23
<b>CAPITOLO 2</b>	<b>ADDENSAMENTO DELLE TERRE</b>	<b>28</b>
1	Introduzione	28
2	Processo di addensamento	30
3	Esercizi	42
<b>CAPITOLO 3</b>	<b>COMPORAMENTO MECCANICO DEI TERRENI</b>	<b>46</b>
1	Introduzione	46
2	Elementi di teoria dell'elasticità	47
3	Teoria di Boussinesq (ammasso indefinito, omogeneo, isotropo)	53
4	Comportamento visco-elastico delle terre	68
5	Prove di laboratorio e in sito per la caratterizzazione delle terre	80
6	Correlazioni tra gli indicatori della portanza	100
7	Cedimenti permanenti nelle terre	101
8	Esercizi	103

# CAPITOLO 1

## CARATTERISTICHE DELLE TERRE PER USI STRADALI

### 1. INTRODUZIONE

La progettazione di una strada inizia con la definizione del suo asse, ricercando la migliore linea nello spazio che garantisca un tracciato sicuro e confortevole, ai veicoli nella loro libertà di movimento. Il problema è analogo anche in campo ferroviario, dove i movimenti dei veicoli sono invece rigidamente vincolati al tracciato. Tradizionalmente questo problema è stato semplificato e ricondotto a un doppio problema bidimensionale: l'individuazione dell'asse in planimetria e la costruzione del suo profilo in un piano verticale. La composizione geometrica dell'asse di una strada va ricercata in ragione della sicurezza e confort degli utenti partendo da una velocità di riferimento o da un intervallo di velocità di riferimento (Velocità di progetto). Nella scelta dell'asse di una strada non si possono trascurare altri aspetti come i vincoli del territorio urbanistici e orografici, il costo dell'infrastruttura, l'incidenza sul costo totale delle opere in terra, l'ambiente con i problemi connessi all'inquinamento prodotto dai veicoli e il forte impatto visivo che una tale opera esercita sull'ambiente circostante.

L'asse di un tracciato stradale o ferroviario può trovarsi a una quota positiva (Rilevato o riporto), negativa (Sterro, scavo o trincea) o nulla, rispetto il piano campagna (Fig. 1.1). Il solido geometrico, delimitato, dal piano campagna, dalla superficie del sottofondo e dalle scarpate del rilevato o della trincea, è definito corpo stradale (Norma UNI 11531-1 "Costruzione e manutenzione delle opere civili delle infrastrutture, Criteri per l'impiego dei materiali Parte 1: Terre e miscele di aggregati non legati" ex CNR-UNI 10006).

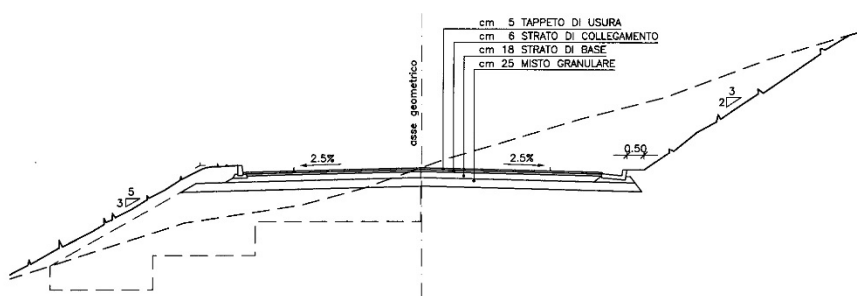


Figura 1.1. Sezione stradale a mezza costa

Per sottofondo s'intende la parte di terreno in sito, eventualmente bonificato, sulla quale è realizzata la sovrastruttura, mentre nei rilevati corrisponde alla loro parte sommitale. La superficie superiore del sottofondo costituisce il piano di posa della sovrastruttura, salvo interposizione di strati anti capillari, dove più forte si manifestano le azioni dinamiche dei carichi stradali (fig. 1.2). Il corpo stradale in rilevato può essere formato da terreni provenienti direttamente dagli scavi o dopo un idoneo processo di miglioramento (stabilizzazione). La sovrastruttura, sia essa stradale o ferroviaria, sovrapposta al sottofondo, è destinata a garantire in sicurezza il regolare moto dei veicoli distribuendo i carichi, da questi trasmessi, sul sottofondo.

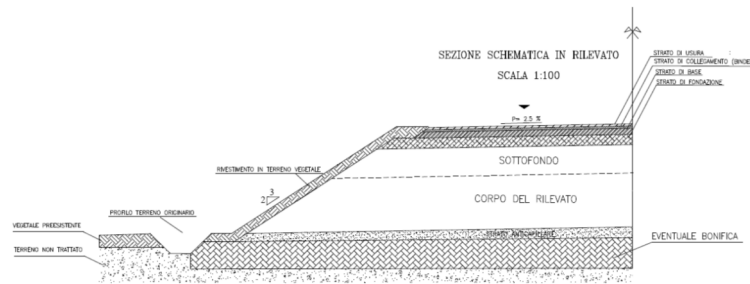


Figura 1.2. Elementi di una sezione stradale in rilevato

Per realizzare il corpo stradale sarà necessario ricorrere a delle opere in terra talvolta con l'ausilio di strutture di sostegno per contenere le aree di occupazione e per garantirne la stabilità (muri, terre armate ecc.), oppure, dove la differenza di quota tra l'asse stradale e il piano campagna, è eccessiva, a delle opere d'arte, come ponti, viadotti e gallerie.

La tipologia, le dimensioni, l'ubicazione di un'opera in terra riguardano scelte progettuali complesse che investono diversi aspetti come le proprietà fisiche e meccaniche dei materiali, anche non tradizionali, impiegati nella costruzione, la stabilità e durata dell'opera e la sostenibilità ambientale. L'ingegnere stradale è fortemente interessato a migliorare la qualità di un terreno incrementandone la resistenza e la capacità portante con interventi su alcune proprietà fisiche e meccaniche delle terre.

## 2. CARATTERISTICHE FISICHE

### 2.1. DEFINIZIONI

La terra è un insieme di particelle solide (roccia sciolta o frammentaria), separabili senza forti azioni meccaniche, (granuli o grani costituiti anche da minerali diversi) di varie dimensioni, forma e struttura con interposti vuoti che possono contenere acqua ed aria in diversa quantità. I legami tra i granuli non sono molto forti e insistenti. Tanto è vero che è sufficiente una modesta azione meccanica (semplice

agitazione in acqua) per eliminarli. Queste terre che esistono in prossimità della superficie terrestre, spesso contengono anche una parte di materiale organico. La parte inorganica ha origine dalla degradazione e alterazione delle rocce. Le terre provengono da scavi o da cave dalle quali il cavato viene traferito al cantiere senza particolari operazioni di selezione, salvo l'eventuale eliminazione delle parti più grosse.

Preliminarmente a qualsiasi intervento, che può interessare una terra, sarà opportuno identificarla e descriverla accuratamente, in base alla forma, misura e distribuzione dei granuli contenuti, al tipo di materiale, alle caratteristiche dei minerali presenti, all'origine della parte organica e alla plasticità della parte fine. La norma EN ISO 14688-1, nella parte I, "*Geotechnical investigation and Testing – Identification and classification of Soil*", descrive le fasi, di carattere generale, dell'identificazione di una terra. La parte II della stessa norma EN ISO 14688-2 "*Principles for a classification*", riporta i principi base per l'identificazione e la classificazione dei terreni utilizzati nelle applicazioni più comuni dell'ingegneria civile: fondazioni, stabilizzazione dei terreni, strade, rilevati stradali, dighe in terra e opere di drenaggio.

La norma UNI 11531-1 prevede nella realizzazione delle opere stradali l'impiego di aggregati naturali, artificiali o riciclati. L'aggregato naturale è quello di origine naturale ottenuto da una lavorazione esclusivamente meccanica. L'aggregato artificiale o industriale risulta da un processo industriale, quello riciclato deriva dalla lavorazione di materiale inorganico precedentemente utilizzato nelle costruzioni (UNI EN 13242).

## 2.2 DIMENSIONE E ASSORTIMENTO DEI GRANULI

Le dimensioni dei granuli e il loro assortimento rappresentano le indicazioni di base per individuare il comportamento di una terra e di conseguenza per classificarla.

La dimensione di un granulo è convenzionalmente definita secondo il metodo di prova. Se la prova è una setacciatura meccanica, la dimensione dei granuli corrisponde al diametro minimo del crivello o alla dimensione minima della maglia dello staccio attraverso il quale passa il granulo. Se la classificazione viene fatta attraverso una prova di sedimentazione la dimensione corrisponde al diametro della sfera di eguale peso specifico che si comporta nello stesso modo del granulo.

Le dimensioni delle particelle e la loro distribuzione nella massa totale di una terra influenzano le proprietà e prestazioni della terra stessa. Si definisce frazione di una terra l'insieme dei granuli la cui dimensione sia compresa in un determinato intervallo. In base alla dimensione dei granuli una terra si suddivide in ghiaia, sabbia (grossa, media e fine), limo e argilla secondo le classificazioni di alcune tra le Associazioni e Agenzie internazionali più note (tabella 1.1).

Agency*	Gravel	Very coarse sand	Coarse sand	Medium sand	Fine sand	Very fine sand	Silt	Clay	Colloids
AASHTO† and ASTM	>2.0	.....	2.0-0.42	.....	0.42-0.074	.....	0.074-0.005	<0.005	<0.001
CEUSA and USBR	Cobbles >76.2 (3") Coarse gravel 76.2-19.5	Fine gravel 19.5-4.76	4.76-2.0	2.0-0.42	0.42-0.074	.....	Fines (silt or clay) <0.074		
USDA	>2.0	2.0-1.0	1.0-0.5	0.5-0.25	0.25-0.10	0.10-0.05	0.05-0.002	<0.002	
MIT	>2.0	.....	2.0-0.6	0.06-0.2	0.2-0.06	.....	0.06-0.002	<0.002	
ISSS	>2.0	.....	2.0-0.2	.....	0.2-0.02	.....	0.02-0.002	<0.002	

\* AASHTO—American Association of State Highway Officials.  
 ASTM—American Society for Testing Materials.  
 CEUSA—Corps of Engineers, U.S. Army.  
 USBR—U.S. Bureau of Reclamation.  
 USDA—U.S. Department of Agriculture.  
 MIT—Massachusetts Institute of Technology.  
 ISSS—International Society of Soil Science.  
 † See AASHTO Designation M 146-49 and M 145-49 for additional grain-size classification.

Tabella 1.1 Classificazione delle terre in base alla dimensione dei granuli

La normativa ISO 14688, nella tabella 1.2 presenta una più ampia e articolata classificazione dei terreni a granulometria uniforme. Le dimensioni di riferimento dei granuli sono leggermente differenti rispetto i valori contenuti nella precedente classificazione dell'UNI.

Soil fractions	Sub-fractions	Symbols	Particle sizes mm
Very coarse soil	Large boulder	LBo	> 630
	Boulder	Bo	> 200 to 630
	Cobble	Co	> 63 to 200
Coarse soil	Gravel	Gr	> 2,0 to 63
	Coarse gravel	CGr	> 20 to 63
	Medium gravel	MGr	> 6,3 to 20
	Fine gravel	FGr	> 2,0 to 6,3
	Sand	Sa	> 0,063 to 2,0
	Coarse sand	CSa	> 0,63 to 2,0
	Medium sand	MSa	> 0,2 to 0,63
Fine soil	Fine sand	FSa	> 0,063 to 0,2
	Silt	Si	> 0,002 to 0,063
	Coarse silt	CSi	> 0,02 to 0,063
	Medium silt	MSi	> 0,006 3 to 0,02
	Fine silt	FSi	> 0,002 to 0,006 3
	Clay	Cl	≤ 0,002

Tabella 1.2 Classificazione delle frazioni di una terra (ISO 14688)

La distribuzione percentuale in peso dei granuli di cui la terra è costituita, è chiamata granulometria o curva granulometrica. Essa fornisce un elemento fondamentale per una razionale classificazione di una terra. L'analisi granulometrica può essere condotta, secondo il tipo di terra, con un procedimento meccanico o per sedimentazione.

L'analisi granulometrica meccanica utilizza una serie di setacci (stacci) di maglia quadrata o crivelli con fori circolari di diversa dimensione. La prova può essere fatta con la terra essiccata oppure, nel

caso di terra con presenza di limo e argilla, per via umida, per sciogliere i grumi di terra presenti. Nelle tabelle 1.3 e 1.4 sono indicate le serie dei setacci UNI e di altre normative internazionali.

Crivelli		Setacci	
N.	Dimensioni mm	N.	Dimensioni mm
71 U.N.I. 2334	71	2 U.N.I. 2332	2,00 ±0,100
60	60	0,4	0,40 ±0,020
40	40	0,2	0,20 ±0,010
30	30	0,18	0,18 ±0,009
25	25	0,075	0,075 ±0,004
15	15		
10	10		
7,1	7,1		
5	5		
3	3		
1	1		

Tabella 1.3 Serie UNI setacci e crivelli

Serie Tyler standard		U.S. Bureau standard		Serie A.S.T.M.		Serie D.I.N.			
N. del setaccio	Dimensioni in mm	N. del setaccio	Dimensioni in mm	N. del setaccio	Dimensioni in mm	Fori tondi		Maglie quadrate	
						N.	Apertura mm	N.	Apertura mm
—	76,2	—	101,6	3/16 inch	4,76	40	34,0	—	—
—	50,8	—	50,8	5	4,00	30	25,2	—	—
—	26,67	—	25,4	6	3,36	25	20,8	—	—
—	18,85	—	19,1	7	2,83	20	16,4	—	—
—	13,33	—	12,7	8	2,38	15	12,0	—	—
—	9,423	—	9,52	10	2,00	12	9,5	—	—
3	6,680	3	6,35	12	1,68	10	7,8	—	—
4	4,699	4	4,76	14	1,41	8	6,2	—	—
6	3,327	6	3,36	16	1,19	7	5,4	—	—
8	2,362	8	2,38	18	1,00	5	3,8	—	—
9	1,981	10	2,00	20	0,840	3	2,3	—	—
10	1,651	12	1,68	25	0,710	1	0,7	—	—
14	1,168	16	1,19	30	0,590	—	—	8	0,750
20	0,833	20	0,840	35	0,500	—	—	10	0,600
28	0,589	30	0,590	40	0,420	—	—	14	0,430
35	0,417	40	0,420	45	0,350	—	—	20	0,300
48	0,295	50	0,297	50	0,297	—	—	24	0,250
60	0,246	60	0,250	60	0,250	—	—	30	0,200
65	0,208	70	0,210	70	0,210	—	—	35	0,177
100	0,147	100	0,149	80	0,177	—	—	40	0,150
150	0,104	140	0,105	100	0,149	—	—	70	0,090
200	0,074	200	0,074	120	0,125	—	—	80	0,075
270	0,053	270	0,053	140	0,105	—	—	100	0,060
400	0,038	400	0,037	200	0,074	—	—	—	—

Tabella 1.4 Serie di setacci e crivelli

Il risultato di un'analisi granulometrica viene proposto usualmente con un grafico. Sull'asse delle ordinate sono indicate, in scala normale, le percentuali in peso del passante; sull'asse delle ascisse, in scala logaritmica, le dimensioni dei granuli (Fig. 1.2).



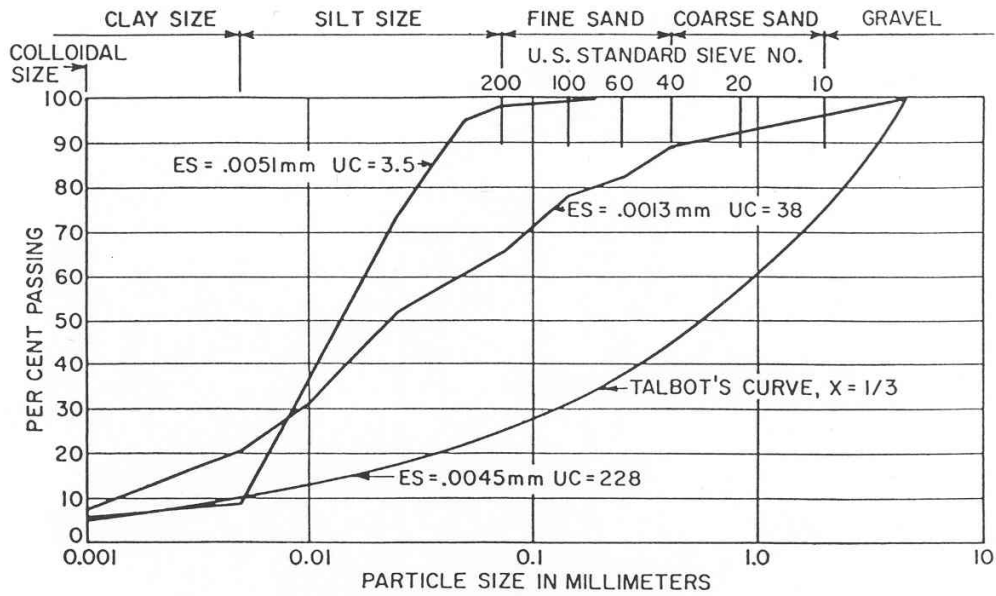


Figura 1.3 Curva granulometrica

La forma della curva dà indicazioni qualitative della composizione dei granuli in una terra.

Curve con forma molto pendente (discontinue) indicano una terra con granuli di dimensioni poco assortite (p.e. mono granulari). Una curva più estesa indica la presenza di granuli di diverse dimensioni. La curva ideale dal punto di vista della possibilità di ottenere la massima densità dopo l'addensamento è indicata dall'equazione:

$$p = \left(\frac{d}{D}\right)^z \times 100$$

dove:

D = diametro massimo dei granuli

d = diametro intermedio

P = percentuale in peso del passante al diametro d

z = coefficiente variabile tra 0,25 e 0,45 a seconda della forma dei granuli.

Tre indicatori sono associati alle analisi granulometriche ed esprimono delle caratteristiche di forma della curva.

Dimensione effettiva o efficace  $D_{10}$ . Essa è definita come la dimensione massima dei granuli che hanno una percentuale di passante inferiore al 10 %.

Coefficiente di uniformità. E' definito dal rapporto della dimensione massima dei granuli con percentuali inferiori al 60 % e la dimensione effettiva. Il coefficiente di uniformità misura la forma della curva granulometrica nell'intervallo  $D_{10}$  e  $D_{60}$ .

$$C_U = \frac{D_{60}}{D_{10}}$$

Coefficiente di curvatura. Il coefficiente di curvatura definito dall'espressione sottostante indica la forma della curva granulometrica nell'intervallo  $D_{10}$ ,  $D_{30}$  e  $D_{60}$ .

$$C_C = \frac{D_{30}^2}{D_{10} \times D_{60}}$$

Attraverso il coefficiente di uniformità e di curvatura la norma ISO introduce una classificazione della forma delle curve granulometriche riportata nella tabella 1.5

FORMA DELLA CURVA	Cu	Cc
Multi-graded	15	1 ÷ 3
Medium-graded	6 to 15	1
Even-graded	6	1
Gap-graded	Usually high	Any (usually 0,5)

*Tabella 1.5 Forma delle curve granulometriche*

Un'altra rappresentazione grafica della composizione granulometrica di una terra è quella triangolare basata sulle proprietà del triangolo equilatero. La composizione di una terra (tessitura), considerando esclusivamente le parti di sabbia, limo e argilla, viene rappresentata da un punto della superficie di un triangolo equilatero (Fig. 1.4).

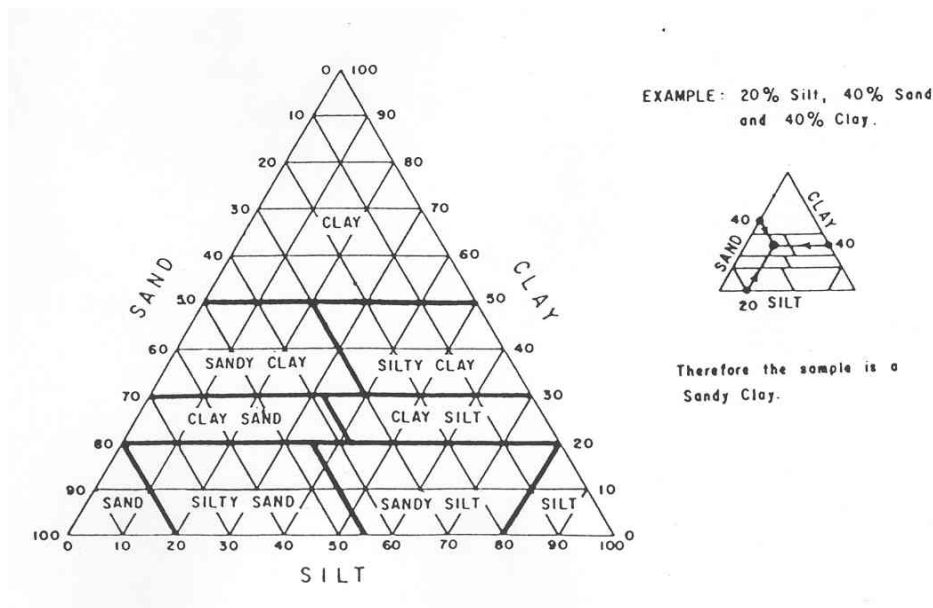


Figura 1.4 Diagramma triangolare per la classificazione delle terre fini

## 2.2 FORMA

Con riferimento alla forma dei grani (UNI EN 933-3), si possono riscontrare forme poliedriche, forme piatte o allungate (una o due dimensioni prevalgono sulle altre due o sulla terza). I granuli di forma poliedrica possono avere la superficie rotondeggiante o angolare (UNI EN 933-5). Generalmente una sabbia presenta un'elevata percentuale di grani poliedrici. Se la sabbia ha origine da una cava posta sul greto di un fiume, probabilmente i suoi granuli sono anche tondeggianti. Se essa proviene dalla frantumazione di rocce la forma dei granuli sarà sicuramente angolare. L'angolarità è una proprietà fisica che influenza significativamente la resistenza al taglio di una terra (aumento dell'angolo di attrito).

Un'altra proprietà fisica dei granuli più grossi, particolarmente significativa, dei manti di usura delle pavimentazioni stradali, è la tessitura della superficie del granulo. Si parla generalmente di superficie scabra o liscia (microtessitura degli inerti Cap. 5).

## 2.4 MODELLO FISICO E PROPRIETA' VOLUMETRICHE

Le terre sono dei materiali porosi. Un volume unitario di terra contiene una parte solida e una di vuoti che può essere parzialmente o totalmente riempita da un liquido. Lo schema di rappresentazione di un volume di terra comprende, quindi, tre fasi: la fase solida, la fase liquida (acqua) e la fase gassosa (aria). Nelle terre, tutti i vuoti sono connessi e comunicanti con l'esterno e possono, quindi, essere riempiti d'acqua (terre sature).

$$V = V_s + V_w + V_a = V_s + V_v \quad [\text{cm}^3]$$

$$M = M_s + M_w \quad [\text{g}]$$

Dove:

$V$  = volume totale della roccia

$V_s$  = volume della parte solida

$V_w$  = volume occupato dall'acqua

$V_a$  = volume riempito dall'aria

$V_v$  = volume occupato dai vuoti (vuoti totali)

$M$  = massa totale della roccia

$M_s$  = massa della parte solida

$M_w$  = massa dell'acqua.

Viene definita massa volumica naturale o apparente della terra

$$\rho = \frac{M}{V} \quad [\text{g/cm}^3]$$

La massa  $M$  della terra viene determinata pesando la terra con una bilancia di precisione. Il volume  $V$  si può determinare attraverso una pesata idrostatica.

Viene definita massa volumica del secco

$$\rho_d = \frac{M_s}{V} \quad [\text{g/cm}^3]$$

La massa della parte solida viene determinata con una pesata dopo aver provveduto all'essiccazione del campione.

Viene definita massa volumica della parte solida o reale

$$\rho_s = \frac{M_s}{V_s} \quad [\text{g/cm}^3]$$

Il volume della parte solida viene determinata con misure volumetriche con il picnometro. In questo caso sarà necessario eliminare completamente i vuoti mediante la disgregazione del campione in particelle molto fini.

Si definisce contenuto in acqua il rapporto:

$$w = \frac{M_w}{M_s} \times 100$$

#### 2.4.1 Porosità e indice dei vuoti

Si definisce porosità il rapporto tra il volume dei vuoti  $V_v$  e quello totale del campione. Spesso la porosità viene espressa in percentuale (percentuale dei vuoti).

$$n = \frac{V_v}{V}$$

Vale la seguente relazione

$$n = \frac{V_v}{V} = \frac{V - V_s}{V} = \left(1 - \frac{V_s}{V}\right) = \left(1 - \frac{\frac{M_s}{\rho_s}}{\frac{M_s}{\rho_d}}\right) = \frac{\rho_s - \rho_d}{\rho_s}$$

Spesso nella meccanica delle terre si usa l'indice dei vuoti  $e$  per quantificare i vuoti e per precisare la densità di una terra. Esso viene definito come il rapporto tra il volume dei vuoti e il volume della parte solida.

$$e = \frac{V_v}{V_s}$$

Esiste un legame tra le due quantità  $n$  ed  $e$ :

$$e = \frac{n}{1-n}$$

Viene definito inoltre grado di saturazione il rapporto espresso in percentuale tra il volume dell'acqua  $V_w$  e il volume totale dei vuoti  $V_v$ . Esso rappresenta la percentuale di vuoti riempiti d'acqua.

$$S = \frac{V_w}{V_v} \times 100$$

## 2.5 SUSCETTIVITA' ALL'ACQUA (LIMITI DI ATTERBERG)

L'acqua ha un ruolo fondamentale sulle caratteristiche fisiche e meccaniche di una terra. L'acqua può trovarsi sotto forma di acqua libera e acqua adsorbita (igroscopica). L'acqua libera può essere gravitazionale o capillare. La prima si inserisce nei pori della terra per azione diretta della gravità (pioggia, disgelo ecc.). La seconda risale dal basso verso l'alto in virtù delle tensioni superficiali che si manifestano tra le pareti dei pori e l'acqua. I fenomeni di capillarità sono molto importanti nelle costruzioni stradali specialmente per quanto riguarda le condizioni del sottofondo e dei piani d'appoggio dei rilevati. La risalita dell'acqua per capillarità nei terreni plastici ne riduce sensibilmente la portanza. Questo può favorire l'instabilità delle opere in terra o incrementare, nei sottofondi, le deformazioni permanenti per effetto dei carichi dinamici (ormaiamento delle pavimentazioni).

All'aumentare della percentuale d'acqua, la consistenza di una terra può variare entro estesi limiti. Si può passare dallo stato solido a quello semisolido, a quello plastico fino ad uno stato liquido. I limiti di Atterberg sono delle costanti fisiche convenzionali espressi in percentuale d'acqua che segnano il passaggio da uno stato all'altro.

Il limite di ritiro [LR] indica il passaggio tra lo stato solido e quello semisolido. Una riduzione della percentuale d'acqua rispetto al LR non provoca alcuna diminuzione di volume della terra. Un aumento della percentuale d'acqua provoca un aumento del volume della terra.

Il limite plastico [LP] segna il passaggio tra lo stato semisolido e quello plastico.

Il limite liquidi [LL] segna il passaggio dallo stato plastico a quello liquido.

Questi valori vengono determinati convenzionalmente con le prove ideate da Atterberg sulla frazione di una terra passante al setaccio n. 40 ASTM (0,42 mm). Sono gli elementi fini di una terra ad essere

sensibili all'acqua in quanto l'acqua adsorbita e la capillarità sono fenomeni fisici strettamente correlati alle dimensioni dei granuli.

L'indice di plasticità [IP] è la differenza fra il LL e LP. Misura l'intervallo entro il quale il terreno si trova allo stato plastico. Questo intervallo è massimo per le argille e minimo o nullo per i terreni sabbiosi e per le sabbie. Molto spesso nella caratterizzazione delle terre plastiche si fa riferimento ad un altro indicatore che è l'indice di liquidità IL così definito: è la differenza tra la percentuale d'acqua presente nella terra e il limite liquido espressa in percentuale dell'indice di plasticità.

$$I_L = \frac{w - LP}{IP}$$

La consistenza di una terra può essere valutata attraverso l'indice di consistenza definito dalla seguente espressione:

$$K = \frac{LL - w}{IP}$$

dove  $w$  è la percentuale d'acqua di una terra.

In funzione dell'indicatore di consistenza  $K$  la norma ISO 14688-2 classifica le terre fini (limi e argille) in cinque classi secondo quanto riportato nella tabella 1.6

Consistenza di limi e argille	Indice di consistenza
Very soft	< 0,25
Soft	0,25 ÷ 0,50
Firm	0,50 ÷ 0,75
Stiff	0,75 ÷ 1,00
Very stiff	> 1,00

Tabella 1.6 Classificazione della consistenza di una terra

### 3 PROPRIETA' MECCANICHE

#### 3.1 RESISTENZA DELLE TERRE

Tra le proprietà meccaniche di una terra quelle più importanti nella valutazione della stabilità delle opere realizzate in terra (rilevati stradali, scarpate delle trincee pendii ecc.), sono le caratteristiche di resistenza. In particolare per i terreni ha significato soprattutto la resistenza al taglio, cioè l'abilità di resistere alle sollecitazioni che tendono a causare scorrimenti su piani interni. La resistenza al taglio delle terre può essere espressa attraverso l'equazione empirica di Coulomb:

$$\tau = c + \sigma_n \times \tan \varphi$$

dove:

$\tau$  è la resistenza al taglio [MPa]

$c$  è la coesione [MPa]

$\sigma$  è la sollecitazione normale sul piano di scorrimento [MPa]

$\varphi$  è l'angolo di attrito

In relazione al diverso comportamento alla resistenza al taglio, le terre si distinguono in granulari e in quelle coesive.

I terreni granulari, come le sabbie, sono caratterizzati da una condizione di resistenza limite definita dall'equazione di una retta passante per l'origine nel piano di Mohr.

$$\tau = \sigma_n \times \tan \varphi \quad [\text{MPa}]$$

I terreni coesivi, come le argille, i limi argillosi, le argille sabbiose ecc., presentano una resistenza al taglio somma di due termini: la coesione e una quota proporzionale attraverso l'angolo di attrito alla sollecitazione normale. La resistenza è fortemente dipendente dalla percentuale d'acqua.

Per la classificazione delle terre fini la norma ISO 14688 propone la tabella 1.7 con i valori della resistenza al taglio non drenata.

<b>Resistenza al taglio non drenata</b>	<b>Cu [kPa]</b>
Estremamente bassa	< 10
molto bassa	10 ÷ 20
Bassa	20 ÷ 40
media	40 ÷ 75
alta	75 ÷ 150
molto alta	150 ÷ 300
Estremamente alta	> 300

*Tabella 1.7 Resistenza al taglio non drenata (ISO 14688)*

### 3.2 COMPRESSIBILITÀ DELLE TERRE

Ogni terra per la sua stessa costituzione granulare, per la presenza dei vuoti parzialmente o totalmente riempiti d'acqua, è compressibile, cioè sottoposta a dei carichi riduce nel tempo il proprio volume. Per valutare la compressibilità di una terra si ricorre alle prove edometriche in laboratorio. La compressibilità dipende dalla riduzione dei vuoti per assestamento delle particelle solide e dalla lenta eliminazione dell'acqua contenuta nei pori. L'esito delle prove edometriche viene esplicitato in una curva di compressibilità indice dei vuoti e in funzione della pressione esercitata.



$$e = e_o - C \log \frac{p}{p_o}$$

dove:

e      è l'indice dei vuoti

e<sub>o</sub>    è l'indice dei vuoti iniziale

p      è la pressione applicata

C      è l'indice di compressibilità

$$C = \frac{\Delta e}{\Delta \log p}$$

## 4 CLASSIFICAZIONE DELLE TERRE PER USI STRADALI

### 4.1 CLASSIFICAZIONE UNI 11531-1 (ex CNR-UNI 10006)

La classificazione delle terre si esegue secondo i principi generali indicati nella UNI EN ISO 14688, considerando la distribuzione granulometrica, la plasticità, il contenuto di organico e la genesi del materiale, indipendentemente dal contenuto d'acqua e dall'entità dell'addensamento.

Sono previsti 8 gruppi fondamentali di appartenenza come e si indicano con la lettera A e con un indice numerico da 1 a 8 (tabella 1.8).

Ai primi tre gruppi (A1, A2, A3) appartengono le terre ghiaio-sabbiose, caratterizzate da un passante allo staccio 0,063 UNI non maggiore del 35 %.

Ai secondi 4 gruppi (A4, A5, A6, A7) appartengono le terre limo-argillose le quali invece hanno un passante allo staccio 0,063 UNI maggiore di 35 %.

Al gruppo A8 appartengono le torbe e le terre organiche palustri, facilmente riconoscibili per la loro struttura fibrosa e l'odore caratteristico.

Alcuni gruppi si suddividono a loro volta in sottogruppi individuati dall'aggiunta di un secondo indice costituito da una lettera o da un numero.

E' opportuno, inoltre, per le terre contenenti argilla, far seguire un numero fra parentesi che rappresenta l'indice di gruppo (variabile tra 0 e 20) ad esempio A7-6 (12). Le terre di qualità portanti migliori hanno un indice di gruppo più basso. L'individuazione del gruppo e del sottogruppo di appartenenza di una terra viene effettuata mediante semplici prove consistenti in un'analisi granulometrica eseguita agli stacci 2 UNI, 0,4 UNI e 0,063 UNI e nella determinazione del limite Liquido LL e dell'indice di Plasticità IP.

L'individuazione del gruppo di appartenenza di una terra ne consente la stima di alcune importanti caratteristiche funzionali come la qualità portante, la sensibilità al gelo, il ritiro e rigonfiamento e la permeabilità. La conoscenza di queste proprietà sono indispensabili per valutare l'idoneità della terra per gli usi richiesti.

Classificazione Generale	Terre ghiaio-sabbiose							Terre limo-argillose				Torbe e terre organiche palustri	
	Frazione passante allo staccio 0,063 UNI 2332 ≤ 35%							Frazione passante allo staccio 0,063 UNI 2332 > 35%					
Gruppo	A1		A3	A2				A4	A5	A6	A7		A8
Sottogruppo	A 1-a	A 1-b		A 2-4	A 2-5	A 2-6	A 2-7				A 7-5	A 7-6	
Analisi granulometrica													
2 UNI 2332 %	≤ 50	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,4 UNI 2332 %	≤ 30	≤ 50	> 50	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,063 UNI 2332 %	≤ 15	≤ 25	≤ 10	≤ 35	≤ 35	≤ 35	≤ 35	> 35	> 35	> 35	> 35	> 35	> 35
Caratteristiche della frazione passante allo staccio 0,4 UNI Limite liquido	-	-		≤ 40	> 40	≤ 40	> 40	≤ 40	> 40	≤ 40	> 40	> 40	> 40
Indice di plasticità	≤ 6	≤ 6	NP	≤ 10 max	≤ 10	> 10	> 10	≤ 10	≤ 10	> 10	> 10 (P≤LL-30)	> 10 (P>LL-30)	> 10
Indice di gruppo	0		0	0			≤ 4	≤ 8	≤ 12	≤ 16	≤ 20		

Tabella 1.8 Classificazione UNI 11531-1

L'indice di gruppo IG che esprime la qualità della terra si determina con la seguente espressione:

$$I_G = 0,2 \times a + 0,005 \times a \times c + 0,01 \times b \times d$$

dove:

- a è la percentuale di passante allo staccio 0,063 UNI meno 35. Se tale percentuale è maggiore di 75, vale sempre 75. Se tale percentuale è minore di 35, sarà sempre 35 (a minimo 0, a massimo 40).
- b è la percentuale di passante allo staccio 0,063 UNI meno 15. Con valori massimo e minimo pari a 40 e 0
- c è il valore del limite liquido meno 40. Con valori, massimo e minimo, pari a 20 e 0.
- d è il valore dell'indice di plasticità meno 10. Valore massimo 20, minimo 0.

## 4.2. CLASSIFICAZIONE DELLE TERRE PER USI AEROPORTUALI

La Federal Aviation Administration (FAA), nel documento Airport Pavement Design and Evaluation, indica, come metodo per la classificazione delle terre per usi aeroportuali, quello proposto dalla norma ASTM D-2487, comunemente chiamato “Unified Soil Classification System (UCS).

Una prima suddivisione tra i materiali granulari, quelli fini e quelli con elevato contenuto di materiale organico, è fatta in relazione alla quantità di trattenuto al setaccio 200 ASTM. Le terre fini sono a loro volta classificate in funzione del limite liquido (LL) e dell'indice di plasticità (IP). I gruppi sono individuati da due lettere che sono le iniziali di una sintetica descrizione (Es. GW Well-graded gravels o CL inorganic clay of low plasticity).

Precedentemente veniva impiegata una classificazione simile alla classifica UNI 11531-1 (Tab. 1.9). La classificazione riportata nelle tabelle sottostanti prevedeva quattro gruppi di terre granulari (E-1 - E-4) e otto gruppi di terre fini (E-5 - E-12), oltre alle terre ad elevato contenuto di materiale organico (E-13).

Soil group	Mechanical analysis				Liquid limit	Plasticity Index	
	Material retained on No. 10 sieve (Percentage)*	Material finer than No. 10 sieve (Percentage)					
		Coarse sand, passing No. 10, retained on No. 40	Fine sand, passing No. 40, retained on No. 200	Combined silt and clay, passing No. 200			
Granular	E-1	0-45	40+	60-	15-	25-	6-
	E-2	0-45	15+	85-	25-	25-	6-
	E-3	0-45			25-	25-	6-
	E-4	0-45			35-	35-	10-
Fine grained	E-5	0-55			45-	40-	15-
	E-6	0-55			45+	40-	10-
	E-7	0-55			45+	50-	10-30
	E-8	0-55			45+	60-	15-40
	E-9	0-55			45+	40+	30-
	E-10	0-55			45+	70-	20-50
	E-11	0-55			45+	80-	30+
	E-12	0-55			45+	80+	-
	E-13	Muck and peat - field examination					

\* If percentage of material retained on the No. 10 sieve exceeds that shown, the classification may be raised, provided such material is sound and fairly well graded.

Tabella 1.9 Classificazione delle terre per la costruzione di aeroporti (FAA)

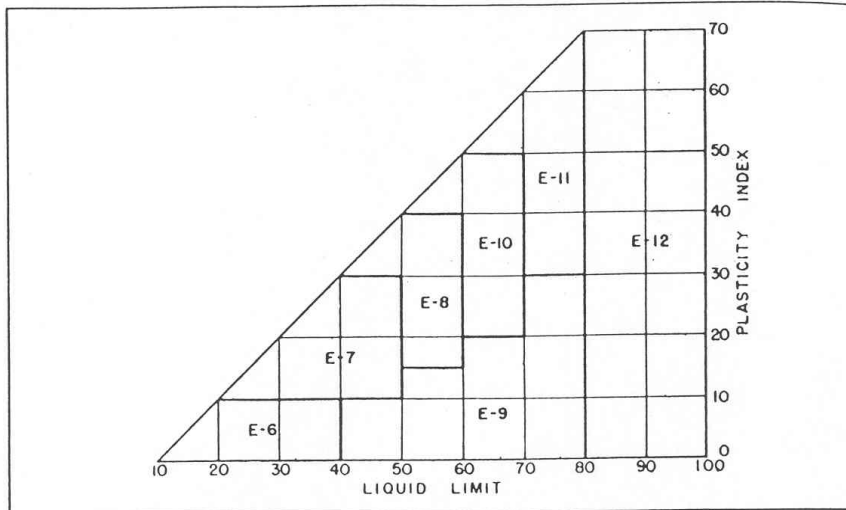


Figura 1.5 Classificazione delle particelle fini

Soil Group	Subgrade Class		
	Good Drainage	Poor Drainage	
	No Frost or Frost	No Frost	Frost
E-1	Fa	Fa	F1
E-2	Fa	F1	F2
E-3	F1	F2	F3
E-4	F1	F2	F4
E-5		F3	F5
E-6		F4	F6
E-7		F5	F7
E-8		F6	F8
E-9		F7	F9
E-10		F8	F10
E-11		F9	F10
E-12		F10	F10
E-13	Not suitable for subgrade		

Tabella 1.10 Classificazione delle terre di sottofondo per le pavimentazioni aeroportuali

#### 4.3. PRINCIPI DELLA CLASSIFICAZIONE SECONDO LA NORMA ISO 14688-2

Come già visto nelle classifiche precedenti, l'approccio più comune per classificare una terra è di individuare la terra in funzione delle dimensioni ed assortimento dei granuli della frazione più grossa e in relazione ai valori di plasticità della componente più fine.

La norma ISO 14688-2, nell'annesso A, propone la tabella 1.11 per la classificazione delle terre, sintesi dei principi di base dell'identificazione dei terreni per usi dell'ingegneria civile.

Criterion	Soil group	Quantification	Denomination into groups of similar properties		Further subdivision as appropriate by	
Wet soil does not stick together	very coarse	most particles > 200 mm	Bo	xBo	Requires special consideration	
		most particles > 63 mm	Co	boCo, coBo saCo, grCo, sagrCo		
	coarse	most particles > 2 mm	Gr	coGr	cosaGr	Particle size (grading) Shape of grading curve Relative density Permeability
		most particles > 0,063 mm	Sa	siGr, clGr, orSa	sasiGr, grsiSa siSa, clSa, saclGr	
Wet soils sticks together	fine	low plasticity dilatant	Si	saSi	sagrSi, saclSi	Plasticity Water content Strength, sensitivity Compressibility, stiffness (Clay mineralogy)
		plastic non-dilatant	Cl	clSi, siCl, orSi, orCl	sagrCl	
Dark colour, low density	organic		Or	saOr, siOr	clOr	Requires special consideration
Not naturally	Made ground	deposited	Mg	xMg	Man-made material	Requires special consideration
					Relaid natural materials	As for natural soils
<b>Key to symbols</b>						
Soil	<i>Principal</i>	<i>Secondary or tertiary component</i>			Cases requiring special consideration should be classified according to national or project requirements	
Boulders	Bo	bo				
Cobbles	Co	co				
Gravel	Gr	gr	Gr(gr) and Sa(sa) can be subdivided into fine F(f), medium M(m) or coarse C(c)			
Sand	Sa	sa				
Silt	Si	si				
Clay	Cl	cl				
Organic	Or	or				
Made ground	Mg	-				
		x	any combination of components			

Tabella 1.11 Principi della classificazione dei terreni secondo la norma ISO 14688-2

La stessa normativa ISO 14688-2 propone come valori di riferimento per la suddivisione delle terre, sulla base del contenuto delle varie frazioni, quelli indicati nella tabella 1.12.

FRAZIONI	Contenuto frazione		Denominazione del terreno	
	$\leq 63 \text{ mm}$	$\leq 0,063 \text{ mm}$		
Ghiaia	20 ÷ 40 > 40		ghiaioso	ghiaia
Sabbia	20 ÷ 40 > 40		sabbioso	sabbia
Limo e argilla Terreni fini	5 ÷ 15  15 ÷ 40  > 40	< 20 ≥ 20  < 20 ≥ 20  < 10 10 ÷ 20 20 ÷ 40 > 40	Legg. Limoso Legg. Argilloso  Limoso Argilloso  Argilloso limoso	Limo    Limo Argilla argilla

*Tabella 1.12 Classificazione secondo la norma ISO 14688-2*

#### 4.4. CORRELAZIONI TRA ALCUNE CLASSIFICHE E INDICI DI PORTANZA

Nella figura 1.6 sono riportate le corrispondenze tra i diversi gruppi di appartenenza di una classi di terra, secondo le classificazioni tecniche più diffuse in campo stradale. Inoltre nella stessa figura sono indicate le corrispondenze con alcuni indicatori di portanza delle che saranno definiti nel capitolo 3.

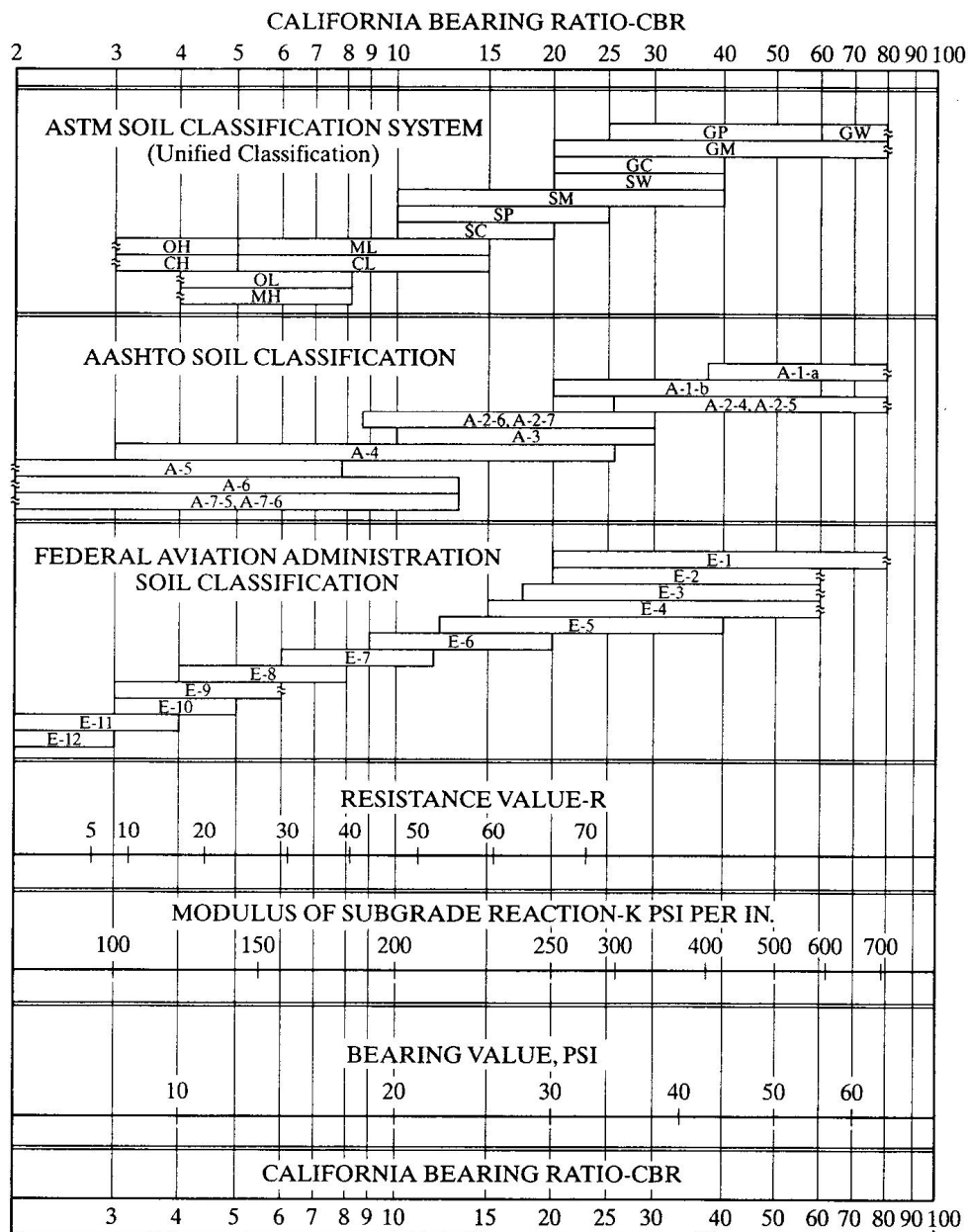


Figura 1.6 Corrispondenza tra classifiche e indicatori di portanza delle terre

# ESERCIZI CAPITOLO 1

## ESERCIZIO 1

Indicare il gruppo di appartenenza delle seguenti terre, secondo le classifiche *UNI 11531-1*. Calcolare l'indice di gruppo. Descrivere in dettaglio le loro proprietà e le possibili applicazioni come terreni per la realizzazione di rilevati, di sottofondi o di strati di fondazione per le pavimentazioni flessibili. Indicare anche le caratteristiche di questi terreni, in relazione all'addensamento.

Tests	Terra 1	Terra 2	Terra 3	Terra 4	Terra 5
L.L.	35	29		17	
L.P.	20	25	NP	NP	NP
<b>Analisi granulometrica - Peso del trattenuto [g]</b>					
<b>Quantità presa in esame [g]</b>					
Setacci	1200	1500	1500	2000	10000
1 in				-	-
¾ in				140	1200
½ in				340	3500
3/8 in				200	2500
¼ in				260	2700
10	-	-	-	400	50
20	24	45	75	200	
40	24	30	60	200	
60	36	15	645	80	
100	60	45	360	40	
200	36	50	354	20	
0,05 mm	96	135			
0,005 mm	648	945			
0,002 mm	244	85			

## ESERCIZIO 2

La densità del secco di un campione di terra di una fondazione stradale dopo l'addensamento in sito è di  $2,22 \text{ g/cm}^3$ . La massa volumica della parte solida è di  $2,70 \text{ g/cm}^3$ .

Determinare la percentuale d'acqua, del campione saturo e del campione con una percentuale di vuoti d'aria pari al 3 %.

Tracciare sul piano densità del secco – percentuale d'acqua, le curve a vuoti d'aria costanti pari a 0 e 3 %.



### **ESERCIZIO 3**

Un campione di terra ha una massa volumica della parte solida di  $2,74 \text{ g/cm}^3$  e un contenuto d'acqua del 10 % quando esso è completamente saturo. Calcolare la percentuale dei vuoti e la densità del secco. Calcolare la percentuale di vuoti d'aria quando le percentuali di umidità sono il 3 % e il 5 %.

### **ESERCIZIO 4**

Una terra granulare ben assortita (ghiaia e sabbia limosa A1-a), dopo il prelievo da una cava viene depositata in cumuli. La sua densità apparente media è di  $1,450 \text{ g/cm}^3$ . L'umidità è del 4 %. Calcolare la percentuale di addensamento, rispetto il valore di densità del materiale sciolto, per raggiungere il valore prescritto dal Capitolato per la realizzazione della fondazione di una sovrastruttura flessibile di una strada extraurbana. Il valore della densità massima del secco con la prova AASHO mod. è di  $2,176 \text{ g/cm}^3$

### **ESERCIZIO 5**

Calcolare la massa volumica della frazione fine e di quella grossa di un inerte per la realizzazione di uno strato in conglomerato bituminoso. I dati della prova con il picnometro sono riportati nella tabella seguente.

Prova	<b>P<sub>1</sub></b>	<b>P<sub>2</sub></b>	<b>P<sub>3</sub></b>	<b>P<sub>4</sub></b>
	[g]	[g]	[g]	[g]
Fine	185,98	794,32	306,13	870,30
Grossa	185,98	794,32	371,13	910,13

P<sub>1</sub> = peso picnometro

P<sub>2</sub> = peso picnometro più acqua distillata a 25 C°

P<sub>3</sub> = Peso picnometro più aggregato

P<sub>4</sub> = peso picnometro più aggregato più acqua

## **ESERCIZIO 6**

Nella tabella sono riportate le caratteristiche fisiche dei campioni di terra prelevati a diverse profondità e le pendenze trasversali del terreno nei punti dove saranno realizzati dei rilevati con altezza media superiore ai 4 m. Classificare le terre e individuare gli interventi per la realizzazione dei piani di appoggio dei rilevati.

<b>Dati</b>	<b>Terra 1</b>	<b>Terra 2</b>	<b>Terra 3</b>	<b>Terra 4</b>	<b>Terra 5</b>	<b>Terra 6</b>
N.10	35	98,8	98,9	100	100	99,9
N. 40	21,1	60,8	83,8	100	99,9	99,8
N.200	12	1,9	16,1	25	96,8	99,7
LL			42		30,50	41,6
LP	NP	NP	34	NP	22,50	26,2
Z [m]	0 ÷ 10	0 ÷ 10	3 ÷ 5	0 ÷ 3	0 ÷ 10	0 ÷ 5
P [%]	18	5	12	3	0	5

## **ESERCIZIO 7**

Verificare la qualità delle terre per la realizzazione di rilevati, provenienti dalle zone in cui il progetto prevede lo sviluppo di solidi stradali in trincea e da alcuni siti dove il committente ha individuato possibili cave di prestito. I dati delle prove fisiche sui campioni prelevati in sito sono indicati nella tabella.

<b>Dati</b>	<b>Terra 1</b>	<b>Terra 2</b>	<b>Terra 3</b>	<b>Terra 4</b>	<b>Terra 5</b>	<b>Terra 6</b>
N.10	43,4	81,2	9,5	100	100	100
N. 40	21,1	29,1	7,4	100	77,8	99,9
N.200	3,9	2,4	2,7	25	13,2	96,8
LL						30,50
LP	NP	NP	NP	NP	NP	21,50

## ESERCIZIO 8

Per le terre appartenenti ai gruppi A<sub>1-a</sub> e A<sub>2-4</sub> individuare, attraverso una prova di addensamento, la massima densità del secco e la corrispondente percentuale d'acqua ottima, con l'obiettivo di valutare il livello minimo di addensamento necessario per la realizzazione del rilevato e dello strato di sottofondo di una sovrastruttura stradale. Nel piano cartesiano, densità del secco in funzione della percentuale d'acqua, si tracci, anche le curve a grado di saturazione costante.

I dati delle prove di addensamento sono riportati nelle seguenti tabelle. Inoltre la densità della parte solida della terra A<sub>1a</sub> è di 2,72 g/cm<sup>3</sup>, mentre quella del campione A<sub>2-4</sub> è di 2,68 g/cm<sup>3</sup>:

	<b>A1-a</b>				
	<b>Prova 1</b>	<b>Prova 2</b>	<b>Prova 3</b>	<b>Prova 4</b>	<b>Prova 5</b>
P Fustella [g]	6575	6575	6575	6575	6575
V Fustella [cm <sup>3</sup> ]	2122,23	2122,24	2122,25	2122,26	2122,27
P Fust.+P terra umida [g]	11165,75	11534,7	11668,6	11593,4	11364,5
P terra umida [g]	4590,75	4959,74	5093,61	5018,44	4789,45
P Terra secca [g]	4477,91	4732,57	4796,24	4690,13	4414,24
Peso H <sub>2</sub> O [g]					
ω [%]					
ρ <sub>d</sub> [g/cm <sup>3</sup> ]					

	<b>A2-4</b>				
	<b>Prova 1</b>	<b>Prova 2</b>	<b>Prova 3</b>	<b>Prova 4</b>	<b>Prova 5</b>
P Fustella [g]	6575	6575	6575	6575	6575
V Fustella [cm <sup>3</sup> ]	2122,23	2122,24	2122,25	2122,26	2122,27
P Fust.+P terra umida [g]	10588,99	10781,6	11103,2	11116,2	10897,98
P terra umida [g]	4013,99	4206,6	4528,2	4541,18	4322,98

P Terra secca [g]	3713,90	3820,01	4032,24	3989,79	3713,90
Peso H2O [g]					
$\omega$ [%]					
$\rho_d$ [g/cm <sup>3</sup> ]					

### **ESERCIZIO 9**

L'analisi granulometrica di una terra ha fornito i valori dei pesi trattenuti riportati nella tabella. Verificarne l'idoneità per la realizzazione della fondazione di una pavimentazione stradale di tipo flessibile. Tracciare la curva granulometrica, controllare se essa è contenuta nel fuso previsto dalla norma CNR 1006, e comparare la curva ottenuta con quella prevista per il massimo addensamento.

Dimensione granuli		TIPO A 5 passante	Peso trattenuto [g]	Quantità presa in esame
CRIVELLI	71	100	<b>0</b>	Q = 10350 g (umida) Q=10000 g (secca)
	30	70 ÷ 100	<b>1100</b>	
	15	-	<b>2000</b>	
	10	30 ÷ 70	<b>1112</b>	
	5	23 ÷ 55	<b>1120</b>	
SETACCI	2	15 ÷ 40	<b>1569</b>	
	0,4	8 ÷ 25	<b>1642</b>	
	0,075	2 ÷ 15	<b>711</b>	

# CAPITOLO 2

## ADDENSAMENTO DELLE TERRE

### 1. INTRODUZIONE

Molti lavori nel campo dell'ingegneria civile come la costruzione di rilevati, la realizzazione di opere di riempimento e livellamento, la preparazione dei piani di appoggio dei solidi stradali, la realizzazione del sottofondo delle pavimentazioni e la preparazione degli strati non legati delle pavimentazioni, richiedono specifici trattamenti ai materiali impiegati. La messa in opera di questi materiali, per ottenere proprietà meccaniche della struttura che si vuole realizzare, adeguate ai carichi dinamici di esercizio, deve comprendere anche l'addensamento. L'addensamento di una terra è un processo attraverso il quale le particelle solide della terra vengono avvicinate, riducendo i vuoti e di conseguenza incrementando la massa volumica del secco. Questo processo non deve essere confuso con il processo di consolidazione di una terra dove l'acqua viene allontanata con l'azione di un carico statico e costante nel tempo.

Addensando una terra si ottengono diversi risultati, ugualmente importanti:

1. L'incremento della massa volumica del secco limita i cedimenti permanenti e riduce la deformabilità elastica.
2. La diminuzione dei vuoti riduce la permeabilità di una terra.
3. L'addensamento migliora la resistenza meccanica di una terra.
4. L'addensamento incrementa la capacità portante di un terreno.

Per controllare il grado di addensamento di una terra si ricorre alla misura della massa volumica del secco che è definita: la massa delle parti solide, contenuta nell'unità di volume apparente. Essa è direttamente correlata con il volume dei vuoti presenti in una terra.

$$\rho_d = \frac{M_s}{V} = \frac{M_s}{V_s + V_v}$$

L'efficacia di un processo di addensamento, valutata attraverso la misura della densità del secco, dipende da molte variabili, tutte importanti. Esse sono:

- La qualità del terreno (Gruppo di appartenenza)
- La forma, le dimensioni, l'assortimento dei granuli.
- La modalità di addensamento (Statica, dinamica, vibrante, mista ecc.)
- L'energia di addensamento. Essa è definita come il lavoro compiuto con i mezzi meccanici per unità di volume di terra.
- L'altezza dello strato di terreno da addensare.
- La percentuale d'acqua della terra.

Tra tutti questi elementi, in laboratorio ne verranno isolati due, il contenuto d'acqua e l'energia di compattazione.

Nella tabella 2.1 sono indicate le densità massime e minime e le relative percentuali dei vuoti di alcune terre. La densità minima corrisponde allo stato di materiale sciolto depositato dopo uno scavo. Quella massima, dello stesso materiale, potrebbe corrispondere alla densità in banco prima dello scavo e potrebbe anche superare la massima teorica ottenuta dalle prove in laboratorio con le energie usuali (Proctor o AASHO mod.).

TIPI DI TERRA		Porosità [%]		Densità [Kg/m <sup>3</sup> ]	
		max	min	max	min
Terre granulari Uniformi	Sfere uguali	47,6	26		
	Sabbia standard Ottawa	44,0	33,0	1762	1474
	Sabbia uniforme fine o edia	50,0	29,0	1890	1330
	Limo uniforma	52,0	29,0	1890	1280
Terre granulari ben assortite	Sabbia limosa	47,0	23,0	2035	1394
	Sabbia da fine a grossa	49,0	17,0	2210	1362
	Ghiaia e sabbia limosa	46,0	12,0	2240	1426
Miscele di terre	Argilla sabbiosa o limosa	64,0	20,0	2162	961
	Argilla limosa con ghiaia	50,0	17,0	2243	1346
	Ghiaia ben assortita con sabbia limo e argilla	41,0	11,0	2371	1602
Terre argillose	argilla	71,0	33,0	1794	801
	Argille colloidali	92,0	37,0	1698	308
Terre organiche	Limi organici	75,0	35	1762	641
	Argille organiche	81	41	1600	480

*Tabella 2.1. Valori di riferimento della porosità e densità delle terre*

## 2. PROCESSO DI ADDENSAMENTO

Il primo test per individuare le caratteristiche delle terre ai fini della compattazione fu introdotto da R.R. Proctor, negli Stati Uniti nel 1933. I dati venivano utilizzati per la costruzione di dighe in terra. Egli, impiegando per l'addensamento delle terre fustelle cilindriche di metallo e un pestello a caduta, individuò l'influenza della percentuale d'acqua sulla densità del secco a energia di addensamento costante. Aumentando la percentuale di umidità e superando il limite di spessore di adsorbimento, l'acqua esercita una azione lubrificante tra i granuli facilitando l'avvicinamento e quindi favorendo un maggiore addensamento. Aumentando ancora la percentuale d'acqua i vuoti tra le particelle si riempiono sino a completa saturazione. In funzione della percentuale d'acqua presente nel processo di addensamento di una terra, si possono distinguere quattro fasi: una fase di idratazione per cui le particelle, per l'azione contrastante dell'acqua adsorbita, stentano ad avvicinarsi sotto l'azione dei carichi esterni; una fase di lubrificazione durante la quale l'acqua presente facilita i movimenti relativi della particelle portando così alla massima densità; una fase di rigonfiamento in cui la maggiore presenza d'acqua provoca una riduzione della densità e infine una fase di saturazione durante la quale il processo di riduzione della densità continua (Fig. 2.1). Tutto ciò si esplicita nella curva di addensamento che ha una forma a campana con un massimo in corrispondenza del quale si individua la percentuale d'acqua ottima (Fig. 2.2).

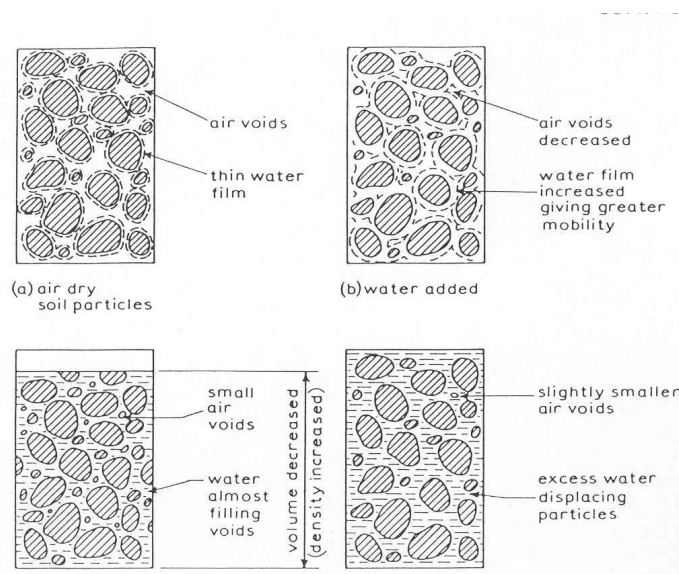
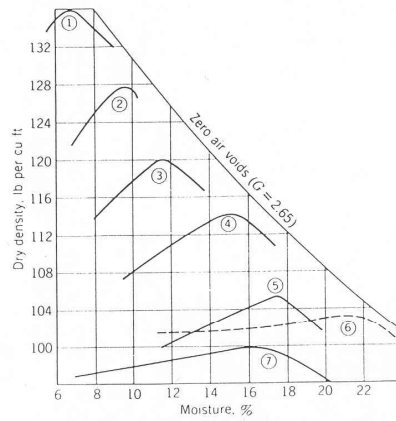


Figura 2.1 Rappresentazione delle fasi di addensamento di una terra



Number	Description	Soil texture and plasticity data				
		Sand (%)	Silt (%)	Clay (%)	LI	PI
1	Well-graded loamy sand	88	10	2	16	NP
2	Well-graded sandy loam	72	15	13	16	0
3	Medium-graded sandy loam	73	9	18	22	4
4	Lean sandy silty clay	32	33	35	28	9
5	Loessial silt	5	85	10	26	2
6	Heavy clay	6	22	72	67	40
7	Very poorly graded sand	94		6	NP	NP

Figura 2.2 Curve di addensamento (AASHTO St.)

## 2.1. LINEE CON VUOTI D'ARIA E GRADO DI SATURAZIONE COSTANTI

I grafici di addensamento di una terra sono contenuti nell'area del primo quadrante delimitata dagli assi cartesiani, dalla curva con percentuale di vuoti d'aria uguale a zero che interseca l'asse della densità del secco nel valore di densità corrispondente a quella della parte solida. Questa linea e quelle simili a percentuali di vuoti d'aria crescenti si possono tracciare solo se è nota la massa volumica della parte solida.

Considerando l'espressione della massa volumica del secco:

$$\rho_d = \frac{M_s}{V} = \frac{M_s}{V_s + V_v}$$

Ricordando alcune definizioni

$$n = v_v = \frac{V_v}{V} \times 100$$



$$v_a = \frac{V_a}{V} \times 100$$

si ottiene

$$\frac{v_a}{100} \times V = \frac{v_a}{100} \times (V_S + V_W + V_a) = V_a$$

$$\frac{v_a}{100} \times (V_S + V_W) = V_a \times \left(1 - \frac{v_a}{100}\right)$$

$$V_a = \frac{\frac{v_a}{100} \times (V_S + V_W)}{1 - \frac{v_a}{100}}$$

Sostituendo nell'espressione della massa volumica del secco il volume d'aria  $V_a$  si ottiene:

$$\rho_d = \frac{M_S}{V} = \frac{M_S}{V_S + V_V} = \frac{\rho_S \times V_S}{\frac{100}{v_a} \times V_a} = \frac{\rho_S \times V_S}{\frac{100}{v_a} \times \frac{v_a}{100} \times (V_S + V_W)} = \frac{\rho_S \times V_S \times \left(1 - \frac{v_a}{100}\right)}{(V_S + V_W)}$$

$$\rho_d = \frac{1 - \frac{v_a}{100}}{\frac{1}{\rho_S} + \frac{V_W}{\rho_S \times V_S}} = \frac{1 - \frac{v_a}{100}}{\frac{1}{\rho_S} + \frac{w}{100}}$$

Questa è l'equazione di un'iperbole che rappresenta le linee a percentuale di vuoti d'aria costante (fig. 2.3 e fig. 2.4).

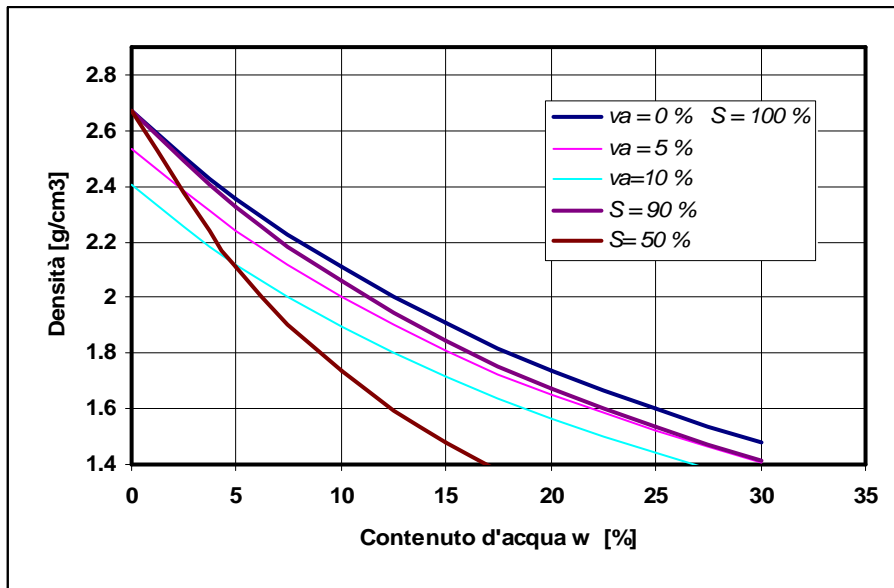


Figura 2.3 Curve con vuoti d'aria e saturazione costanti

Volendo rappresentare sullo stesso piano anche le linee a grado di saturazione costante si deve operare come segue (Fig. 2.3).

$$S = \frac{V_w}{V_v} \times 100 = \frac{V_w}{V - V_s} \times 100$$

$$S = \frac{\frac{V_w}{M_s} \cdot 100}{\frac{V}{M_s} - \frac{V_s}{M_s}} = \frac{w}{\frac{1}{\rho_d} - \frac{1}{\rho_s}}$$

da cui si ricava

$$\frac{1}{\rho_d} = \frac{1}{\rho_s} + \frac{w}{S}$$

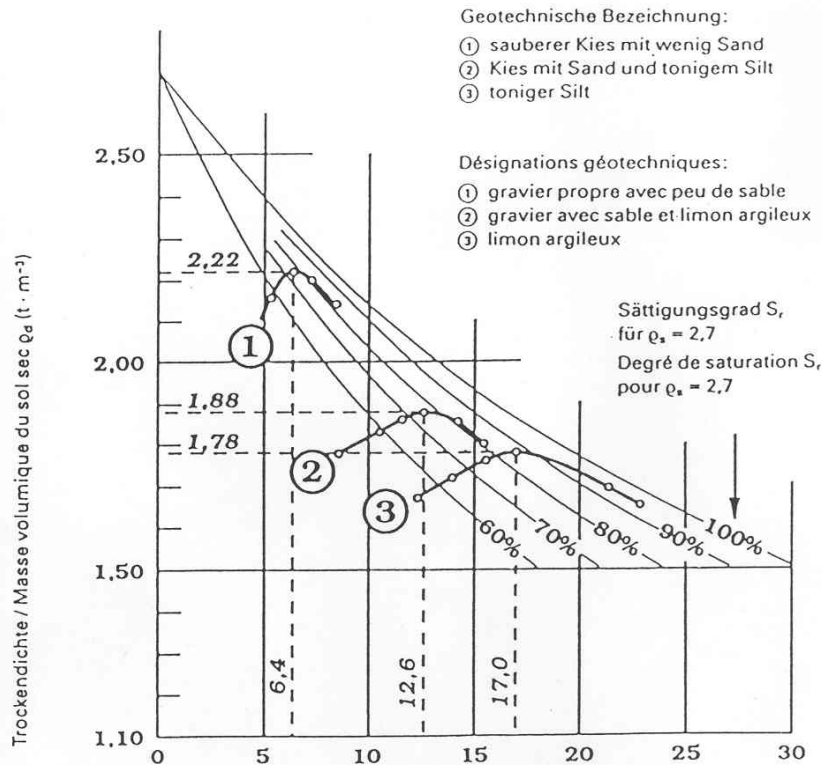


Figura 2.4 Curve di addensamento e linee a saturazione costante

## 2.2 CARATTERISTICHE DELLA PROVA PROCTOR

A seconda della dimensione massima dei granuli di una terra, i contenitori cilindrici, entro i quali si pone la terra, preliminarmente umidificata, hanno due dimensioni diverse (fustella piccola e fustella grande). Il pestello di dimensione e forma stabilite dalle norme viene fatto cadere automaticamente da una altezza fissata. L'energia di addensamento totale è data dall'energia di caduta del pestello per effetto della gravità moltiplicata per il numero delle cadute  $N_c$  e per il numero degli strati di terra  $N_s$ .

$$E_T = m \times g \times h \times N_c \times N_s$$

Nella tabella 2.2 sono riportate le caratteristiche tecniche dell'attrezzatura e le modalità delle prove normalizzate dall'AASHTO. Le prove sono denominate comunemente Standard e Modificata. Nella prova Modificata, l'energia di addensamento è quasi cinque volte superiore a quella standard. Tale

energia di addensamento è stata introdotta nei tests di prova in un secondo tempo, in relazione all'evoluzione tecnica che le macchine di compattazione hanno subito nel tempo.

Caratteristiche	AASHO		AASHO	
	Fustella piccola		Fustella grande	
	Standard	Modificato	Standard	Modificato
Diametro fustella [mm]	101,6	101,6	152,4	152,4
Altezza provino [mm]	116,4	116,4	116,4	116,4
Volume provino [cm <sup>3</sup> ]	943,21	943,21	2122,23	2122,23
Peso pestello [Kg]	2,49	4,53	2,49	4,53
Numero strati	3	5	3	5
Numero colpi	25	55	25	55
Altezza caduta [cm]	30,48	45,72	30,48	45,72
Energia [MJ m <sup>-3</sup> ]	0,6	2,7	0,6	2,7

*Tabella 2.2 Caratteristiche delle prove di addensamento*

### 2.3 ADDENSAMENTO IN CANTIERE E CONTROLLO DELLA DENSITA'

Nella costruzione di un'opera in terra, sia questa un rilevato stradale, una diga, un riempimento ecc., occorre che il terreno raggiunga, già nella fase di realizzazione, una densità tale che in seguito, sotto l'azione dei carichi di esercizio, non si verifichino ulteriori assestamenti e quindi cedimenti che possano compromettere la stabilità dell'opera stessa e di eventuali strutture realizzate sull'opera stessa (per esempio le sovrastrutture stradali nel caso dei rilevati). Inoltre bisogna evitare anche una compattazione eccessiva che in presenza d'acqua potrebbe provocare dei rigonfiamenti altrettanto dannosi. Questo fenomeno non è da temere nei materiali granulari incoerenti (sabbie o ghiaie), mentre può verificarsi nei terreni con presenza notevole di materiali fini limi o argille.

La limitazione delle deformazioni irreversibili (plastiche) dei rilevati stradali sotto l'azione del peso proprio, dei sovraccarichi di esercizio e delle condizioni ambientali (azione dell'acqua), è una condizione indispensabile per assicurare la regolarità del piano stradale e la durata della sovrastruttura. Con un accurato addensamento iniziale è possibile realizzare rilevati stabili nel tempo evitando quel progressivo assestamento che un tempo rappresentava l'inconveniente più grave nelle costruzioni in terra.

Se  $d_i$  è la densità del secco del terreno dopo ultimato il rilevato (iniziale) e  $d_f$  è la sua densità finale, dopo un certo periodo di tempo, il cedimento lineare del rilevato si può valutare con la seguente espressione, ipotizzando una riduzione omotetica del volume:

$$C = 1 - \sqrt[3]{\frac{d_i}{d_f}}$$

Se il cedimento si verificasse solo in senso verticale il cedimento sarebbe invece:

$$C = 1 - \frac{d_i}{d_f}$$

Il cedimento reale è compreso tra i due valori e si può stimare con la seguente espressione:

$$C = 1 - \sqrt[3]{\frac{d_i}{d_f} - \frac{1}{3} \times \frac{d_i}{d_f}} \cong \frac{5}{9} \times \left( 1 - \frac{d_i}{d_f} \right)$$

In pratica non si richiede che la densità del terreno sia tale da impedire qualsiasi variazione di volume del rilevato; si cerca di rendere queste variazioni, molto piccole, e soprattutto uniforme lungo tutta la superficie del rilevato per ridurre al minimo le sollecitazioni sulla sovrastruttura stradale. Questo scopo viene raggiunto allorché l'addensamento supera un valore limite inferiore stabilito attraverso le prove di addensamento del Proctor.

L'efficacia dell'addensamento in sito dipende da vari fattori:

- Modalità di addensamento (Statica, dinamica, vibrante, impulsiva ecc)
- Tipologia delle macchine impiegate per il lavoro di compattazione.
- Energia esercitata nella fase di addensamento ( numero dei passaggi ecc)
- Altezza dello strato addensato.
- Umidità del terreno

Come visto in precedenza attraverso l'esperimento di Proctor è possibile isolare due elementi la percentuale d'acqua e l'energia di addensamento ricavando la percentuale d'acqua ottima e la corrispondente densità del secco massima. Questi valori devono essere confrontati con i valori della densità misurata in sito. I capitolati di appalto, di solito, prescrivono che la densità in sito raggiunga un certo valore percentuale della densità massima ottenuta in laboratorio.

I metodi classici per la misura della densità in sito consistono nello scavare nel suolo, di cui si vuole determinare la densità, una piccola cavità asportandone il materiale che viene accuratamente raccolto e pesato. Su questo materiale verrà misurata la percentuale d'acqua per valutarne la sua massa secca. La prova viene completata con la misura del volume della buca realizzata sulla superficie addensata

con il metodo della sabbia (sabbia mono granulare di densità nota) o con un apparecchio a membrana (metodo dell'acqua).

## 2.4 FORMAZIONE DEL CORPO STRADALE (UNI 11531-1 E CAPITOLATI)

Il corpo stradale, al di fuori dei tratti occupati dalle opere d'arte (viadotti e gallerie), si realizza attraverso movimenti di materie con l'apertura di trincee e la costruzione di rilevati. Si distinguono, più in generale, le seguenti lavorazioni:

- Lo smacchiamento. Consiste nel taglio di alberi, arbusti, cespugli, ed estirpazione delle radici.
- Lo scoticamento. Si intende la rimozione del terreno superficiale vegetale con rilevante contenuto di sostanze organiche.
- Gli scavi di sbancamento. Sono necessari per l'apertura della sede stradale in trincea, per la preparazione dei piani di appoggio dei rilevati e per le opere di pertinenza della strada.
- La formazione dei cassonetti, per far luogo alla pavimentazione ed all'eventuale bonifica del sottofondo stradale in trincea;
- La bonifica del piano di posa dei rilevati, ivi compresa la formazione delle gradonature previste in progetto, nel caso di terreni con pendenza generalmente superiore al 15%;
- Gli scavi a sezione ristretta. Comprendono gli scavi per l'impianto di opere d'arte, gli scavi subacquei, le demolizioni ecc.
- La formazione dei rilevati. Particolare attenzione andrà rivolta allo strato superficiale su cui poggia la pavimentazione stradale (sottofondo).
- Completamento dei rilevati con le opere di protezione dall'acqua (arginelli, cunette, fossi di guardia ecc.) e opere in verde per protezione delle scarpate.

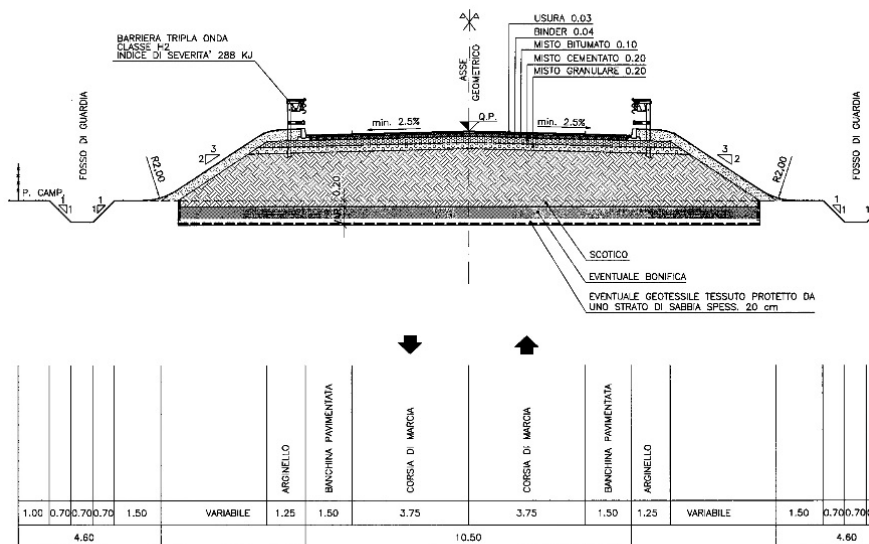


Figura 2.5 Sezione tipo in rilevato

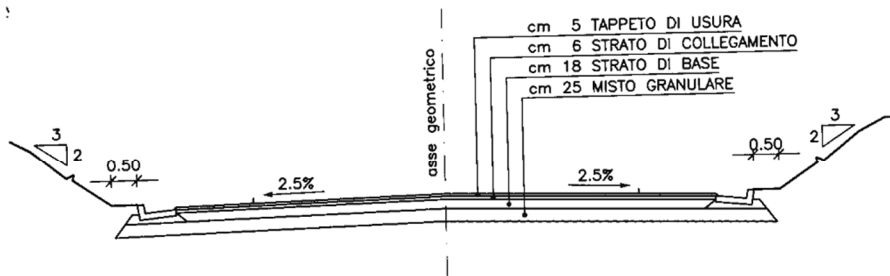


Figura 2.6 Sezione tipo in trincea

#### 2.4.1 Requisiti delle terre per il corpo del rilevato

I materiali sciolti naturali che provengono dalla scomposizione di formazioni di terreni o di ammassi rocciosi nelle zone di scavo delle trincee, ovvero dall'estrazione da cave di prestito, possono essere destinati alla costruzione dei corpi stradali se risultano qualitativamente adatti. Essi sono classificati secondo quanto riportato nella norma UNI 115321-1.

Le terre appartenenti al Gruppo A<sub>1</sub> presentano le caratteristiche migliori per la realizzazione delle opere in terra. In ogni caso è opportuno seguire alcune prescrizioni: eliminare gli elementi di dimensione superiore ai 500 mm, migliorare la curva granulometrica con integrazione, quanto necessario di elementi frantumati, proteggere rapidamente le scarpate con terreno vegetale per evitare l'erosione. Normalmente i sottofondi, che richiedono elevate proprietà meccaniche, si realizzano con terre appartenenti al Gruppo A<sub>1a</sub>.

Le terre di tipo A<sub>3</sub> (sabbie), si prestano male all'addensamento ed alla circolazione dei mezzi di cantiere. Per tale ragione vengono previste opere di confinamento. Di norma l'impiego senza particolari accorgimenti è limitato alla bonifiche dei piani di posa dei rilevati ed agli strati anticapillari.

Le terre appartenenti ai sottogruppi A<sub>2-4</sub>, A<sub>2-5</sub> (Le ghiaie e le sabbie limose) e A<sub>4</sub> con indice di gruppo 0 sono convenientemente adoperate per la costruzione dei rilevati senza alcuna difficoltà di costruzione. Generalmente presentano bassa permeabilità e modesta risalita capillare.

Anche le terre appartenenti ai sottogruppi A<sub>2-6</sub> e A<sub>2-7</sub> (Ghiaie e sabbie argillose) possono essere impiegate nella realizzazione dei rilevati stradali, specialmente quando l'Indice di gruppo è zero e limitatamente alla parte bassa del rilevato, predisponendo uno strato anticapillare di spessore non minore di 30 cm. Il loro comportamento tuttavia è influenzato dalla presenza della frazione argillosa. Il loro impiego deve essere evitato nella formazione dei piani di sottofondo delle sovrastrutture stradali.

L'impiego delle terre appartenenti ai gruppi A<sub>4</sub>, A<sub>5</sub>, A<sub>6</sub> e A<sub>7</sub>, deve essere eventualmente valutato attentamente indicando le tecniche di miglioramento (Stabilizzazione con leganti idraulici) e i provvedimenti per la protezione da venute d'acqua nelle opere in terra con esse realizzate.

Talvolta è utile l'impiego di altri materiali (artificiali e riciclati) diversi dalle terre. In tal caso i materiali debbono essere sottoposti, prima del loro impiego, ad adeguate verifiche e, se necessario, a prove di laboratorio per accertarne l'idoneità e verifiche sperimentali in sito.

#### 2.4. 2 Requisiti delle terre per sottofondo

Il sottofondo può essere costituito, in ordine di priorità, con le terre dei gruppi A1, A2-4, A2-5, A3 con coefficiente di uniformità maggiore di 7, purché:

- non vi siano granuli di dimensioni > 63 cm
- il passante a 0,063 mm sia 15 %
- l'indice di plasticità sia 6 meglio se NP
- Il passante al setaccio da 16 mm sia almeno il 50 %
- L'indice di portanza CBR dopo 4 giorni di immersione in acqua sia almeno del 10 %, al 95 % della massa volumica ottenuta con energia di compattazione Proctor Mod.

#### 2.4. 2 Requisiti delle terre per strati anticapillari

Lo spessore degli strati anticapillari è generalmente compreso tra 30 e 50 cm ed è costituito da materiali permeabili eventualmente protetti da geosintetici con funzione filtrante e anticontaminante. Le terre degli strati anticapillari devono essere caratterizzate da passante al setaccio da 2 mm non maggiore del 15 %, passante al setaccio 0,063 non maggiore del 3 %, equivalente in sabbia non minore del 70 %, resistenza alla frammentazione (LA) non maggiore di 40%, perdita di resistenza dopo cicli di gelo e disgelo non maggiore di 20 %.

#### 2.4.3 Livelli prestazionali e Controlli

Per accertare la corretta esecuzione di un'opera in terra è necessario, oltre a verificare che la qualità della terra sia compatibile con le prescrizioni previste dal progettista, controllare i valori di alcuni indicatori prestazionali, relativi all'addensamento, alla portanza e alle deformazioni permanenti ecc.. L'addensamento va controllato misurando la densità del secco in sito dello strato, e confrontata con il valore limite, stabilito in laboratorio con la prova Proctor con energia modificata. Il limite è diverso secondo la tipologia dello strato realizzato e talvolta anche in relazione al tipo di strada prevista. Un altro indicatore che evidenzia indirettamente il grado di addensamento è il modulo di deformazione (o altrimenti detto di compressibilità) Md, determinato sul piano di posa, secondo la norma CNR 146/92. Salvo diverse e più restrittive prescrizioni, motivate in sede di progettazione, i valori limiti, nel primo ciclo di carico, sono indicati nella tabella a seconda dello strato preso in esame. Il cedimento



$\Delta h$  della tabella 2.4, indica la deformazione permanente misurata dopo il passaggio di un autocarro con asse posteriore di 10 t secondo la norma SNV 670365.

Strato	Grado di addensamento	Modulo di deformazione	$M_d/M'_d$	Cedimento permanente	Modulo con LWD	Modulo con FWD
	% $\rho_d$ max.	$M_d$ [MPa]		$\Delta h$ [mm]	$E_{LWD}$	$E_{FWD}$
	UNI EN 13286-2 <sup>1)</sup>	<sup>2)</sup>	<sup>2)</sup>	<sup>3)</sup>		
Piano di posa del rilevato	$\geq 95$ Proctor modificato	$\geq 20$ Tra 0,05 e 0,15 MPa				
Anticapillare	$\geq 95$ Proctor modificato	$\geq 20$ Tra 0,05 e 0,15 MPa	$\geq$ del valore determinato in campo prove	$< 4,0$	$\geq$ del valore determinato in campo prove	$\geq$ del valore determinato in campo prove
Rilevato	$\geq 95$ Proctor modificato	$\geq 40$ Tra 0,05 e 0,15 MPa	$\geq$ del valore determinato in campo prove	$< 4,0$	$\geq$ del valore determinato in campo prove	$\geq$ del valore determinato in campo prove
Sottofondo	$\geq 98$ Proctor modificato	$\geq 50$ Tra 0,05 e 0,15 MPa	$\geq$ del valore determinato in campo prove	$< 2,5$	$\geq$ del valore determinato in campo prove	$\geq$ del valore determinato in campo prove
Fondazione	$\geq 98$ Proctor modificato	$\geq 100$ Tra 0,15 e 0,25 MPa	$\geq$ del valore determinato in campo prove	-	prestazione di progetto	prestazione di progetto
Base	$\geq 100$ Proctor modificato	$\geq 100$ Tra 0,25 e 0,35 MPa	$\geq$ del valore determinato in campo prove	-	prestazione di progetto	prestazione di progetto

1) L'argomento è trattato nel CNR B.U. n° 22/72 Peso specifico apparente di una terra in sito.  
2) L'argomento è trattato nel CNR B.U. n.146/92 Determinazione dei moduli di deformazione  $M_d$  e  $M'_d$  mediante prova di carico a doppio ciclo con piastra circolare.  
3) L'argomento è trattato nella SNV 670 365 Essai d'orniérage – Décembre 1972.

Tabella 2.3. Requisiti per l'addensamento e la portanza degli strati per le opere stradali (UNI 11531)

LIVELLI PRESTAZIONALI				
STRATO	Tipo di Strada	Grado d'addensamento % $\gamma_s$ max di laboratorio	Modulo di deformazione $M_d$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\Delta h$ [mm]
Sottofondo	Autostrade ed Extraurbane principali	$\geq 95$ % AASHO Mod	$\geq 50$	$< 2,5$
	Altre	$\geq 100$ % AASHO St.	$\geq 40$	$< 3,0$
Rilevato	Autostrade ed Extraurbane principali	$\geq 92$ % AASHO Mod	$\geq 30$	$< 4,0$
	Altre	$\geq 97$ % AASHO St.	$\geq 25$	$< 5,0$

Tabella 2.4. Livelli prestazionali per le opere in terra (Cap. LLPP)

Strato	Grado di addensamento	Modulo di deformazione	$M_d/M'_d$	Modulo con LWD	Modulo con FWD
	% $\rho_d$ max.	$M_d$ [MPa]		$E_{LWD}$	$E_{FWD}$
	UNI EN 13286-2 <sup>1)</sup>	<sup>2)</sup>	<sup>2)</sup>		
Piano di posa del rilevato	≥95 Proctor modificato	≥20 Tra 0,05 e 0,15 MPa			
Anticapillare	-	≥20 Tra 0,05 e 0,15 MPa	≥ del valore determinato in campo prove o del valore di progetto	≥ del valore determinato in campo prove	≥ del valore determinato in campo prove
Rilevato	≥95 Proctor modificato	≥40 Tra 0,15 e 0,25 MPa (≥20 se a meno di 1 m dal bordo)	≥ del valore determinato in campo prove o del valore di progetto	≥ del valore determinato in campo prove	≥ del valore determinato in campo prove
Supercompattato	≥98 Proctor modificato	≥80 Tra 0,25 e 0,35 MPa	≥ del valore determinato in campo prove o del valore di progetto	prestazione di progetto	prestazione di progetto
<sup>1)</sup> L'argomento è trattato nel CNR B.U. n° 22/72 Peso specifico apparente di una terra in sito. <sup>2)</sup> L'argomento è trattato nel CNR B.U. n.146/92 Determinazione dei moduli di deformazione $M_d$ e $M'_d$ mediante prova di carico a doppio ciclo con piastra circolare.					

*Tabella 2.5. Requisiti per l'addensamento e la portanza degli strati per le opere ferroviarie (UNI 11531)*

Per strato di sottofondo in trincea si intende tutto lo strato di bonifica del sottofondo; in rilevato, rappresenta lo strato superiore fino alla profondità di 1 metro.

Le caratteristiche di portanza del piano di posa del rilevato devono essere accertate in condizioni di umidità rappresentative delle situazioni climatiche e idrogeologiche più sfavorevoli, di lungo termine, con la frequenza stabilita dalla Direzione Lavori, in relazione all'importanza dell'opera, all'omogeneità del terreno di posa e, comunque, in misura non inferiore ad una prova ogni 5000 m<sup>2</sup>. Per i materiali a comportamento "instabile" (collassabili, espansivi, gelivi, etc.) la determinazione del modulo di deformazione viene effettuata in condizioni sature.

## ESERCIZI CAPITOLO 2

### ESERCIZIO 1

Per le terre appartenenti ai gruppi A<sub>1-a</sub> e A<sub>2-4</sub>, individuare, attraverso una prova di addensamento, la massima densità e la corrispondente percentuale d'acqua ottima, con l'obiettivo di valutare il livello minimo di addensamento necessario per la realizzazione del rilevato e dello strato di sottofondo della sovrastruttura stradale. Nel piano cartesiano, densità del secco in funzione della percentuale d'acqua, si tracci anche le curve a grado di saturazione costante.

I dati delle prove di addensamento sono riportati nelle seguenti tabelle. Inoltre la densità della parte solida della terra A<sub>1a</sub> è di 2,72 g/cm<sup>3</sup>, mentre quella del campione A<sub>2-4</sub> è di 2,68 g/cm<sup>3</sup>:

	<b>A1-a</b>				
	<b>Prova 1</b>	<b>Prova 2</b>	<b>Prova 3</b>	<b>Prova 4</b>	<b>Prova 5</b>
P Fustella [g]	6575	6575	6575	6575	6575
V Fustella [cm <sup>3</sup> ]	2122,23	2122,24	2122,25	2122,26	2122,27
P Fust.+P terra umida [g]	11165,75	11534,7	11668,6	11593,4	11364,5
P terra umida [g]	4590,75	4959,74	5093,61	5018,44	4789,45
P Terra secca [g]	4477,91	4732,57	4796,24	4690,13	4414,24
Peso H <sub>2</sub> O [g]					
ω [%]					
ρ <sub>d</sub> [g/cm <sup>3</sup> ]					

	<b>A2-4</b>				
	<b>Prova 1</b>	<b>Prova 2</b>	<b>Prova 3</b>	<b>Prova 4</b>	<b>Prova 5</b>
P Fustella [g]	6575	6575	6575	6575	6575
V Fustella [cm <sup>3</sup> ]	2122,23	2122,24	2122,25	2122,26	2122,27
P Fust.+P terra umida [g]	10588,99	10781,6	11103,2	11116,2	10897,98
P terra umida [g]	4013,99	4206,6	4528,2	4541,18	4322,98
P Terra secca [g]	3713,90	3820,01	4032,24	3989,79	3713,90
Peso H <sub>2</sub> O [g]					
ω [%]					
ρ <sub>d</sub> [g/cm <sup>3</sup> ]					

<b>TERRA A1_a</b>						
<b>Peso Fustella</b>	<b>[g]</b>	6575.00	6575.00	6575.00	6575.00	6575.00
<b>Volume fustella</b>	<b>[cm<sup>3</sup>]</b>	2122.23	2122.23	2122.23	2122.23	2122.23
<b>Peso Fust + terra umida</b>	<b>[g]</b>	11165.75	11534.74	11668.61	11593.44	11364.45
<b>Peso terra umida</b>	<b>[g]</b>	4590.75	4959.74	5093.61	5018.44	4789.45
<b>Peso terra secca</b>	<b>[g]</b>	4477.91	4732.57	4796.24	4690.13	4414.24
<b>Contenuto d'acqua</b>	<b>[%]</b>	2.52	4.80	6.20	7.00	8.50
<b>Densità del secco</b>	<b>[g/cm<sup>3</sup>]</b>	2.11	2.23	2.26	2.21	2.08

*Tabella 2.4 Dati della prova di AASHO mod.*

<b>TERRA A2_4</b>						
<b>Peso Fustella</b>	<b>[g]</b>	6575.00	6575.00	6575.00	6575.00	6575.00
<b>Volume fustella</b>	<b>[cm<sup>3</sup>]</b>	2122.23	2122.23	2122.23	2122.23	2122.23
<b>Peso Fust + terra umida</b>	<b>[g]</b>	10588.99	10781.60	11103.20	11116.18	10897.98
<b>Peso terra umida</b>	<b>[g]</b>	4013.99	4206.60	4528.20	4541.18	4322.98
<b>Peso terra secca</b>	<b>[g]</b>	3713.90	3820.01	4032.24	3989.79	3713.90
<b>Contenuto d'acqua</b>	<b>[%]</b>	8.08	10.12	12.30	13.82	16.40
<b>Densità del secco</b>	<b>[g/cm<sup>3</sup>]</b>	1.75	1.80	1.90	1.88	1.75

*Tabella 2.5 Dati della prova di AASHO mod.*

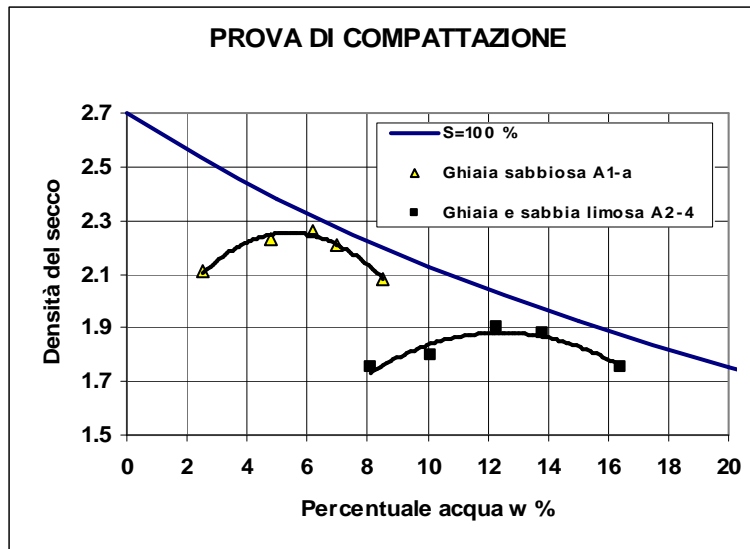


Figura 2.7 Curve di addensamento (prova AASHO mod.)

Dal grafico risulta un contenuto d'acqua ottimo, per l'addensamento pari a 5,4 % per la terra appartenente al Gruppo A1-a e 12,5 % per la sabbia limosa appartenente al gruppo A2-4. I valori massimi corrispondenti di densità del secco sono rispettivamente  $2,26 \text{ g/cm}^3$  e  $1,90 \text{ g/cm}^3$

## ESERCIZIO 2

Valutare la densità del secco massima e l'umidità ottima secondo la prova Proctor, con energia AASHO mod. di un campione di terra costituente il piano di posa della fondazione di una pavimentazione aeroportuale. I dati della prova di addensamento sono riportati nella tabella 1. I dati della prova di controllo della densità in sito sono riportati nella tabella 2, Calcolare la densità in sito e indicare la percentuale di addensamento raggiunta rispetto quella massima della prova di laboratorio.

	A1-a				
	Prova 1	Prova 2	Prova 3	Prova 4	Prova 5
P Fustella [g]	11062	11062	11062	11062	11062
V Fustella [cm <sup>3</sup> ]	2756,77	2756,77	2756,77	2756,77	2756,77
P Fust.+P terra umida [g]	17289	17932	17835	17746	17650
P terra umida [g]					
P Terra secca [g]					
Peso H2O [g]					
$\omega$ [%]	3,08	5,42	6,77	7,99	10,38
pd [g/cm <sup>3</sup> ]					

Tab. 1

	Peso recipiente più sabbia	[g]	3300
	Peso recipiente sabbia	[g]	283
	Peso sabbia	[g]	3017
	Densità della sabbia	g/cm <sup>3</sup>	1,50
	Volume iniziale sabbia	cm <sup>3</sup>	2011,33
	Peso recipiente più sabbia residua	[g]	1282,58
	Volume spessore piastra	cm <sup>3</sup>	120,58
	Peso terra umida più recipiente	[g]	2993,95
	Peso recipiente terra	[g]	104,50
	Peso terra secca	[g]	2758,97
	Percentuale d'acqua	[%]	4,729

Tab.2

## CAPITOLO 3

### COMPORTAMENTO MECCANICO DEI TERRENI

#### 1. INTRODUZIONE

Anche nelle opere in terra, come in tutti i materiali impiegati nelle costruzioni, l'azione di carichi esterni, induce uno stato tensionale al quale è associato uno stato deformativo. Per esempio il peso di una struttura trasmette, attraverso le sue fondazioni, uno stato tensionale di compressione al terreno di supporto che comporta dei cedimenti alla struttura stessa. Analogamente le sollecitazioni indotte dal carico di una ruota in movimento sulla superficie stradale causano delle tensioni di compressione e corrispondenti deformazioni verticali nel sottofondo. Come in tutti i materiali impiegati nei diversi campi dell'ingegneria, anche nei terreni è necessario conoscere la legge costitutiva e cioè il legame tra le tensioni e le deformazioni.

Ci sono tre differenze fondamentali tra il comportamento dei terreni e altri materiali come l'acciaio o il calcestruzzo molto familiari all'ingegnere civile. La prima differenza si riscontra nella forma della curva tensione deformazione. Si è in presenza di un legame non lineare. Il secondo aspetto riguarda il comportamento dei terreni al cessare del carico. La deformazione causata dallo stato tensionale, solo parzialmente, viene recuperata quando il carico viene ridotto o annullato. Le deformazioni del terreno hanno delle componenti irreversibili di tipo plastico oltre a quelle reversibili elastiche. Infine il terreno si comporta come un materiale viscoso cioè le deformazioni sono anche funzione del tempo.

In sintesi, quando un terreno è soggetto a uno stato di sollecitazione, esso può manifestare differenti deformazioni schematizzate con il modello della figura 3.1.

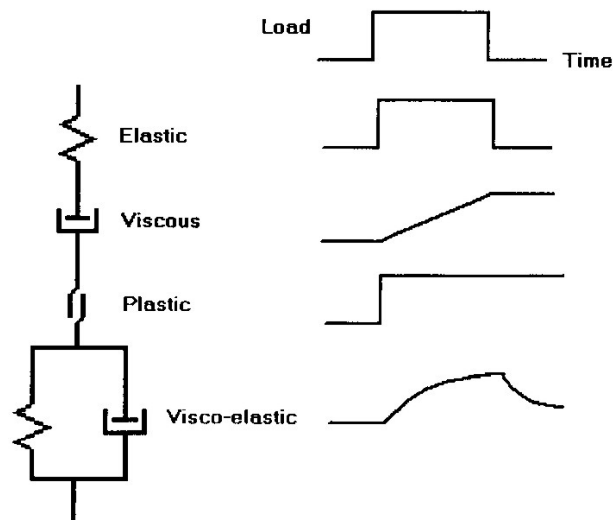


Figura 3.1 Deformazioni delle terre

Si osserva, una componente elastica istantanea, una componente plastica, anche questa istantanea, una componente viscosa irreversibile e una viscosa reversibile (visco-elastica). Queste deformazioni in molti casi dipendono dal livello della sollecitazione (comportamento non lineare). Inoltre molto spesso l'ipotesi di continuità del materiale propria della teoria dei solidi elastici non è reale per i materiali granulari.

## 2. ELEMENTI DI TEORIA DELL'ELASTICITÀ

### 2.1. TENSORE DELLA SOLLECITAZIONE (SFORZI)

Per conoscere lo stato della sollecitazione in un punto qualsiasi di un corpo continuo è necessario individuare le nove componenti del vettore della sollecitazione nel punto, definito con la seguente espressione:

$$\bar{P} = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F}{\delta A}$$

Considerando una terna ortogonale destrorsa e indicando con  $\sigma$  le sollecitazioni normali e con  $\tau$  quelle di taglio le nove componenti della sollecitazione sono:



$$\begin{array}{ccc} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{array}$$

In assenza di momenti applicati al corpo risulta  $\tau_{xy} = \tau_{yx}$   $\tau_{zx} = \tau_{xz}$  e  $\tau_{zy} = \tau_{yz}$

Segue che le componenti della sollecitazione si riducono a sei. Per quanto riguarda il segno di queste componenti spesso si considera il segno positivo per le sollecitazioni normali di compressione e negativo per le trazioni.

Molto usata è anche la notazione dove gli assi sono indicati dai numeri 1,2,3. In questo caso, le componenti del tensore della sollecitazione, è quello indicato nella figura. Tutte le componenti, con la convenzione dei segni usuale, sono positive.

$$\begin{array}{ccc} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{array}$$

E' noto che tra tutte le terne ortogonali per il punto P considerato ne esiste una ed in generale una sola, con riferimento alla quale il tensore degli sforzi assume una forma semplificata, le componenti del vettore della sollecitazioni sono soltanto ortogonali ai piani (componenti di taglio nulle). Tale terna verrà definita principale e le tre tensioni normali sono chiamate tensioni principali.

$$\begin{array}{ccc} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{array}$$

Per determinare le componenti principali della sollecitazione è necessario ricavare le soluzioni della seguente equazione cubica:

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 - I_2 \sigma - I_3 = 0$$

Dove le quantità I1, I2 e I3, indipendenti dalla scelta della terna degli assi cartesiani di riferimento, chiamate per questo invarianti della sollecitazione, sono definite dalle espressioni:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

$$I_2 = -(\sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_x) + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yx}^2 = (\sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 + \sigma_1 \sigma_2)$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2 \tau_{yz} \tau_{zx} \tau_{xy} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{xz}^2 - \sigma_z \tau_{yx}^2 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$$

### 2.1.1. Scomposizione del tensore della sollecitazione

Molto spesso è utile dividere la sollecitazione in una componente idrostatica e in una deviatorica. La ragione di questa separazione sta nel fatto che la componente idrostatica è responsabile delle variazioni uniformi di volume (compressione o dilatazione) mentre la componente deviatorica determina le distorsioni nel corpo.

Chiamando  $p$  la sollecitazione normale media (idrostatica):

$$p = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}I_1$$

Questa quantità rappresenta la sollecitazione normale nel piano ottaedrico (stessa inclinazione rispetto i tre piani principali).

La scomposizione in forma matriciale risulta:

$$\begin{array}{ccc|ccc} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & S_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & p & 0 & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \sigma_{12} & S_{22} & \sigma_{23} & 0 & p & 0 \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} & \sigma_{13} & \sigma_{23} & S_{33} & 0 & 0 & p \end{array}$$

in forma compatta:

$$[\sigma] = [S] + [p]$$

dal tensore della sollecitazione deviatorica si possono determinare i tre invarianti J1, J2 e J3.

## 2.2 TENSORE DELLE DEFORMAZIONI UNITARIE

Quando un corpo solido è soggetto a un sistema di forze esterne, esso si deforma rispetto la sua configurazione originale. E' conveniente per caratterizzare la deformazione considerare le deformazioni unitarie (strain) definite come rapporto tra le ampiezze delle deformazioni e la originaria configurazione non deformata. Ipotizzando un'unica dimensione, la deformazione unitaria, secondo Cauchy vale:

$$\varepsilon_x = \frac{l-l_0}{l_0}$$

Generalizzando il concetto ai solidi tridimensionali, ipotizzando piccole deformazioni, la deformazione in un punto viene definita da nove componenti unitarie, che si riducono a sei in quanto  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$

$$\begin{array}{ccc} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{array}$$

Le deformazioni unitarie si determinano in funzione degli spostamenti  $u_i$  con le seguenti espressioni:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\delta u_1}{\delta x_1} = \varepsilon_{xx} \quad \varepsilon_{22} = \frac{\delta u_2}{\delta x_2} = \varepsilon_{yy} \quad \varepsilon_{33} = \frac{\delta u_3}{\delta x_3} = \varepsilon_{zz}$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \left( \frac{\delta u_1}{\delta x_2} + \frac{\delta u_2}{\delta x_1} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{xy} \quad \varepsilon_{23} = \frac{1}{2} \left( \frac{\delta u_2}{\delta x_3} + \frac{\delta u_3}{\delta x_2} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{yz} \quad \varepsilon_{13} = \frac{1}{2} \left( \frac{\delta u_1}{\delta x_3} + \frac{\delta u_3}{\delta x_1} \right) = \frac{1}{2} \gamma_{xz}$$

### 2.2.1 Invarianti del tensore delle deformazioni unitarie

Anche per il tensore delle deformazioni unitarie è possibile definire i tre invarianti risolvendo l'equazione del terzo ordine :

$$\varepsilon^3 - I_1 \varepsilon^2 - I_2 \varepsilon - I_3 = 0$$

## 2.2.2 Scomposizione del tensore delle deformazioni unitarie

Come per le sollecitazioni è possibile scomporre il tensore delle deformazioni. Chiamando con  $e$  la media delle deformazioni unitarie normali:

$$e = \frac{1}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) = \frac{1}{3}I_1$$

Le componenti deviatoriche delle deformazioni unitarie risultano.

$$e_x = \varepsilon_x - e \quad e_y = \varepsilon_y - e \quad e_z = \varepsilon_z - e$$

## 2.3 LEGAME TENSIONE DEFORMAZIONE

La legge di Hooke è l'esempio più semplice di una legge costitutiva. Per una sollecitazione monoassiale si esprime con la seguente legge:

$$\sigma = E \varepsilon$$

Il parametro costante di proporzionalità tra le sollecitazioni e le deformazioni viene chiamato modulo di Young.

Nel caso tridimensionale si applica la legge di Hooke generalizzata:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}$$

In un solido isotropo gli assi principali delle sollecitazioni e delle deformazioni coincidono. Inoltre l'ipotesi generale della teoria dell'elasticità lineare e cioè che le componenti della sollecitazione sono funzioni lineari delle deformazioni porta a queste equazioni con soltanto due variabili indipendenti:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)]$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_2 + \sigma_1)]$$

Il rapporto tra la pressione idrostatica (media delle sollecitazioni normali che agisce ortogonalmente al piano ottaedrico) è la deformazione unitaria volumetrica essa viene chiamato modulo di bulk K.

$$K = \frac{P}{\varepsilon_v}$$

con

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = I_1$$

I legami tra K , E, G e n sono esplicitati nelle seguenti relazioni:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{q}{3\varepsilon_d} = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad E = \frac{9KG}{3K+G} \quad \nu = \frac{3K-2G}{6K+2G}$$

Dove:

$$q = \sqrt{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} / 2 = \frac{3}{\sqrt{2}} \times \tau_{oct}$$

$$\varepsilon_d = \frac{\sqrt{2}}{3} \times \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2} = \sqrt{2} \times \gamma_{oct}$$

### 3. AMMASSO OMOGENEO INDEFINITO (TEORIA DI BOUSSINESQ)

Il modello più semplice per valutare lo stato tensionale di un terreno soggetto a carichi esterni è quello di considerarlo come un semi spazio, omogeneo isotropo, con superficie orizzontale con una legge costitutiva di tipo elastico lineare. Già nel 1885, Boussinesq elaborò una teoria che prevedeva un carico esterno puntuale applicato al semi-spazio infinito. Egli fornì le equazioni per il calcolo dello stato tensionale in ogni punto del terreno in coordinate cilindriche, ridotto a tre sollecitazioni normali e una di taglio per la simmetria radiale lungo l'asse del carico.

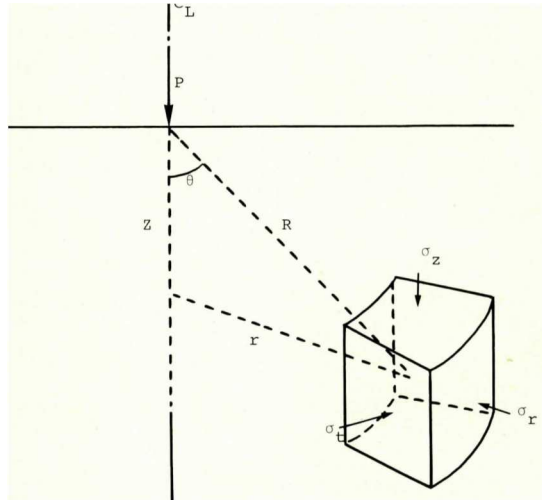


Figura 3.1 Sollecitazione in un semi spazio indefinito

$$\sigma_z = \frac{3 \cdot P}{2 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot \cos^3 \vartheta$$

$$\sigma_r = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot \left( 3 \cdot \cos \vartheta \cdot \sin^2 \vartheta - \frac{1 - 2 \cdot \nu}{1 + \cos \vartheta} \right)$$

$$\sigma_t = \frac{(1 - 2 \cdot \nu) \cdot P}{2 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot \left( -\cos \vartheta + \frac{1}{1 + \cos \vartheta} \right)$$

$$\tau_{rz} = \frac{3 \cdot P}{2 \cdot \pi \cdot R^2} \cdot \cos^2 \vartheta \cdot \sin \vartheta \quad \tau_{rt} = 0 \quad \tau_{zt} = 0$$

$$\varepsilon_z = \frac{(1+\nu) \cdot P}{2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot E} \cdot (3 \cdot \cos^3 \vartheta - 2 \cdot \nu \cdot \cos \vartheta)$$

$$\varepsilon_r = \frac{(1+\nu) \cdot P}{2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot E} \cdot \left( -3 \cdot \cos^3 \vartheta + (3 - 2 \cdot \nu) \cdot \cos \vartheta - \frac{1 - 2 \cdot \nu}{1 + \cos \vartheta} \right)$$

$$\varepsilon_t = \frac{(1+\nu) \cdot P}{2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot E} \cdot \left( -\cos \vartheta + \frac{1 - 2 \cdot \nu}{1 + \cos \vartheta} \right)$$

Successivamente, la teoria venne estesa al caso di un carico distribuito  $q$  su un'area circolare di raggio  $a$ , con una semplice integrazione. Lo stato della sollecitazione in un punto  $P$  alla profondità  $z$  e a distanza radiale  $r$  è rappresentato, in un sistema di riferimento in coordinate cilindriche dalla sollecitazione verticale  $\sigma_z$ , dalla sollecitazione tangenziale  $\sigma_t$  da quella radiale  $\sigma_r$  e dalla sollecitazione di taglio  $\tau_{zr}$ . La sollecitazione in corrispondenza dell'asse del carico è del tipo assial simmetrica con  $\tau_{zr} = 0$  e  $\sigma_r = \sigma_t$ . In questo caso le due sollecitazioni sono anche sollecitazioni principali.

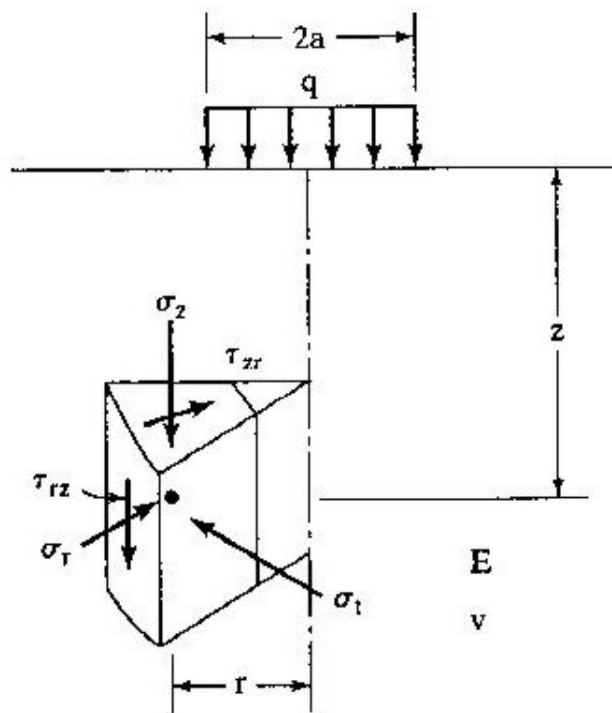


Figura 3.2 Stato della sollecitazione in coordinate cilindriche

Lo stato della sollecitazione lungo l'asse del carico si determina con le seguenti espressioni:

$$\sigma_z = q \left[ 1 - \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{1,5}} \right]$$

$$\sigma_r = \frac{q}{2} \left[ 1 + 2\nu - \frac{2(1+\nu)z}{(a^2 + z^2)^{0,5}} + \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{1,5}} \right]$$

Si osservi che la sollecitazione verticale è indipendente dai parametri dell'elasticità modulo elastico E e coefficiente di Poisson. La sollecitazione radiale dipende esclusivamente dal coefficiente di Poisson

Le deformazioni unitarie si possono calcolare utilizzando la legge di Hook generalizzata al caso tridimensionale.

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} \times [\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_t)]$$

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} \times [\sigma_r - \nu(\sigma_z + \sigma_t)]$$

$$\varepsilon_z = \frac{(1+\nu) \times q}{E} \times \left[ 1 - 2\nu + \frac{2\nu z}{(a^2 + z^2)^{0,5}} - \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{1,5}} \right]$$

$$\varepsilon_r = \frac{(1+\nu) \times q}{2E} \times \left[ 1 - 2\nu + \frac{2(1-\nu)z}{(a^2 + z^2)^{0,5}} - \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{1,5}} \right]$$

La deflessione verticale w si ottiene dal seguente integrale:



$$w = \int_{z=0}^z \epsilon_z dz = \frac{(1+\nu) \times q \times a}{E} \times \left\{ \frac{a}{(a^2 + z^2)^{0,5}} + \frac{1-2\nu}{a} \times \left[ (a^2 + z^2)^{0,5} - z \right] \right\}$$

Per un terreno incompressibile con  $\nu = 0,5$  l'espressione della deformazione verticale si semplifica e diventa:

$$w = \frac{3 q a^2}{2 E (a^2 + z^2)^{0,5}}$$

La deflessione in superficie per  $z = 0$  diventa:

$$w_0 = \frac{2(1-\nu^2) q a}{E}$$

Il modello di Boussinesq si basa sulla distribuzione uniforme della pressione su un'area circolare, come se la piastra fosse flessibile. Se il carico viene applicato su una piastra rigida, come avviene normalmente nelle prove di carico, la distribuzione delle pressioni sul terreno non è uniforme, segue una legge non lineare in funzione della rigidità della piastra e del tipo di terreno. Integrando la pressione sull'area circolare si ottiene l'espressione riportata di seguito.

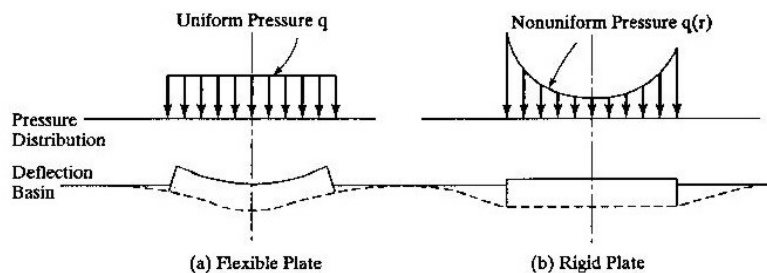


Figura 3.3 Piastra Flessibile e piastra rigida

$$w_0 = 2 \times \frac{q \times a}{E} \times (1 - \nu^2) \quad \text{Piastra flessibile}$$

$$w_0 = \frac{\pi}{2} \times \frac{q \times a}{E} \times (1 - \nu^2) \quad \text{Piastra rigida}$$

Per terreni incompressibili ( $\nu = 0,5$ ) le due espressioni diventano rispettivamente:

$$w_0 = 1,5 \times \frac{q \times a}{E} \qquad w_0 = 1,18 \times \frac{q \times a}{E}$$

Per facilitare il calcolo delle tensioni e deformazioni, prima della diffusione del personal computer, Foster e Ahlvin presentarono dei diagrammi per valutare la sollecitazione verticale, quella radiale, quella tangenziale, quella di taglio e la deflessione  $w$ . Gli autori, visto la modesta influenza del coefficiente di Poisson sulla sollecitazione e deformazione, realizzarono i diagrammi per un terreno incompressibile con  $\nu = 0,5$ .

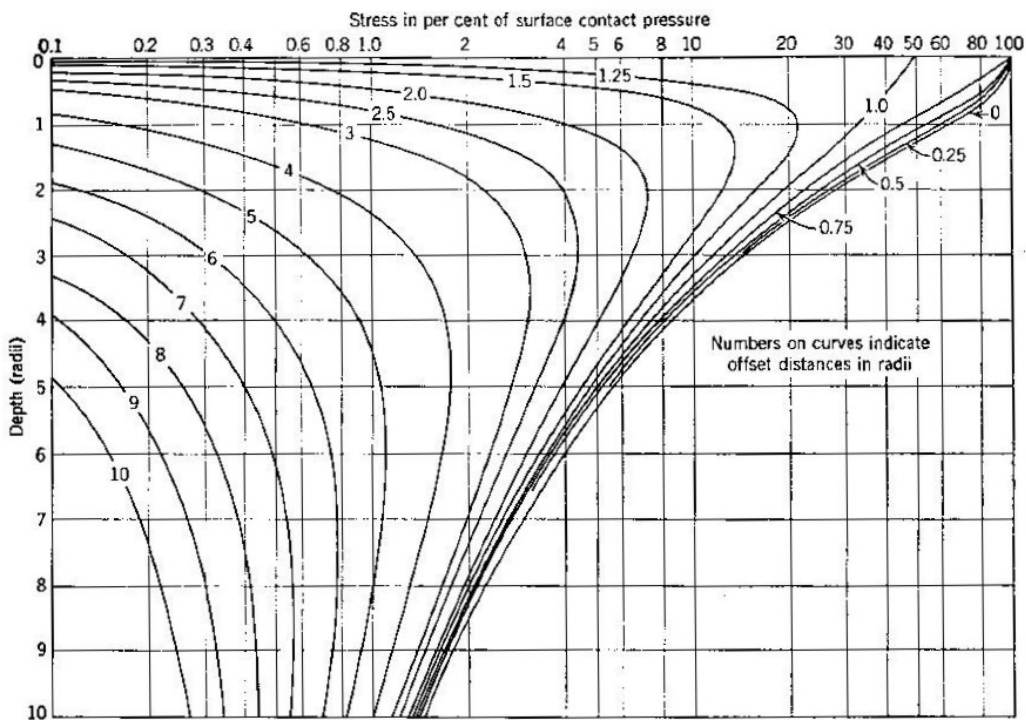


Figure 2.3. Vertical stress,  $\sigma_z$ . (From Foster and Ahlvin, *Proceedings*, Highway Research Board, 1954.)

Figura 3.4 Sollecitazione verticale

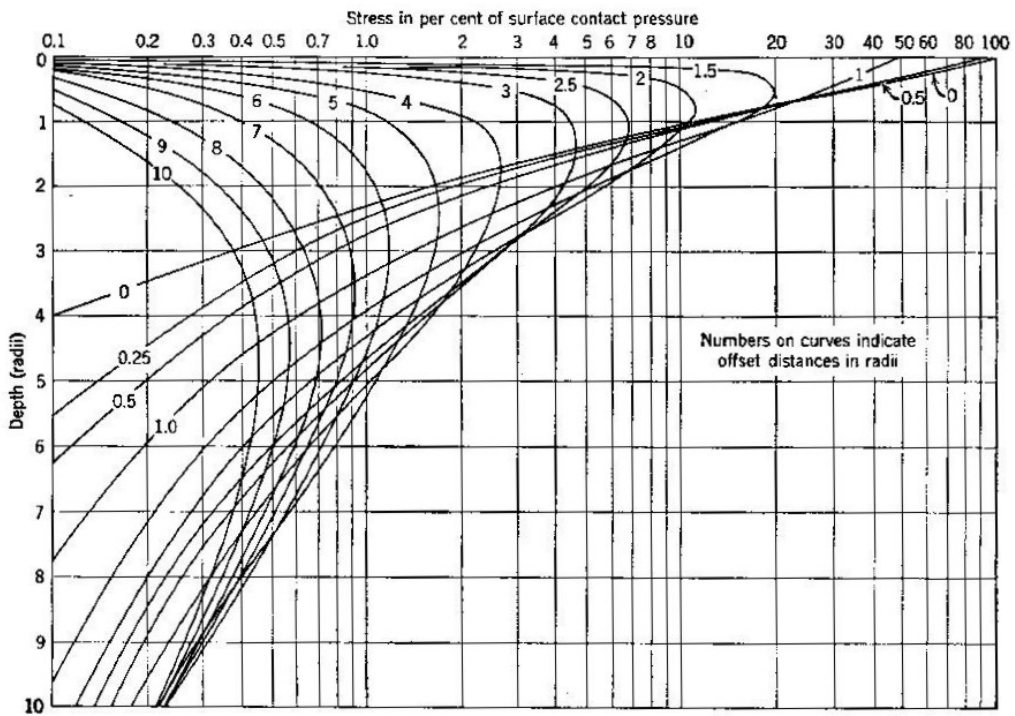


Figure 2.4. Horizontal stress  $\sigma_r$ . (From Foster and Ahlvin, *Proceedings, Highway Research Board, 1954.*)

Figura 3.5 Sollecitazione radiale

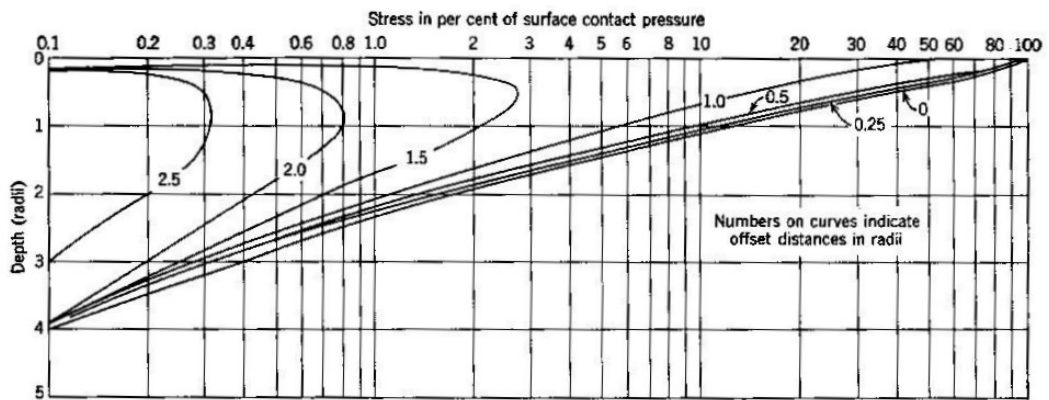


Figure 2.5. Horizontal stress  $\sigma_t$ . (From Foster and Ahlvin, *Proceedings, Highway Research Board, 1954.*)

Figura 3.6 Sollecitazione tangenziale

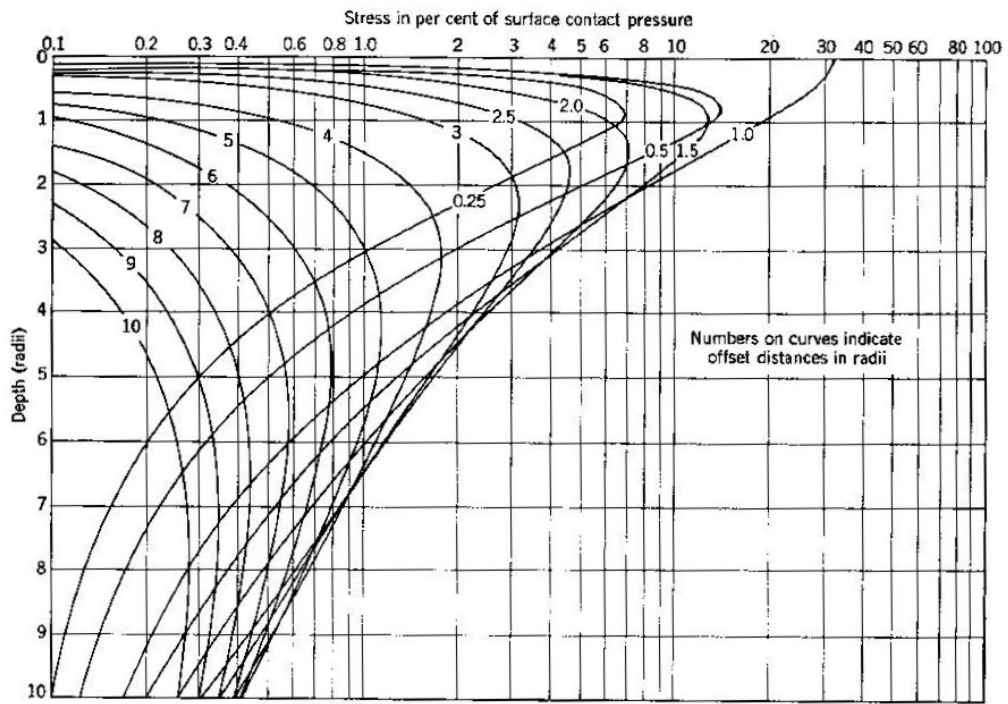


Figure 2.6. Shear stress  $\tau_{rz}$ . (From Foster and Ahlvin, *Proceedings, Highway Research Board*, 1954.)

Figura 3.7 Sollecitazione di taglio

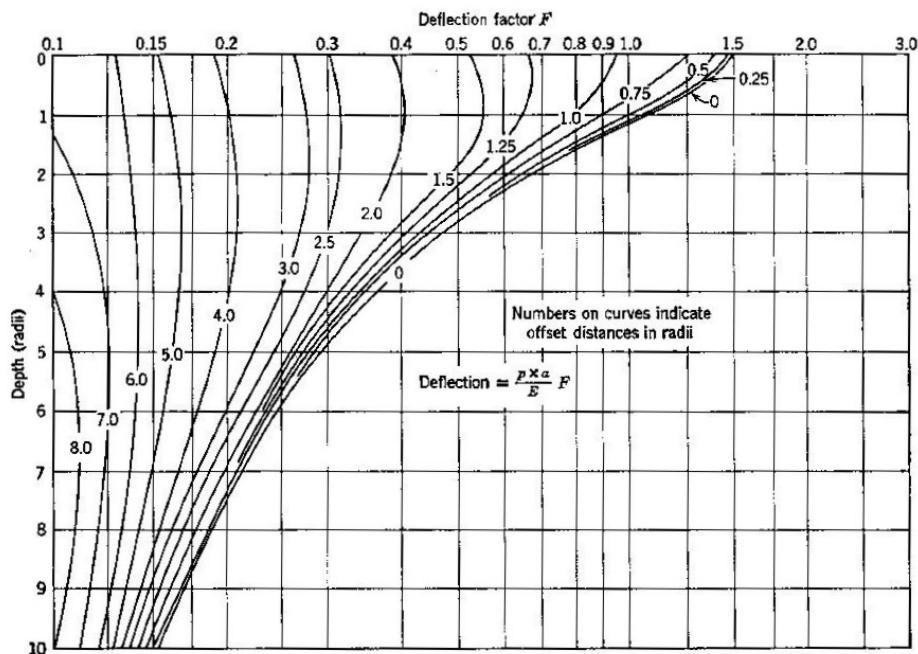


Figure 2.7. Vertical deflection (Poisson's ratio = 0.5). (From Foster and Ahlvin, *Proceedings, Highway Research Board*, 1954.)

Figura 3.8 Deformazione verticale

### 3.1 SISTEMA MULTISTRATO

Burmister nel 1943 elaborò inizialmente una teoria per risolvere un sistema a due strati e, successivamente passò ai tre strati più idoneo a rappresentare una pavimentazione flessibile. Le ipotesi di base della teoria di Burmister sono:

- Ogni strato è omogeneo ed isotropo caratterizzato da un comportamento elastico lineare con modulo  $E$  e coefficiente di Poisson  $\nu$ .
- Si trascura il peso del materiale
- Ogni strato ha una estensione infinita ed uno spessore finito  $t$  tranne l'ultimo strato che presenta uno spessore infinito.
- Il carico esterno sulla superficie è uniforme e applicato su una superficie circolare.
- Il passaggio tra uno strato e l'altro è garantito da una condizione di continuità. Ciò significa stesse sollecitazioni verticale e di taglio e stesse deformazioni verticali e radiali. Nell'ipotesi di azioni di attrito nulle nelle interfacce la sollecitazione di taglio viene posta uguale a zero.

Per agevolare i calcoli Burmister propose anche dei grafici per determinare la sollecitazione verticale (Fig. 3.9) e il fattore  $F_2$  per il calcolo della deformazione in superficie per il sistema a due strati in funzione del rapporto tra i moduli dei due strati (Fig. 3.10). Ovviamente per un rapporto dei moduli pari ad uno la soluzione corrisponde con quella di Boussinesq.

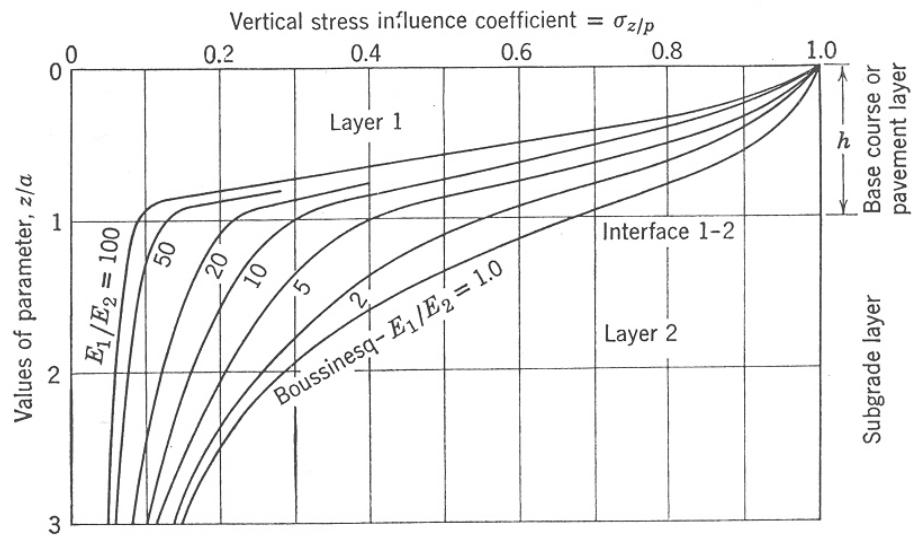


Figura 3.9 Sollecitazioni verticali

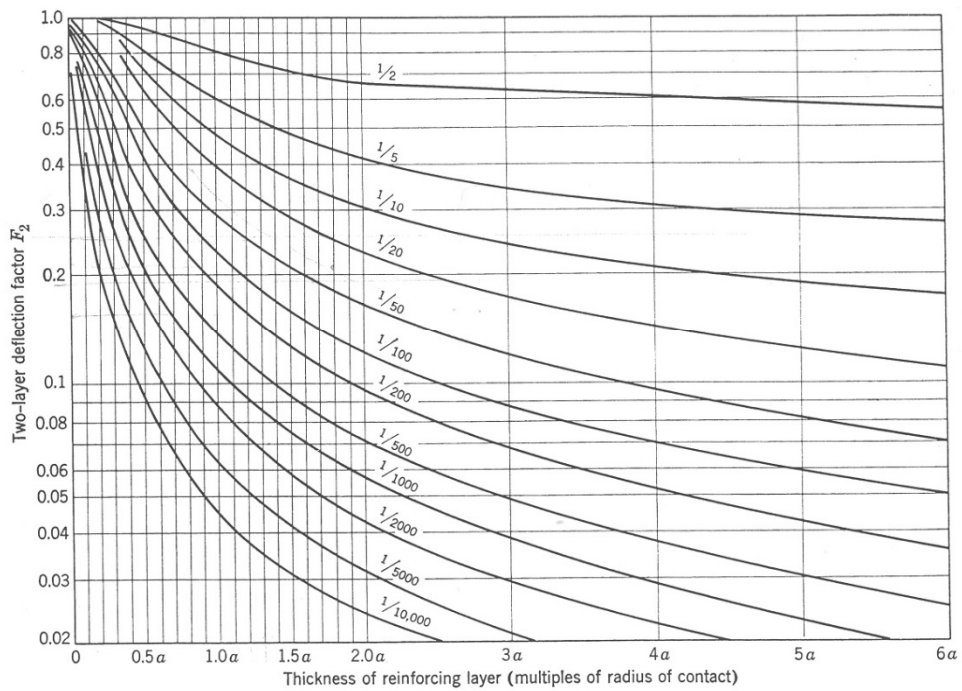


Figura 3.10 Coefficiente F2

In seguito altri autori, in particolare Huang presentarono dei grafici, sempre per il sistema a due strati per individuare rapidamente la deflessione verticale in superficie, quella dello strato sottostante e le deformazioni unitarie di trazione critiche alla base dello strato superficiale. Questi valori sono quelli critici per la progettazione delle pavimentazioni flessibili. Vennero presentati grafici non solo per un carico su ruota singola ma anche per configurazioni più complesse con ruote gemelle e ruote tandem.

La teoria dell'elasticità riferita a un sistema multi strato è stata implementata da diversi programmi di calcolo. In particolare il programma BISAR della Shell è quello più diffuso. Esso consente un'analisi tensionale accurata in qualsiasi punto della pavimentazione per qualsiasi combinazione di carichi uniformemente distribuiti su impronte circolari. Il programma permette anche l'ipotesi di strati non rigidamente connessi.

### 3.2 TEORIA DI ODERMARK (METODO DEGLI STRATI EQUIVALENTI MEL)

La teoria di Odermark si basa sull'ipotesi che lo stato tensionale e di deformazione sotto uno strato dipende soltanto dalla rigidezza dello strato stesso. La rigidezza di uno strato è proporzionale alla seguente espressione:

$$\frac{h^3 E}{1-\nu^2}$$

dove  $h$  è lo spessore dello strato e  $E$  e  $\nu$  sono le costanti elastiche.

In questo modo si può trasformare un sistema bistrato in uno mono strato equivalente. Lo strato superficiale di caratteristiche  $h_1$ ,  $E_1$  e  $\nu_1$  viene trasformato in uno equivalente di spessore  $h_e$  con modulo  $E_2$  e coefficiente di Poisson  $\nu_2$ . La trasformazione visibile in figura non influenza la sollecitazione e deformazione nello strato sottostante.

$$\frac{h_1^3 E_1}{1-\nu_1^2} = \frac{h_e^3 E_2}{1-\nu_2^2}$$

da cui

$$h_e = h_1 \sqrt[3]{\frac{E_1}{E_2} \times \frac{1-\nu_2^2}{1-\nu_1^2}}$$

Naturalmente dopo la trasformazione in uno strato equivalente si può utilizzare la teoria di Boussinesq per il calcolo delle tensioni e deformazioni ma solo al di sotto dell'interfaccia tra i due strati.

L'ipotesi del metodo di Odermark non è perfettamente corretta. Per ottenere una risposta pari al reale comportamento del sistema, è opportuno introdurre un coefficiente correttivo  $f$ . L'espressione dello spessore equivalente  $h_e$ , considerando uguali i coefficienti di Poisson diventa:

$$h_e = f \times h_1 \sqrt[3]{\frac{E_1}{E_2}}$$

Il coefficiente  $f$  potrebbe essere determinato attraverso la teoria dell'elasticità o meglio conoscendo la reale risposta della pavimentazione.

Per un sistema a più strati (multi strato elastico), lo spessore equivalente per lo strato  $n-1$  con riferimento al modulo dello strato  $n$  può ricavarsi con la seguente espressione:

$$h_{e,n} = f \times \left\{ \left[ \left( h_1 \times \sqrt[3]{\frac{E_1}{E_2}} + h_2 \right) \times \sqrt[3]{\frac{E_2}{E_3}} + h_3 \right] \times \dots + h_{n-1} \right\} \times \sqrt[3]{\frac{E_{n-1}}{E_n}}$$

### 3.3 IL PROGRAMMA BISAR

Il programma BISAR (Bitumen Structural Analysis in Road) consente di effettuare l'analisi tensionale in un sistema costituito da un multi strato con materiali a comportamento elastico lineare.

Il sistema può essere caricato in superficie con uno o più carichi uniformemente distribuiti su aree circolari. Il programma consente di valutare l'effetto di pressioni verticali e orizzontali (sollecitazione di taglio in superficie). Inoltre è prevista un'opzione per tener conto di un parziale o totale scorrimento degli strati attraverso l'implementazione di molle a taglio nell'interfaccia tra gli strati.

I dati di INPUT richiesti dal programma sono:

- Il numero degli strati (fig 3.12)
- I moduli di deformazione degli strati (modulo di Young) (fig. 3.12)
- I coefficienti di Poisson degli strati (fig. 3.12)
- Lo spessore degli strati eccetto l'ultimo che è semi infinito. (fig. 3.12)
- Le eventuali molle all'interfaccia per simulare lo scorrimento (fig. 3.12)



- La posizione dell'asse dei carichi che viene individuata da un sistema di coordinate cartesiane (fig.3.11)
- L'entità del carico può essere espressa o con i valori del carico e il raggio dell'impronta, o con i valori della sollecitazione sull'impronta e il raggio o con i valori del carico e della sollecitazione. (fig. 3.11)
- L'eventuale componente orizzontale del carico e la direzione (fig.3.11)
- Le coordinate nei punti dove è desiderata l'analisi tensionale. (fig. 3.13).

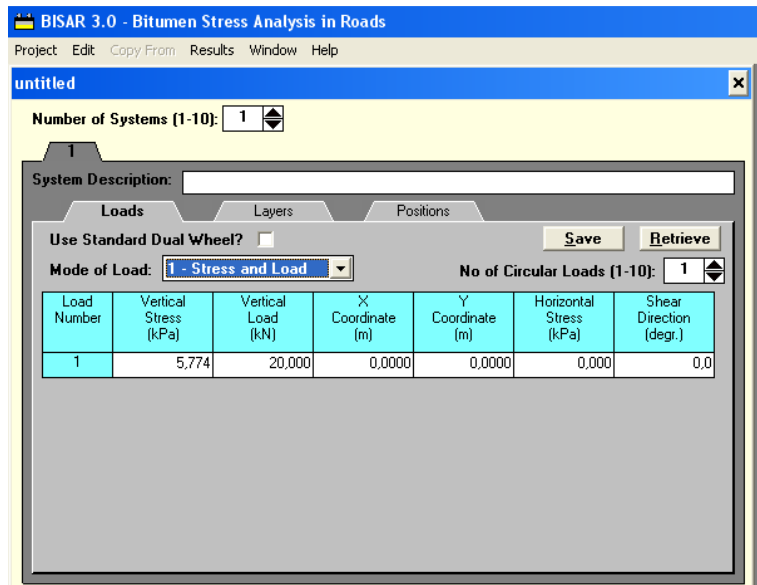


Figura 3.11 Posizione ed entità del carico

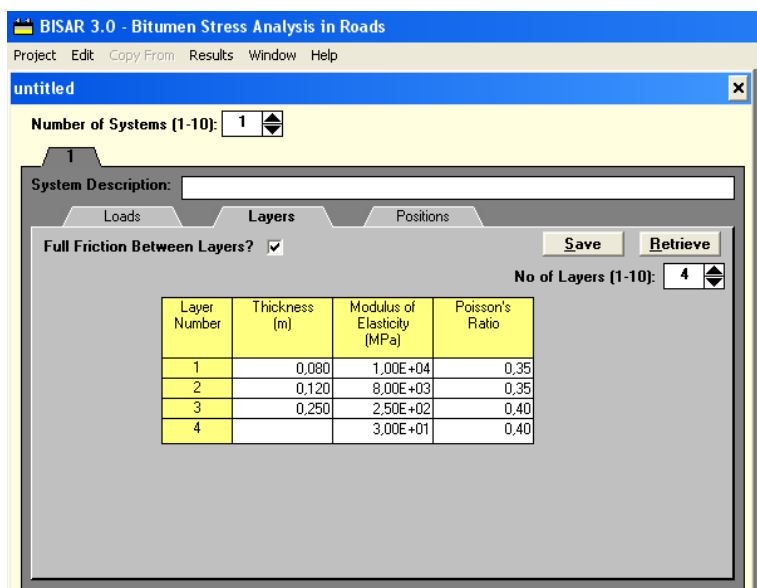


Figura 3.12 Spessore degli strati e caratteristiche elastiche

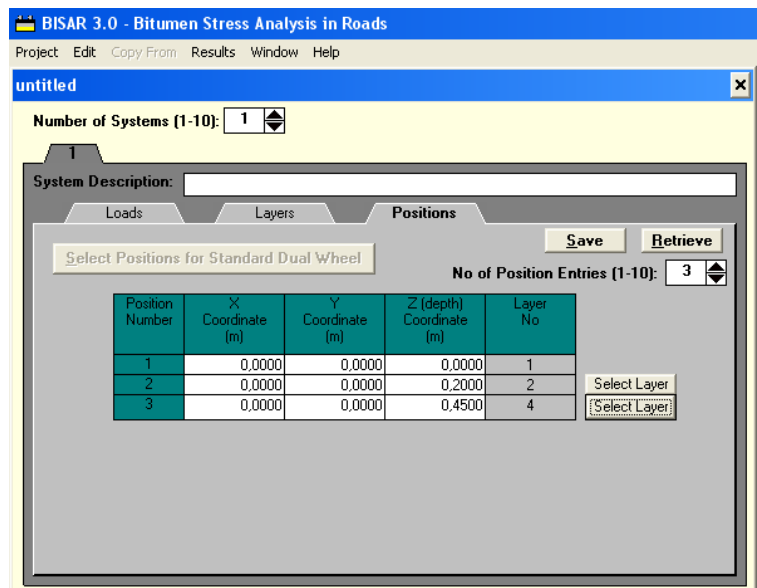


Figura 3.13 Posizione della risposta tensionale

L'analisi tensionale viene fornita in un sistema di coordinate cilindriche con il centro coincidente con l'asse del carico. Per valutare l'effetto di più carichi presenti in superficie, sfruttando il principio della sovrapposizione degli effetti, i valori dello stato tensionale in un qualsiasi punto del semi spazio (stress, strain, displacement) sono forniti in coordinate cartesiane, con riferimento al sistema definito nella fase di formulazione dei carichi.

Per ogni carico applicato, l'output del programma fornisce, in coordinate cilindriche:

- Le componenti del tensore della sollecitazione,
- Le componenti del tensore delle deformazioni unitarie
- Le componenti del vettore delle deformazioni.

Per la combinazione di più carichi, in coordinate cartesiane, il programma fornisce:

- Le componenti del tensore della sollecitazione
- Le componenti del tensore delle deformazioni unitarie
- Le componenti del vettore delle deformazioni
- I valori e le direzioni delle sollecitazioni principali
- I valori e le direzioni delle deformazioni unitarie principali
- La massima sollecitazione di taglio

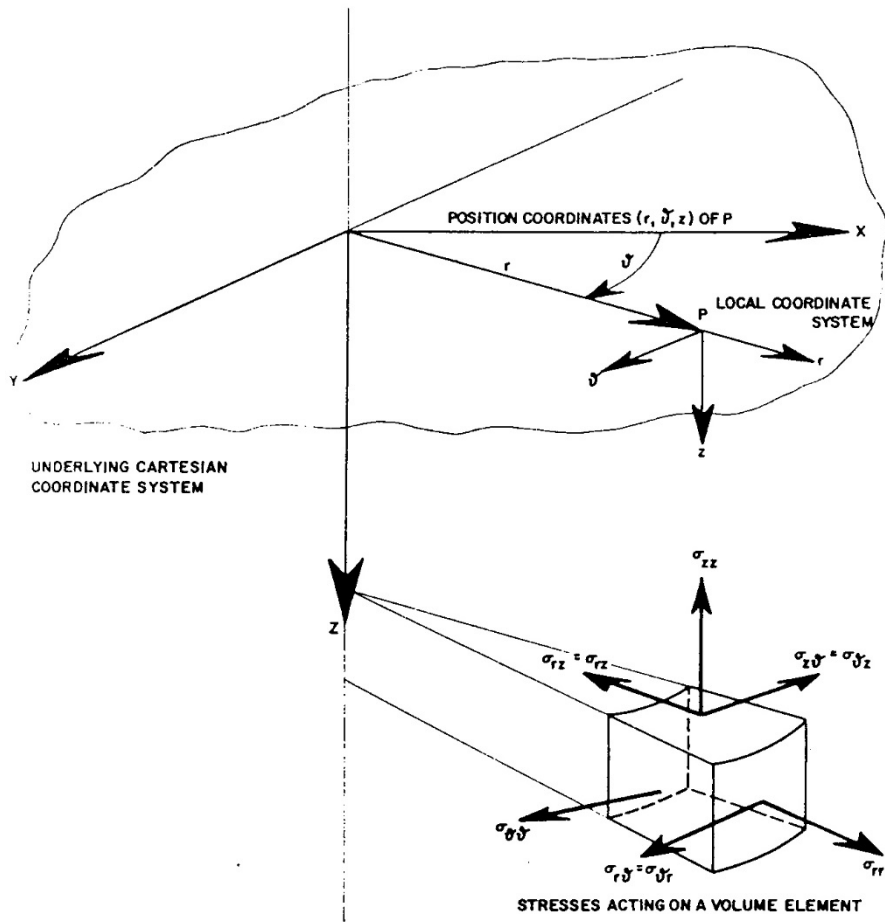


Figura 3.14 Convenzione per i sistemi di coordinate cartesiane e cilindriche

### 3.3 METODO ITERATIVO PER LA RISOLUZIONE DEL SEMI SPAZIO CON TERRENO ELASTICO NON LINEARE

Per valutare l'effetto del comportamento non lineare, dei materiali granulari e coesivi, sulla sollecitazione e deformazione, è possibile impiegare ancora la teoria di Boussinesq o di Burmister o più agevolmente ricorrendo al programma BISAR, dividendo lo semi spazio infinito in un certo numero di strati e valutando preliminarmente in mezzeria di ogni strato le componenti della sollecitazione.

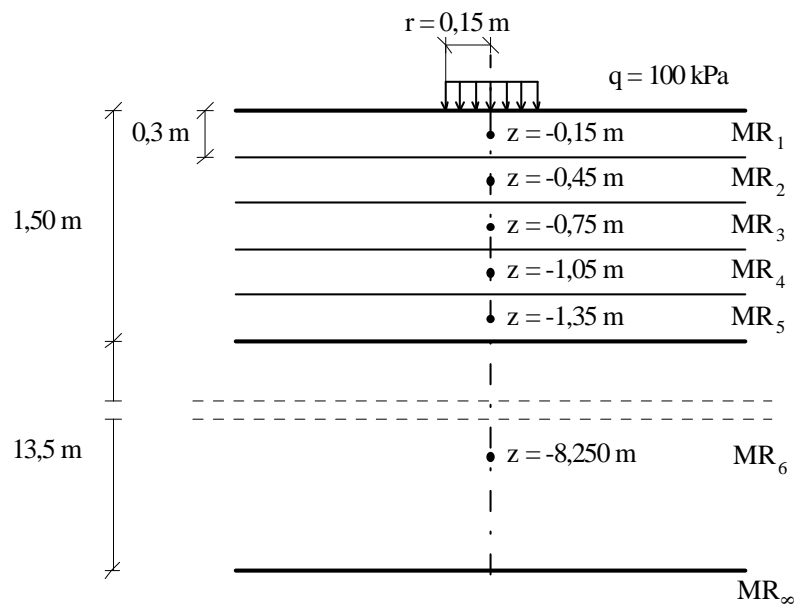


Figura 3.15 Schematizzazione adottata

Si ricordi che lo stato tensionale è indipendente dalle caratteristiche elastiche del mezzo e dipende unicamente dal carico esterno applicato. Dopo aver valutato lo stato tensionale si può associare ad ogni strato il modulo elastico funzione del primo invariante della sollecitazione, somma delle tre componenti normali della sollecitazione, se per esempio si utilizza un'espressione del modulo elastico del tipo riportato nella seguente espressione:

$$E = E_0 (1 + \beta \times \vartheta)$$

Dove:

$\vartheta$  è il primo invariante della sollecitazione

$\beta$  è una costante del terreno

$E_0$  è il modulo iniziale o il modulo quando l'invariante  $\theta = 0$

Si osservi che l'Invariante della tensione dovrebbe comprendere anche l'effetto del carico geostatico.

$$\vartheta = \sigma_z + \sigma_r + \sigma_t + \gamma z (1 + 2 K_0)$$

Il problema si può risolvere con un metodo iterativo. Il processo viene ripetuto finché i moduli di tutti gli strati convergono fissata una tolleranza. Il metodo descritto è un metodo semplificato che si basa sull'ipotesi di una suddivisione del semispazio indefinito in strati caratterizzati da ugual modulo di deformazione. Ciò ovviamente non è vero, in quanto lo stato tensionale varia da punto a punto. Per un calcolo più rigoroso è necessario ricorrere alle tecniche numeriche come gli elementi finiti o il metodo delle celle.

#### 4. COMPORTAMENTO VISCO ELASTICO DEI TERRENI

##### 4.1 PRINCIPI DELLA VISCO - ELASTICITA' DEI SOLIDI

Molti materiali solidi vengono descritti, in condizioni di piccole deformazioni (small strain) attraverso la legge di Hooke o dell'elasticità lineare: la sollecitazione è proporzionale alla deformazione. Nel caso di sollecitazione mono dimensionale la legge si scrive:

$$\sigma = E \times \varepsilon$$

o nel caso di uno sforzo di taglio

$$\tau = G \times \gamma$$

Queste equazioni possono essere scritte anche in termini di scorrimento (Compliance).

$$J = \frac{\varepsilon}{\sigma} = \frac{1}{E} \quad J = \frac{\gamma}{\tau} = \frac{1}{G}$$

Le deformazioni sono istantanee, indipendenti dal tempo e reversibili.

Nei materiali liquidi (viscosi lineari o Newtoniani) l'applicazione di uno sforzo produce una condizione di flusso caratterizzata da una velocità di deformazione proporzionale allo sforzo.

$$\tau = \eta \times \frac{d\gamma}{dt}$$

o

$$\sigma = \eta \times \frac{d\varepsilon}{dt}$$

Con  $\eta$  viscosità del liquido.

Le deformazioni sono dipendenti linearmente dal tempo e irreversibili.

In realtà tutti i materiali esibiscono un comportamento diverso dalla legge di Hooke in vario modo. I materiali viscoelastici sono quelli che presentano un legame sforzi – deformazione dipendente dal tempo. La condizione stazionaria di deformazione non viene raggiunta istantaneamente ma viene approssimata in un tempo più o meno lungo. I materiali che manifestano, al cessare della sollecitazione, un completo recupero delle deformazioni si chiamano solidi anelastici.

I principali fenomeni riscontrati nei materiali visco elastici sono:

- Se lo sforzo (Stress) viene mantenuto costante, la deformazione aumenta con il tempo (Creep). Al cessare del carico si osserva la fase di recupero (recovery)
- Se la deformazione è mantenuta costante, lo sforzo si riduce con il tempo (rilassamento).
- L'effettiva rigidità dipende dal gradiente di applicazione del carico
- Se viene applicato un carico ciclico si ottiene un ciclo di isteresi la cui area è proporzionale all'energia dissipata. (sfasamento tra la causa, sforzo, e l'effetto, deformazione):

#### 4.1.1 Funzione di creep

La funzione di creep, esplicita il lento, progressivo incremento della deformazione di un materiale sotto l'azione di una sollecitazione costante. Il rapporto tra la deformazione unitaria e la sollecitazione è chiamato funzione di scorrimento (creep compliance).

$$J(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0}$$

Quando il materiale ha un comportamento visco-elastico lineare, la funzione di compliance non dipende dall'entità della sollecitazione. L'intercetta della curva di creep con l'asse delle deformazioni unitarie è definita elasticità istantanea. Se il carico viene tolto, in questi materiali, si innesca la fase di recovery con un progressivo recupero delle deformazioni. Questo recupero, a seconda del materiale, può essere completo o parziale. Si parla di solidi anelastici quando il recupero è completo.

Le curve sperimentali di creep, a seconda dell'entità del carico applicato possono evidenziare forme diverse come illustrato nella figura 3.16.

Nella viscoelasticità lineare c'è una relazione lineare tra causa ed effetto; ovvero la funzione di creep Compliance è indipendente dal livello del carico.

A seconda del valore della sollecitazione istantanea applicata al campione, si osserva una deformazione unitaria istantanea seguita da una curva, dove si distinguono quattro tipici comportamenti:

- Zona 0. Attività di creep nulla o trascurabile.
- Zona 1. Definita viscosità primaria o di transizione.
- Zona 2. Definita viscosità secondaria o regolare.
- Zona 3. Definita viscosità terziaria.

La zona 0 individua lo stato della sollecitazione al di sotto del quale la deformazione è praticamente costante nel tempo. (soglia di creep).

La zona (1) è caratterizzata da una curva con concavità verso il basso e da un comportamento del materiale anelastico. Cioè se in un punto di questo tratto il carico applicato viene annullato si ha un recupero istantaneo della componente elastica di deformazione e un recupero totale della componente reologica (rilassamento).

La seconda Zona (2) evidenzia un comportamento lineare della deformazione in funzione del tempo (velocità costante). La velocità della deformazione è funzione del livello di sollecitazione. La terza zona (3) presenta una concavità della curva rivolta verso l'alto che porta rapidamente alla rottura. Questo comportamento è caratterizzato da un valore, dello stato tensionale superiore a un valore di soglia. La viscosità secondaria e terziaria sono caratterizzate da deformazioni permanenti nella fase di rilassamento.

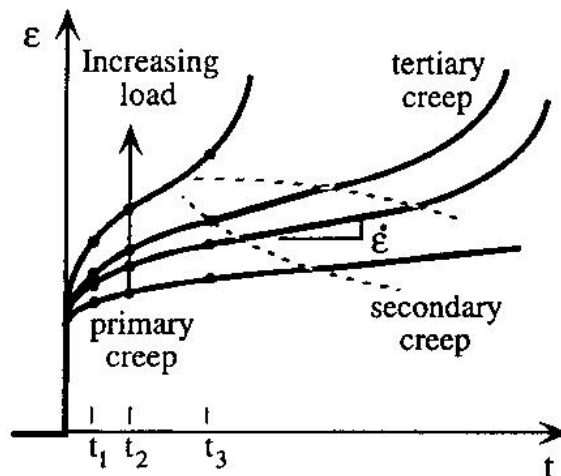


Figura 3.16 Curve di Creep

Le prove di creep sono prove piuttosto complicate per la difficoltà di garantire nel tempo condizioni ambientali omogenee e costanti e talvolta risulta difficoltosa la scelta dei livelli di sollecitazione.

#### 4.1.2 Rilassamento

Il rilassamento è la riduzione graduale dello sforzo  $\sigma(t)$  quando il materiale è mantenuto alla stessa deformazione.

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\varepsilon_0} = G(t) = \frac{\tau(t)}{\gamma_0}$$

Il rapporto tra lo sforzo variabile con il tempo e la deformazione unitaria costante è chiamato modulo di rilassamento (relation modulus). Nei materiali lineari esso è indipendente dal livello dello strain, dipende unicamente dal tempo.

Esistono due approcci per rappresentare il comportamento reologico dei materiali: approssimare la curva di creep o quella di rilassamento con funzioni matematiche (modelli empirici) o utilizzare i modelli reologici.

#### 4.2 RISPOSTA DINAMICA AI CARICHI SINUSOIDALI

Se la sollecitazione, anziché costante, è applicata con una legge sinusoidale nel tempo  $t$ , a materiali con comportamento visco elastico lineare, anche la deformazione unitaria seguirà la stessa legge ma con un ritardo nel tempo.

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

Con

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \delta)$$

L'angolo  $\delta$  di sfasamento può essere esso presso attraverso il tempo di ritardo  $Dt$

$$\delta = \frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta t}{T}$$

Con, periodo della funzione sinusoidale,  $T = 1/f$



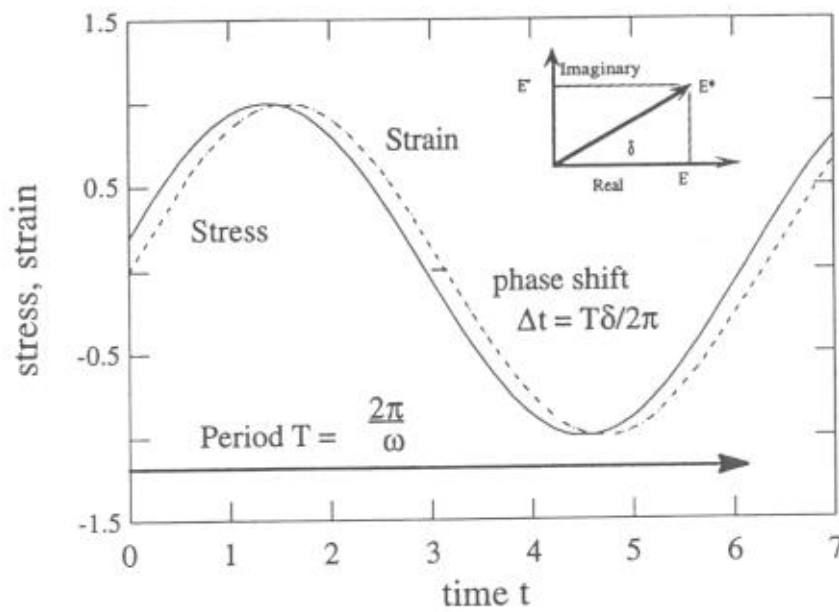


Figura 3.17. Risposta visco elastica dinamica

Con la rappresentazione vettoriale delle grandezze sinusoidali si ottiene:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot (\cos(\omega \cdot t) + i \cdot \text{sen}(\omega \cdot t))$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cdot (\cos(\omega \cdot t - \delta) + i \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \delta))$$

Il rapporto tra la sollecitazione e la deformazione unitaria espresse in forma vettoriale è ancora una grandezza vettoriale chiamata modulo complesso. Il modulo di questo vettore è chiamato modulo dinamico.

$$\frac{\sigma(t)}{\varepsilon(t)} = E^* = E' + i \cdot E'' = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} \cdot (\cos \delta + i \cdot \text{sen} \delta)$$

Le funzioni  $E'$ ,  $E''$ , e  $\delta$  dipendono dalla frequenza. Nei solidi elastici  $\delta = 0$

La relazione tra la sollecitazione e la deformazione unitaria di materiali visco elastici lineari, soggetti a carichi oscillatori, si esplicita attraverso due equazioni parametriche di un ellisse (fig. 3.18).

$$\sigma(t) = \sigma_0 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \delta)$$

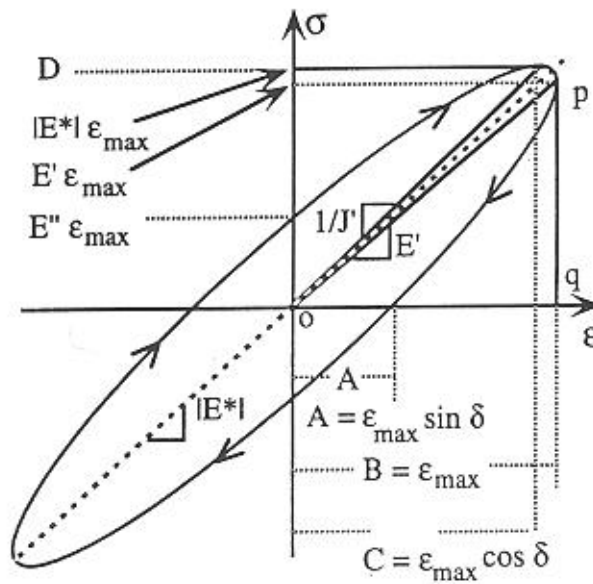


Figura 3.18 Isteresi nei materiali viscoelastici

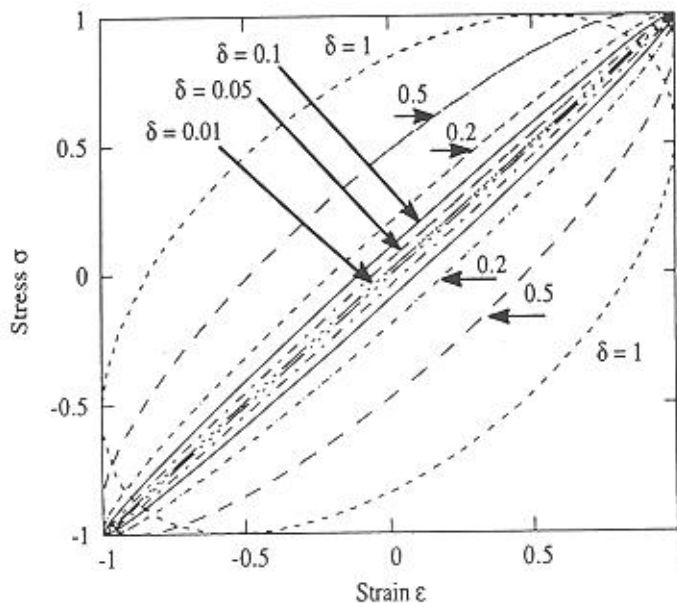


Figura 3.19 nei materiali viscoelastici

### 4.3 MODELLI REOLOGICI LINEARI

Questi modelli sono una combinazione di leggi semplici quali la elasticità lineare e la viscosità e vengono rappresentati da una combinazione di modelli meccanici elementari. L'equazione per la soluzione dei problemi mono dimensionali può essere facilmente generalizzata anche ai casi tridimensionali.

Di seguito si farà riferimento alla sollecitazione di compressione semplice, ma il tutto sarà uguale anche considerando la sollecitazione di taglio.

Due sono i modelli di base:

- l'elemento molla o elemento di Hooke caratterizzato dalla rigidità della molla  $K$  ( $E$  o  $G$ ). La legge esprime la proporzionalità tra la sollecitazione e deformazione.

$$\sigma = K \times \varepsilon$$

- L'elemento viscoso o di Newton caratterizzato dalla viscosità  $\eta$ . La legge esprime una deformazione con velocità costante.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\sigma}{\eta} \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{\eta} \times t$$

Combinando opportunamente gli elementi base si ottengono questi tre modelli, significativi nell'interpretazione della viscosità lineare.

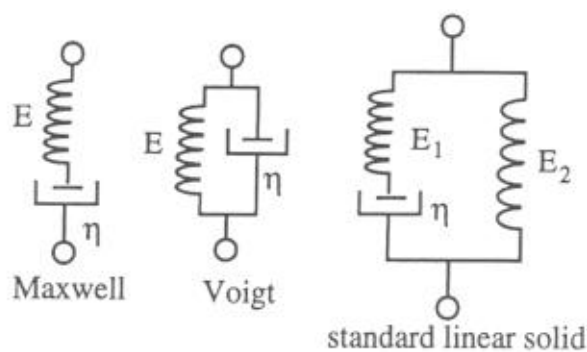


Figura 3.20 Modelli reologici base

### 4.3.1 Modello di Maxwell

Il modello di Maxwell è costituito da una molla di rigidezza  $K$  e da un elemento viscoso caratterizzato dal parametro  $\eta$  e in serie; i due elementi sono soggetti alla stessa tensione. Se  $\varepsilon_m$  e  $\varepsilon_v$  sono rispettivamente le deformazioni della molla e dello stantuffo si ottiene:

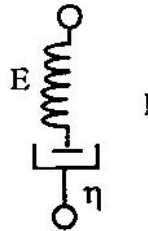


Figura 3.21 Modello di Maxwell

$$\varepsilon_m = \frac{\sigma}{E} \quad \varepsilon_v = \frac{\sigma}{\eta} \times t$$

Se all'istante  $t=0$  viene applicata al sistema una tensione costante pari a  $s$  la funzione della deformazione nel tempo diventa:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \times t \quad J(t) = \frac{1}{E} + \frac{t}{\eta}$$

La deformazione totale è somma di due contributi, il primo indipendente dal tempo, istantaneo, il secondo, funzione lineare del tempo.

Se allo stesso modello si applica una deformazione unitaria costante (strain), si ottiene la curva di rilassamento di equazione:

$$E(t) = E \cdot e^{-t/\tau_r}$$

Con  $\tau_r = \eta/E$  detto tempo di rilassamento. Rappresenta il tempo necessario per una riduzione della sollecitazione del 36,8 %.

### 4.3.2 Modello di Kelvin e Voigt

Questo modello viene rappresentato dalla combinazione di una molla di rigidità  $K$  e di un elemento viscoso con viscosità  $\eta$  in parallelo. In questo caso la sollecitazione totale  $\sigma$  sarà la somma delle sollecitazioni degli elementi in parallelo.

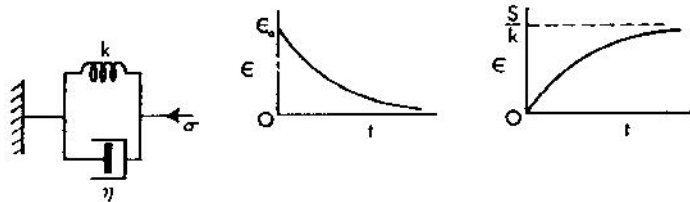


Figura 3.22 Modello di Kelvin

$$\sigma = \eta \times \frac{d\varepsilon}{dt} + K \times \varepsilon$$

Questa equazione differenziale può essere risolta utilizzando la trasformata di Laplace.

Imponendo a  $t = 0$  un valore costante istantaneo della tensione si ottiene l'equazione differenziale

$$\eta \times \frac{d\varepsilon}{dt} + K \times \varepsilon = \sigma$$

La soluzione per  $\varepsilon = 0$  per  $t = 0$  diventa:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{K} \times (1 - e^{-t/t_1})$$

con  $t_1 = \eta/K$  tempo di ritardo. Esso rappresenta il tempo necessario per raggiungere il 63,2 % delle deformazioni totali.

Questa legge esprime molto bene la viscosità primaria (transient creep).

Ipotesizzando che, il modello sollecitato in modo tale da presentare una deformazione  $\varepsilon_0$ , all'istante  $t = 0$ , venga scaricato istantaneamente si ottiene la seguente equazione differenziale:

$$\eta \times \frac{d\varepsilon}{dt} + K \times \varepsilon = 0$$

Risolvendo tale equazione per  $t = 0$  si ottiene:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \left(1 - e^{-t/t_1}\right)$$

#### 4.3.3 Il modello di Burgers

Il modello di Burgers è costituito da un modello di Kelvin in serie con il modello di Maxwell. La soluzione di questo modello quando all'istante iniziale  $t=0$  viene applicata istantaneamente un sollecitazione costante è data dall'equazione:

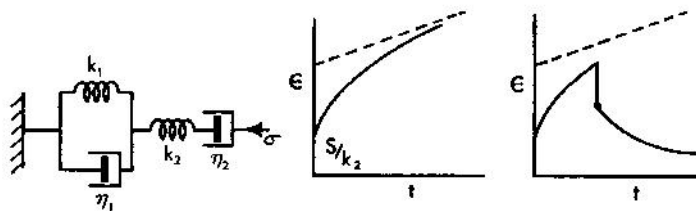


Figura 3.23 Modello di Burgers

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{K_2} + \frac{\sigma}{K_1} \times \left(1 - e^{-t/t_1}\right) + \frac{\sigma}{\eta_2} \times t$$

dove  $t_1 = \eta_1 / K_1$

Questo modello dà una semplice ma efficace rappresentazione con deformazione istantanea, del creep primario seguito da un tratto di viscosità secondaria o regolare.

#### 4.3.4. Il Modello generalizzato

Comprende un modello di Maxwell in serie con n modelli di Kelvin. L'equazione seguente è la soluzione del modello.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{K_0} + \sum_{i=1}^n \frac{\sigma}{K_i} \times (1 - e^{-t/\tau_i}) + \frac{\sigma}{\eta_2} \times t$$

#### 4.3.5 Modello Standard

Comprende un modello di Maxwell in parallelo con una molla.

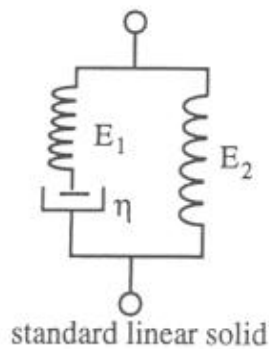


Figura 3.24 Modello standard

La funzione di rilassamento è una funzione esponenziale decrescente:

$$E(t) = E_2 + E_1 \cdot e^{-t/\tau_R}$$

Lo stesso modello rappresenta anche la funzione di creep. La funzione di scorrimento (Compliance) diventa:

$$J(t) = \frac{1}{E_2} - \frac{E_1}{E_2 \cdot (E_1 + E_2)} \cdot e^{-t/\tau_C}$$

Con  $\tau_C$  detto tempo di ritardo.

$$\tau_C = \tau_R \cdot \frac{(E_1 + E_2)}{E_2}$$

#### 4.4 LEGGI EMPIRICHE

Le curve di creep possono essere rappresentate molto semplicemente con leggi matematiche. Le leggi utilizzate soprattutto per la viscosità primaria sono fondamentalmente di due tipi funzioni: di potenza e esponenziali.

$$\varepsilon(t) = A \times t^b \qquad \varepsilon(t) = A \times (1 - e^{-t/b})$$

Queste leggi sono molto utili per rappresentare una serie di dati sperimentali ottenuti in un tempo piuttosto limitato. Esse non possono essere utilizzate per predire comportamenti di sistemi più complicati con la sollecitazione variabile nel tempo. In questo caso si prestano molto bene i modelli reologici lineari.

#### 4.5 INDAGINI SPERIMENTALI

Per la caratterizzazione delle proprietà viscoelastiche di un materiale le prove sperimentali sono:

- Rilassamento
- Creep – recovery
- Prove dinamiche in condizioni di moto oscillatorio

Con i dati sperimentali di queste prove, è possibile ricavare i parametri dei modelli reologici o delle funzioni scelte per l'interpretazione della prova, con tecniche di interpolazioni non lineare.



## 5. PROVE DI LABORATORIO E IN SITO PER CARATTERIZZARE IL COMPORTAMENTO DEI TERRENI (LA PORTANZA)

Tra le caratteristiche meccaniche dei terreni, quella che maggiormente interessa l'ingegnere stradale, è la "portanza". Essa è definita come la capacità dei terreni di subire carichi verticali compatibilmente con una deformazione prefissata. Le deformazioni, come già visto nel paragrafo precedente, possono essere reversibili e irreversibili. Tra le prime ci sono le deformazioni elastiche istantanee e quelle viscoelastiche. Nelle seconde si trovano le deformazioni plastiche istantanee e le deformazioni plastiche di natura viscosa. Dalla definizione di portanza si evince facilmente che essa dipende da tutti i fattori che influenzano i cedimenti sotto l'azione di un carico esterno. Tra questi figurano la natura del terreno, la forma, la dimensione e l'assortimento dei granuli, la massa volumica del secco (o la percentuale dei vuoti), il suo contenuto in acqua, l'intensità del carico applicato, la velocità di applicazione dei carichi, la superficie d'impronta, il numero di ripetizioni del carico.

La portanza può essere valutata con modalità diverse determinando dei indicatori di portanza. Alcuni di questi, hanno un carattere prettamente empirico, altri sono derivati da una trattazione teorica. I primi rappresentano una misura convenzionale della capacità portante che tiene conto complessivamente del comportamento di un terreno sotto l'azione dei carichi. I secondi si identificano con un comportamento teorico del terreno, precisamente il semispazio elastico lineare omogeneo ed isotropo alla Boussinesq (tipo *Elastic Solid*) o il mezzo elastico lineare (Tipo *Dense Liquid*) caratterizzato dal fatto che in ogni punto il cedimento dipende esclusivamente dal carico verticale ivi applicato.

### 5.1 PROVE STATICHE

#### 5.1.1. Modulo statico Est ricavato con prove triassiali

Il modulo viene ricavato da una prova triassiale statica. Esso è definito dalla tangente trigonometrica dell'angolo formato dalla secante alla curva tensione deviatorica in funzione della deformazione unitaria nel punto del carico massimo.

$$E_{St} = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d \varepsilon_1}$$

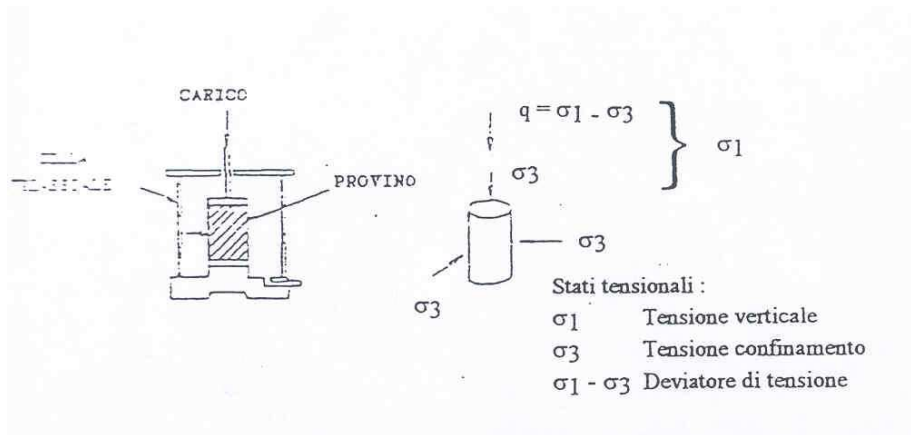


Figura 3.25 Prova triassiale statica

Il modulo così definito non è unico ma varia con l'intensità del carico e con la tipologia di terreni. In particolare cresce all'aumentare della sollecitazione sferica e decresce all'aumentare di quella deviatorica.

### 5.1.2 Modulo elastico statico Est ricavato con prova di carico con piastra

Il procedimento per la valutazione del modulo elastico Est statico consiste nel applicare, attraverso una piastra rigida circolare, una pressione costante sulla superficie del sottofondo e misurare il cedimento della piastra stessa. Applicando la teoria di Boussinesq il cedimento in superficie al centro della piastra è dato dalla seguente espressione:

$$f = \frac{\pi}{2} \times \frac{q \times a}{E} \times (1 - \nu^2)$$

Essendo

E il modulo elastico

$\nu$  il coefficiente di Poisson

q la pressione trasmessa dalla piastra circolare

a il raggio della piastra

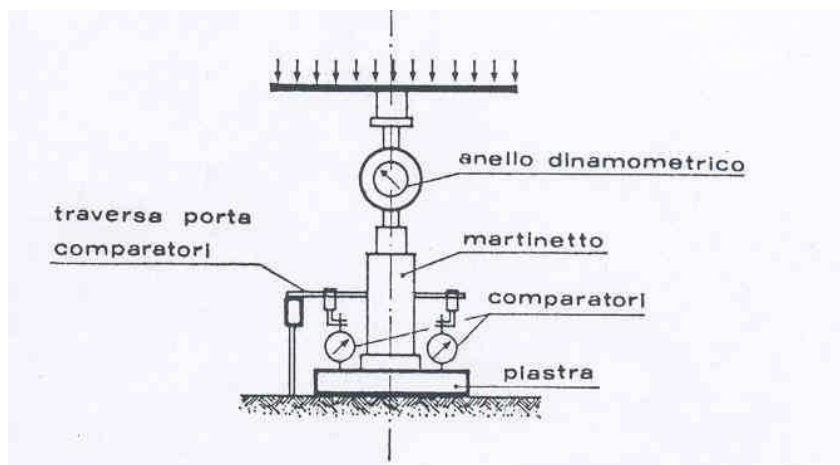


Figura 3.26 Prova di portanza con piastra circolare

L'utilizzazione della teoria del Boussinesq per la determinazione del modulo statico di un terreno porta a una sua valutazione corretta, nei limiti in cui i valori dell'espressione indicata sono confermati dagli esiti di prove sperimentali. L'equazione del cedimento teorico secondo le ipotesi di Boussinesq, in un diagramma avente come ascissa il rapporto  $P/A$  (perimetro e area della piastra) ed in ordinate i valori  $q/f$ , è rappresentata da una retta uscente dall'origine del grafico (Fig. 3.28).

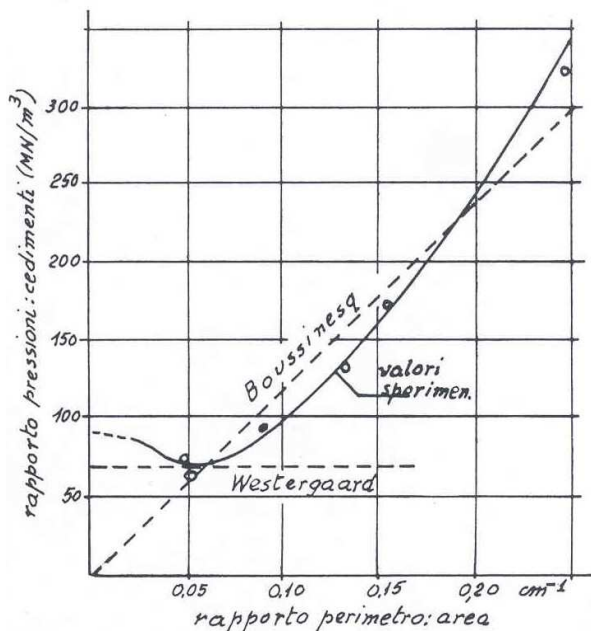


Figura 3.27 Prova di portanza con piastra circolare

L'indagine sperimentale dimostra che il diametro della piastra ha un'influenza, non trascurabile, nella valutazione del cedimento (Fig. 3.28). Se ne deduce che l'utilizzazione di una prova di portanza con

piastra, per rappresentare il terreno di sottofondo con il modello del solido elastico alla Boussinesq, deve essere limitata a valori del rapporto  $P/A$  maggiori o uguali a 0,06 che corrispondono a diametri della piastra inferiori a 76 cm.

Le prove di carico con piastra si distinguono in prove a ciclo unico e a cicli ripetuti. Nelle prove a ciclo unico l'esito di una prova può essere rappresentata dalla figura 3.29. Si osserva una deformazione totale che al cessare del carico parzialmente viene recuperata. Si potrà determinare quindi un cedimento della piastra elastico e uno plastico.

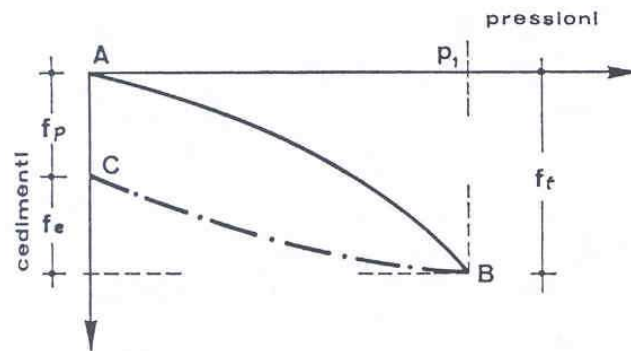


Figura 3.28 Ciclo di carico e scarico di una prova di portanza

Nelle prove a cicli ripetuti, dopo un certo numero di cicli si può constatare una stabilizzazione della risposta elastica ( $f_e$  è praticamente costante) e una diminuzione dell'aliquota plastica con le ripetizioni dei carichi (fig. 3.30 e 3.31).

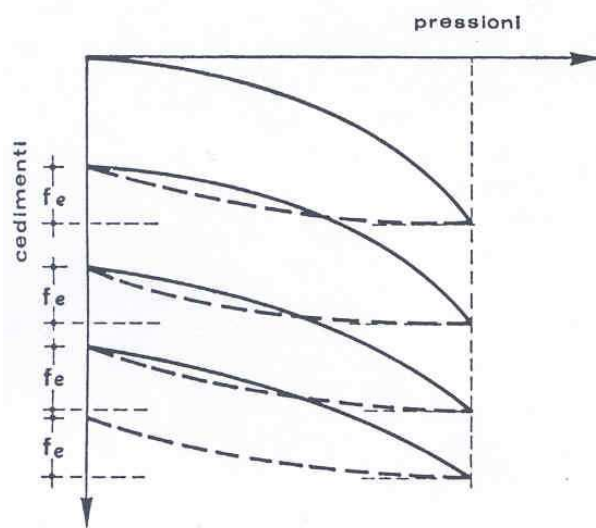


Figura 3.29 Prova con carichi ripetuti

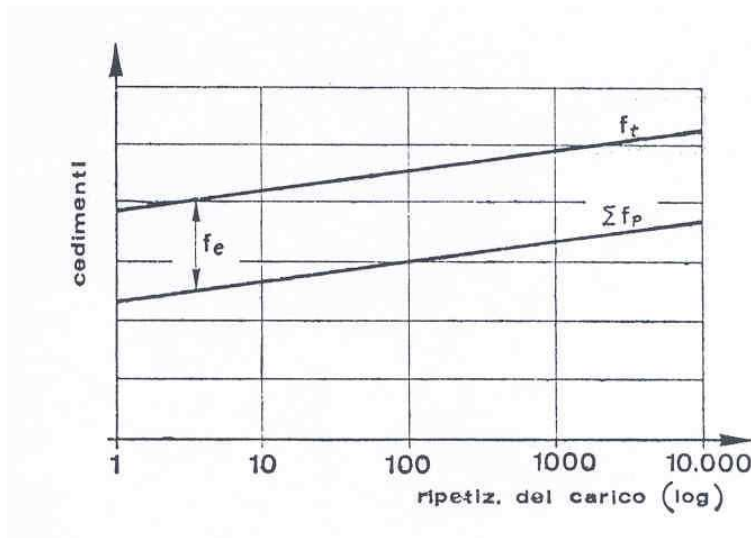


Figura 3.30 Cedimenti della piastra in funzione del numero dei cicli

Da quanto indicato si evince che una prova di carico con piastra porta a risultati (cedimenti) diversi a seconda della modalità della prova (ciclo unico o cicli ripetuti). Sull'entità del cedimento da assumere nel calcolo del modulo di deformazione di un terreno non c'è uniformità di scelta. Alcuni indicano il cedimento totale al primo ciclo di carico, altri fanno riferimento al cedimento dopo diversi cicli di carico, altri ancora propongono di considerare esclusivamente i cedimenti reversibili. Quest'ultimo criterio, vista l'origine dell'espressione per il calcolo del modulo (teoria dell'elasticità), sembra il più adatto.

Per quanto riguarda la scelta del valore di pressione esercitata dalla piastra  $q$ , nella determinazione del modulo elastico, è necessario tener conto del comportamento non lineare dei terreni, cioè la risposta (cedimento della piastra) non è proporzionale al carico applicato. Ciò comporta una scelta di pressione  $q$  della prova in funzione della tipologia di opera che si sta valutando (tab. UNI 11531).

La schematizzazione del sottofondo come spazio elastico, oltre al modulo elastico, richiede di definire anche il coefficiente di Poisson  $\nu$ . La determinazione di questo parametro può condursi misurando la deformazione radiale  $\varepsilon_r$  che si ha nella prova triassiale. La valutazione della deformazione radiale può farsi attraverso la variazione di volume del campione nel seguente modo:

$$\frac{\Delta V}{V} = \varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2 \cdot \varepsilon_r$$

$$\nu = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_1} = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon_v}{\varepsilon_1} \right)_r$$

### 5.1.3. Modulo di reazione del terreno

Il modulo di reazione  $K$  del sottofondo si determina con una prova di carico su piastra a ciclo unico simile a quella utilizzata per determinare il modulo elastico. La differenza più importante riguarda il diametro della piastra che per tale prova deve superare i 76 cm perché solo così il parametro  $K$ , definito come rapporto tra la pressione esercitata dalla piastra e il cedimento corrispondente, risulterà indipendente dalla dimensione della piastra. (Fig. 3.28)

$$K = \frac{P}{f} \quad [\text{Pa/mm}]$$

L'US Corp of Engineers propone di valutare  $K$  in base al cedimento totale provocato da un carico che trasmette sul terreno una pressione di 0,07 MPa. Altri indicano di misurare la pressione che comporta un cedimento di 1/10 di inch e con questi valori calcolare il modulo di reazione.

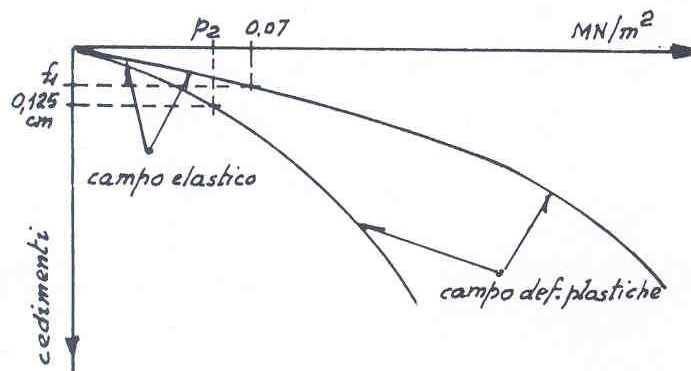


Figura 3.31 Curva Cedimenti e pressioni sul terreno

Se la curva delle deformazioni in funzione delle pressioni applicate alla piastra, presenta nella fase iniziale di carico un andamento non lineare, si consiglia, nella determinazione del cedimento in corrispondenza della pressione di prova, di trascurare la prima parte della curva con il procedimento grafico della figura 3.33.

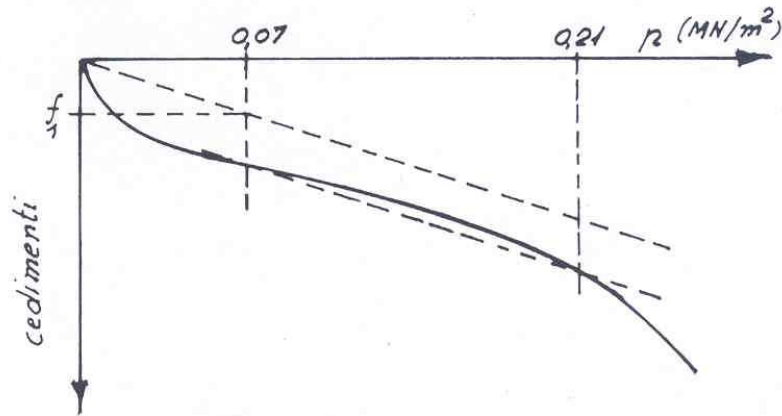


Figura 3.32 Curva Cedimenti e pressioni corretta

#### 5.1.4 Modulo di deformazione $M_d$

Il modulo di deformazione  $M_d$  introdotto dalla SNV e normalizzato anche in Italia dalle norme CNR – B.U. n° 9 del 11.12.1967, dà una misura convenzionale della capacità portante dei terreni. Viene valutato effettuando una prova di carico a ciclo unico con piastra, generalmente di diametro 30 cm.

$$M_d = \frac{\Delta p}{\Delta f} \times D$$

$D_p$  = incremento di pressione sulla piastra. Per terreni di sottofondo 0,1 MPa

$D_f$  = corrispondente cedimento della piastra

$D$  = diametro della piastra.

Il rapporto tra il modulo di deformazione valutato nel secondo ciclo e quello del primo ciclo è un ottimo indicatore dell'addensamento del terreno.

ESEMPIO

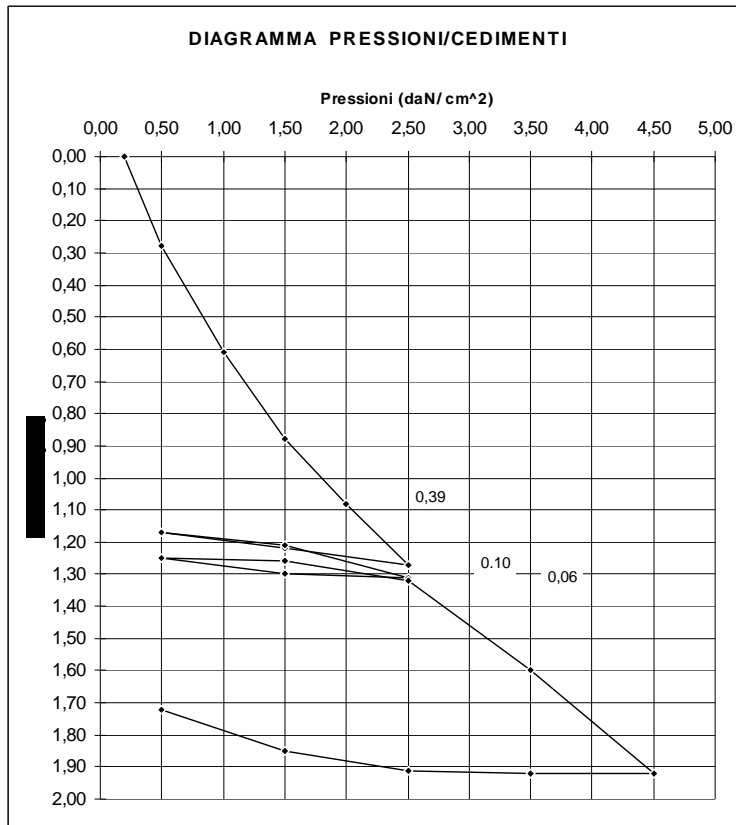
I° CICLO :	0,50 -	daN/cm <sup>2</sup>	Md1 =	500	daN/ cm <sup>2</sup>
	1,50				
I° CICLO :	1,50 -	daN/ cm <sup>2</sup>	Md1 =	769	daN/ cm <sup>2</sup>
	2,50				
II° CICLO :	0,50 -	daN/ cm <sup>2</sup>	Md2 =	7500	daN/ cm <sup>2</sup>
	1,50				
II° CICLO :	1,50 -	daN/ cm <sup>2</sup>	Md2 =	3000	daN/cm <sup>2</sup>
	2,50				

*Tabella 3.1 Prova di portanza con piastra*

PIASTRA CIRCOLARE:

DIAMETRO  $\phi$  = 30,00 cm SUP. S = 707 cm<sup>2</sup>





*Figura 3.33 Prova di portanza con piastra*

### 5.1.5 Indice CBR

E' un parametro che fornisce una valutazione indiretta della portanza del terreno attraverso una prova di penetrazione in sito o su un campione in laboratorio. Anche se le condizioni della prova pongono il terreno in condizioni molto lontane da quelle di un sottofondo stradale, per le elevate deformazioni plastiche indotte dalla prova, il valore che si ottiene sta alla base di quasi tutti i metodi empirici di dimensionamento delle pavimentazioni stradali.

La prova consiste nel rilevare il diagramma pressioni esercitate dalla sonda in funzione dei cedimenti, quando essa viene fatta penetrare, con una velocità predeterminata, nel terreno in esame contenuto in una fustella, opportunamente addensato.

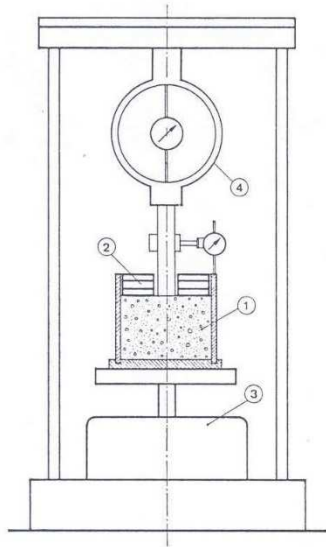


Figura 3.34 Apparecchiatura CBR

Tali valori si rapportano a quelli analoghi ottenuti su un campione di riferimento. I carichi di riferimento per il terreno campione sono 70 e 105 daN/cm<sup>2</sup> rispettivamente per un affondamento di 2,5 e 5,0 mm. Verrà assunto come indice CBR il valore maggiore dei due valori calcolati in corrispondenza dei due affondamenti con le seguenti espressioni:

$$CBR_{2,5} = \frac{P_{2,5}}{70} \times 100$$

$$CBR_{5,0} = \frac{P_{5,0}}{105} \times 100$$

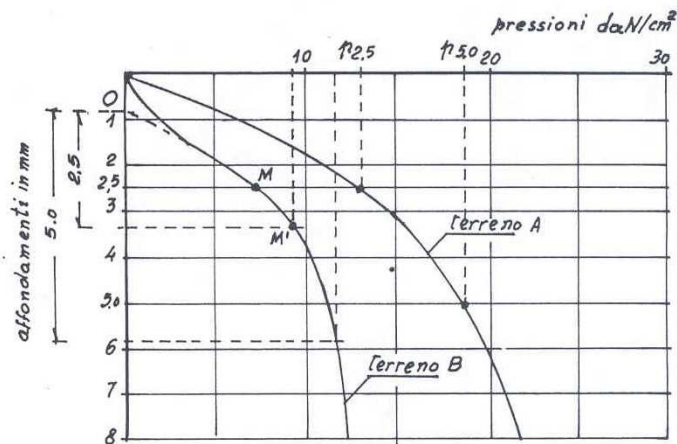


Figura 3.35 Prova CBR

Si osserva ancora che l'indice CBR, a parità di energia di addensamento, dipende dalla percentuale d'acqua presente nel campione. Ciò avviene anche quando il campione è sottoposto alla saturazione. La legge di variazione dell'indice CBR con il contenuto d'acqua è del tutto simile a quella del costipamento. Si osserva un valore massimo della portanza espressa in percentuale CBR in corrispondenza di una percentuale d'acqua. In generale, il valore massimo di densità del secco, ed il valore massimo dell'indice CBR, non si hanno in corrispondenza dello stesso contenuto di acqua (Fig. 3.37)

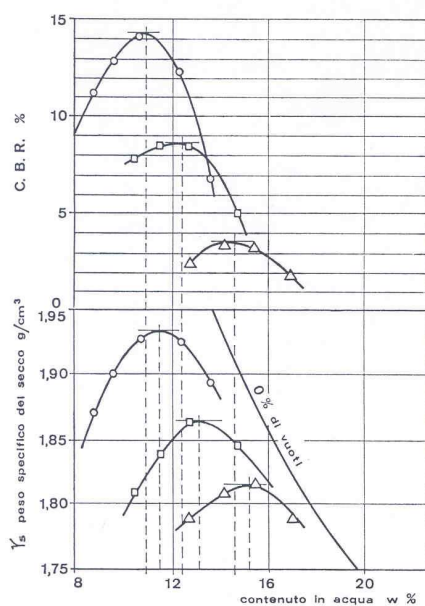


Figura 3.36 Curve di addensamento e CBR in funzione della percentuale d'acqua

## 5.2. PROVE DINAMICHE

### 5.2.1 Modulo resiliente e comportamento non lineare.

Il terreno, come già affermato nell'introduzione a questo capitolo, è un materiale in cui le deformazioni non sono soltanto elastiche ma anche permanenti. Inoltre esse dipendono anche dal tempo di applicazione del carico. Tuttavia sotto l'azione di carichi ripetuti come quelli del traffico stradale le deformazioni sono quasi totalmente reversibili e il terreno può considerarsi come elastico. Per utilizzare in maniera corretta la teoria dei solidi elastici nella modellazione dei terreni, si ricorre al modulo resiliente che trasforma un comportamento visco-elastico in uno elastico associato (equivalente). Con un carico applicato piccolo in rapporto alla resistenza del terreno, dopo un certo numero di ripetizioni, la deformazione reversibile a ogni ripetizione del carico è, praticamente, costante e il terreno può considerarsi elastico.

Il modulo resiliente viene definito come il rapporto tra il deviatore di tensione  $q$ , per esempio misurato in una prova triassiale dinamica, e la corrispondente deformazione assiale reversibile.

$$M_R = \frac{q}{\varepsilon_r} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\varepsilon_r} \quad M_R = \frac{\sigma_d}{\varepsilon_r}$$

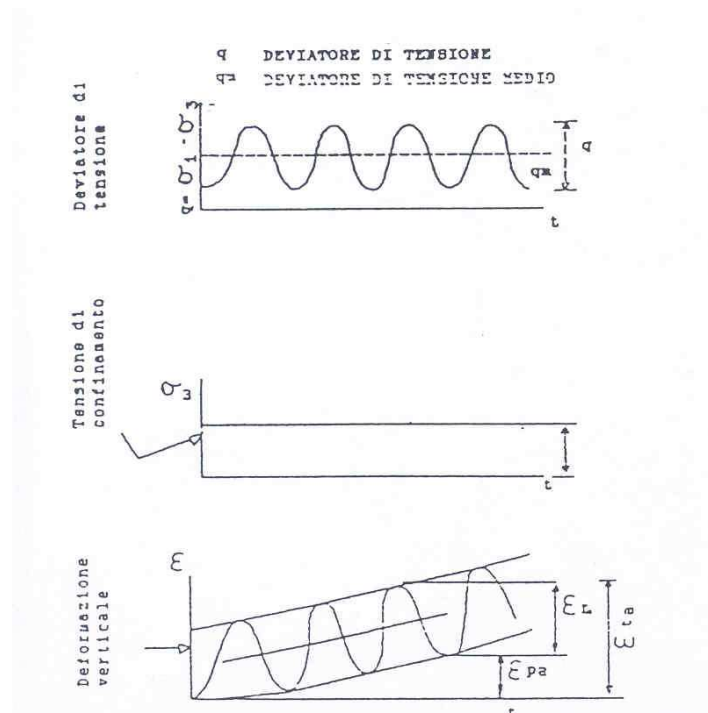


Figura 3.37. Modulo resiliente

dove:

$\sigma_d$  = tensione deviatorica

$\varepsilon_r$  = deformazione reversibile

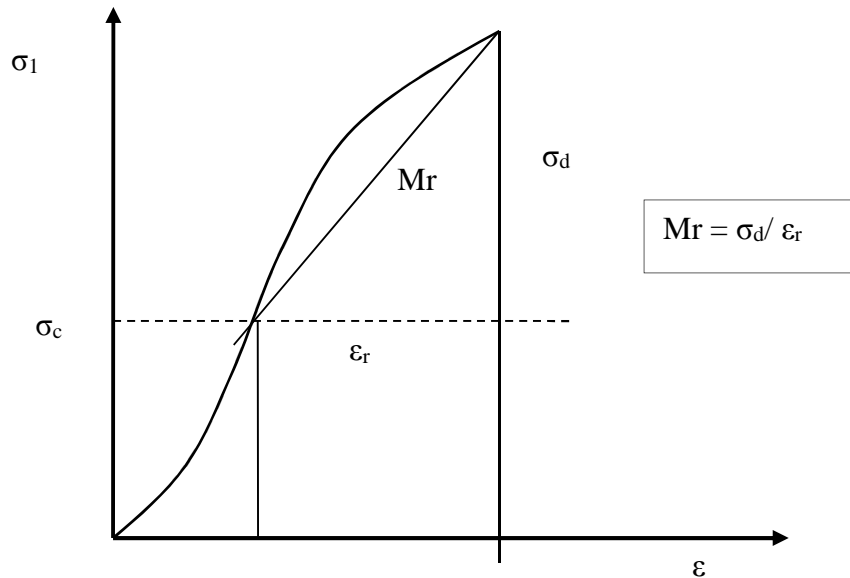


Figura 3.38. Definizione di Modulo resiliente come modulo secante

Il modulo resiliente è impiegato nell'analisi tensionale di una sovrastruttura stradale per caratterizzare i materiali non legati come il terreno di fondazione, l'eventuale strato di base non legato e il terreno di sottofondo.

Nella prova triassiale dinamica, usata per determinare il modulo resiliente, il campione preliminarmente è soggetto ad una pressione idrostatica di confinamento  $\sigma_c$  che induce una deformazione iniziale unitaria  $\epsilon_c$  uguale nelle tre direzioni per un materiale isotropo. A questo punto la sollecitazione assiale  $\sigma_1$  con cicli con valori compresi tra  $\sigma_c$  e  $\Delta\sigma$ , induce analoghi cicli di deformazioni reversibili. Il rapporto tra  $\Delta\sigma$  (tensione deviatorica) e la  $\Delta\epsilon_r$  è il modulo resiliente.

Il modulo resiliente per materiali non legati dipende dallo stato della sollecitazione. Nel tempo sono stati proposti diversi modelli non lineari sia per terre granulari sia per quelle coesive.

Per quanto riguarda i terreni granulari, i modelli più usati sono riportati nella tabella 3.2. Il modello più diffuso è indubbiamente quello in cui il modulo resiliente è espresso in funzione del primo invariante della sollecitazione (bulk stress), trascurando completamente l'effetto della sollecitazione di taglio.

Modello	Espressione	Costanti
	$M_R = k_1 \times \Theta^{k_2}$	K <sub>1</sub> k <sub>2</sub>
UZAN	$M_R = k_1 \times \Theta^{k_2} \times \sigma_d^{k_3}$	K <sub>1</sub> k <sub>2</sub> k <sub>3</sub>
UT - Austn	$M_R = k_1 \times \sigma_d^{k_2} \times \sigma_3^{k_3}$	K <sub>1</sub> k <sub>2</sub> k <sub>3</sub>
UT El Paso	$M_R = k_1 \times \Theta^{k_2} \times \varepsilon_a^{k_3}$	K <sub>1</sub> k <sub>2</sub> k <sub>3</sub>
Boyce	$M_R = \frac{9KG}{3K + G}$ $K = K_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^{(1-n)} \times \left[ 1 - \beta \left( \frac{q}{p} \right)^2 \right]^{-1}$ $G = G_a \left( \frac{p}{p_a} \right)^{(1-n)}$	K <sub>a</sub> G <sub>a</sub> n

Tabella 3.2 Terreni granulari

Dove:

$\Theta$  = primo invariante della sollecitazione o bulk stress =  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$

$\sigma_d$  = tensione deviatorica  $\sigma_2 - \sigma_3$

$q$  = tensione deviatorica

$\sigma_2 = \sigma_3$  = pressione di confinamento

$M_r$  = Modulo resiliente

$K$  = modulo di bulk

$G$  = modulo di taglio

$\varepsilon_a$  = deformazione unitaria assiale

$p$  = sollecitazione normale media

Il modulo resiliente di terre coesive dipende principalmente dalla tensione deviatorica e dalla percentuale d'acqua. I modelli più diffusi sono quelli presentati nella tabella 3.3.

Modello	Espressione	Costanti
Bi - lineare	$M_R = k_2 + k_3 \times (k_1 - \sigma_d)$ $k_1 > \sigma_d$ $M_R = k_2 + k_4 \times (\sigma_d - k_1)$ $k_1 < \sigma_d$	K <sub>1</sub> k <sub>2</sub> k <sub>3</sub> K <sub>4</sub>
Potenza	$M_R = k_1 \times \sigma_d^{k_3}$	K <sub>1</sub> k <sub>3</sub>
Dawson Correia	$M_R = k_1 + k_2 p'_0 - k_3 \sigma_d$	K <sub>1</sub> k <sub>2</sub> k <sub>3</sub>
	$M_R = f(E_{\max} \varepsilon_a)_a$	E <sub>max</sub>

Tabella 3.3. Terreni coesivi

La forma più generale di questi modelli, valida per qualsiasi terreno, è quella proposta da Andrei

$$M_R = K_1 \times p_a \times \left( \frac{\vartheta - 3K_6}{p_a} \right)^{K_2} \times \left( \frac{\tau_{oct}}{p_a} + K_7 \right)^{K_3}$$

dove:

Mr = Modulo resiliente

θ = Primo invariante della tensione (bulk stress)  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$  in corrispondenza del picco di carico che per la prova triassiale diventa  $3\sigma_c + \sigma_1$

τ<sub>oct</sub> = sollecitazione di taglio ottaedrale in corrispondenza del picco di carico

$$\tau_{oct} = \sqrt{\left\{ \frac{1}{9} \times [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2] + \frac{2}{3} \times [\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 + \tau_{23}^2] \right\}}$$

Nel caso della prova triassiale l'espressione del taglio ottaedrale diventa:

$$\tau_{oct} = \frac{\sqrt{2}}{3} \times \sigma_d$$

$p_a$  = pressione atmosferica (fattore di normalizzazione)

$k_1$ -  $k_7$  costanti di regressione per caratterizzare i diversi materiali

AASHO 2002 Design Guide, propone il seguente modello semplificato per caratterizzare i materiali non legati delle sovrastrutture stradali ponendo  $K_6=0$  e  $K_1 =1$ .

$$M_R = K_1 \times p_a \times \left( \frac{\vartheta}{p_a} \right)^{K_2} \times \left( \frac{\tau_{oct}}{p_a} + 1 \right)^{K_3}$$

L'espressione completa 1 del modello, o le sue forme semplificate, rappresentano le funzioni ideali per cogliere il comportamento dei materiali durante una prova triassiale. Tuttavia l'implementazione di queste espressioni, nel calcolo numerico agli elementi finiti, o nel metodo delle celle, presentano alcune difficoltà.

Dall'esito di una prova triassiale si può ricavare, nel piano Modulo resiliente in funzione del primo invariante della sollecitazione, in doppia scala logaritmica, una serie di punti. Con una interpolazione lineare si ottiene la funzione riportata in figura 3.40.

$\sigma_3=\sigma_2$	$\sigma_d$	$\sigma_1$	$\epsilon_1$	$\theta$	Mr
[psi]	[psi]	psi	*10-4	psi	psi
2	6	4	5,8	12	10344,83
5	15	10	7,4	30	20270,27
10	30	20	9,5	60	31578,95
20	60	40	11,4	120	52631,58
2	6	4	6	12	10000

Tabella 3.4 Dati di una prova triassiale



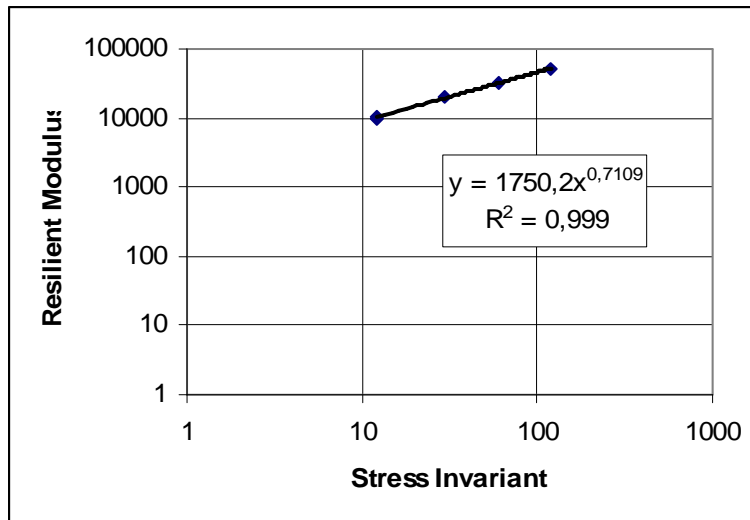


Figura 3.39 Interpolazione per il calcolo del modulo resiliente

E' noto che le proprietà meccaniche, in particolare per terreni fini, sono molto sensibili alla variazione del loro contenuto d'acqua. Recentemente è stata proposta dalla NCHRP nel nuovo metodo meccanicistico per il dimensionamento delle sovrastrutture stradali, il seguente modello per aggiustare i valori dei moduli resilienti dei materiali non legati e del sottofondo in funzione della percentuale d'acqua:

$$M_R = 10^{\frac{a+b}{1+\exp[\beta+k_s \cdot (S-S_0)]}} \times M_{Ropt}$$

Dove:

$M_R$  = modulo resiliente ad un determinato grado di saturazione

$S$  = grado di saturazione del materiale nella prova

$M_{Ropt}$  = Modulo resiliente in corrispondenza della massima densità del secco e con la percentuale d'acqua ottima.

$S_0$  = grado di saturazione al contenuto d'acqua ottimo.

$a$  = minimo di  $\log(M_R/M_{Ropt})$

$b$  = massimo di  $\log(M_R/M_{Ropt})$

$\beta$  = parametro ottenuto come funzione di  $a$  e  $b = \ln^*(-a/b)$

$K_s$  = parametro di regressione

Per terre fini i valori raccomandati dei parametri sono:

$$a = -0,5934, \quad b = 0,4, \quad \beta = -0,3944 \quad K_s = 6,1324$$

Per terre con granuli grossi i parametri sono:

$$a = -0,3123, \quad b = 0,3 \quad K_s = 6,8157$$

L'AASTHO nel recente metodo meccanicistico di dimensionamento delle pavimentazioni flessibili proposto, individua (Livello 2 e 3), per la stima del modulo resiliente delle correlazioni con gli indici per la caratterizzazione dei terreni e alcune loro proprietà fisiche. Il modello più utilizzato fornisce il modulo resiliente  $M_r$  in funzione del parametro di portanza CBR. Inoltre viene indicata anche una semplice correlazione per stimare l'indice CBR di un terreno in funzione della percentuale del passante al setaccio 200 ASTM (0,074mm) e l'indice di plasticità IP.

$$M_r = 2555 \times CBR^{0,64}$$

Con CBR espresso in percentuale e MR in psi

$$CBR = \frac{75}{1 + 0,728 \cdot (P_{200} \times IP)}$$

Dove:

$P_{200}$  è la percentuale di passate al setaccio n. 200 della serie ASTM (0,074 mm)

IP è l'indice di plasticità della terra.

L'AASTHO inoltre propone dei valori medi del modulo resiliente del sottofondo in relazione al gruppo di appartenenza dei terreni. Nella tabella 3.5 sono indicati anche dei valori minimi e massimi tenendo conto della variabilità di tale grandezza in funzione dello stato tensionale e delle condizioni ambientali (tenore d'acqua).

AASTHO	MODULO RESILIENTE		
	Min	Max	Media
	MPa	MPa	MPa
A1-a	265,65	289,8	276
A1-b	244,95	276	262,2
A2-4	193,2	258,75	220,8
A2-6	165,6	227,7	193,2
A2-7	148,35	213,9	165,6
A3	169,05	244,95	200,1
A4	148,35	200,1	165,6
A5	117,3	175,95	138
A6	93,15	165,6	117,3
A7-5	55,2	120,75	82,8
A7-6	34,5	93,15	55,2

*Tabella 3.5. Valori medi del modulo resiliente (AASTHO)*

### 5.2.2 Modulo dinamico ricavato con prove deflettometriche (FWD)

I metodi basati su prove deflettometriche consistono nella misurazione dei cedimenti in diversi punti della superficie stradale provocati da un carico esterno dinamico, e nel valutare in base ad essi i moduli dinamici degli strati della pavimentazione o nel caso del solo sottofondo un unico modulo dinamico.



*Figura 3.40 Deflettometro a massa battente per usi stradali (FWD)*

La misura delle deflessioni che sono del tipo viscoelastiche viene effettuata tramite almeno sette trasduttori accelerometrici (geofoni) disposti in linea sulla superficie stradale.

Il carico dinamico di tipo impulsivo viene generato dalla caduta di una massa  $M$  da una altezza  $h$  su un sistema di molle di rigidezza  $k$  che a loro volta trasmettono il carico su una piastra circolare posizionata sulla superficie stradale.

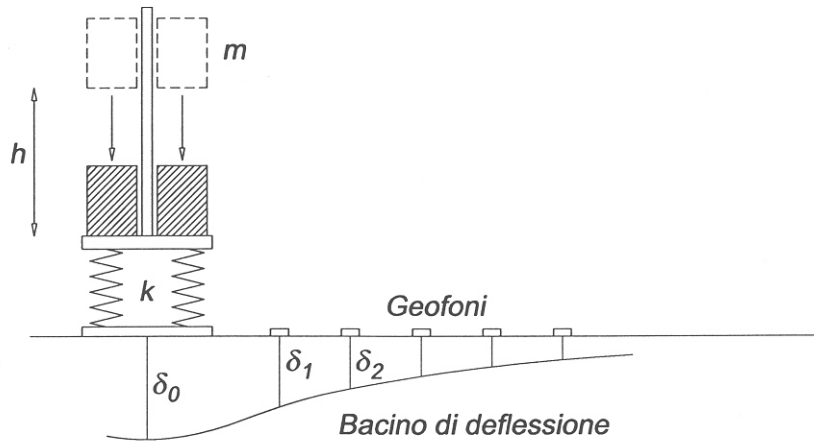


Figura 3.41 Deflettometro a massa battente (FWD)

Con un semplice bilancio energetico si può valutare la deformazione del sistema di molle e l'intensità massima del carico trasmessa dalle molle al piatto rigido  $F_{\max}$ .

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$$

$$x = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h}{k}}$$

$$F_{\max} = k \cdot x = \sqrt{2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot h}$$

Indicando con  $A$  l'area della piastra è possibile calcolare la pressione massima esercitata sulla superficie stradale

$$p_{\max} = \frac{F_{\max}}{A} = \frac{1}{\pi \cdot r^2} \times \sqrt{2 \cdot k \cdot m \cdot g \cdot h}$$

Al variare dei valori della massa e della costante elastica del sistema di molle si possono ottenere valori di pressione massima diversi. In commercio si possono trovare due tipi di deflettometro, in relazione alla forza massima, che riescono ad imporre alla piastra 120 KN o 250 KN. Il primo strumento (Falling Weight Deflectometer) è adatto per la misura dei moduli in campo stradale, il secondo (Heavy Weight Deflectometer) si usa in ambito aeroportuale.

La pressione raggiunge il suo valore massimo in un tempo, attorno ai 25 – 30 msec, che corrisponde al tempo dell'impulso trasmesso dalle ruote dei mezzi pesanti stradali quando essi viaggiano alla velocità di 60 - 80 Km/h.

## 6 CORRELAZIONI TRA GLI INDICATORI DELLA PORTANZA

I parametri di portanza che interessano i metodi di progetto delle pavimentazioni stradali sono:

- l'indice CBR, usato diffusamente nei metodi empirici per caratterizzare il sottofondo;
- il modulo resiliente  $M_R$ , necessario per indicare la deformabilità dei materiali non legati e del sottofondo, nella schematizzazione della sovrastruttura in un multi strato elastico;
- il modulo di reazione  $K$  nel dimensionamento delle pavimentazioni rigide
- il modulo di deformazione  $M_d$ , utile per caratterizzare l'addensamento dei terreni.

Le correlazioni che interessano questi parametri e utilizzate nella compilazione del catalogo delle pavimentazioni del CNR sono:

$$M_R = 10 \times CBR \quad [\text{MPa}]$$

Questa relazione è valida per valori del CBR saturo minori di 10

$$M_R = 0,49 \times K \quad [\text{MPa}]$$

$$K = 4,1 + 51,3 \times \log(CBR) \quad [\text{MPa/m}]$$

Questa relazione è valida per CBR compreso tra 2 e 30

$$K = -314,7 + 266,7 \times \log(CBR)$$

Questa relazione è valida per CBR compreso tra 30 e 100

Per quanto riguarda il modulo di deformazione  $M_d$ , molto adoperato in Italia, va considerato che purtroppo manca una correlazione con il modulo resiliente  $M_R$  e quindi dovrà farsi ricorso a relazioni indirette quali quelle che legano  $M_d$  al CBR

$$CBR = 0,20 \times M_d$$

$M_d$  è espresso in MPa

Nell'uso di questo tipo di procedura caratterizzata da una doppia correlazione occorre molta cautela in quanto i valori che ne risultano non sempre garantiscono una sufficiente affidabilità.

La figura 3.2 evidenzia le correlazioni tra le più note classifiche tecniche dei terreni e alcuni parametri di portanza tra i più diffusi in campo stradale.

## **7 CEDIMENTI PERMANENTI PER EFFETTO DI CARICHI RIPETUTI**

I cedimenti permanenti del terreno di sottofondo di una sovrastruttura flessibile che si sviluppano per effetto dei carichi da traffico, rappresentano come si vedrà in seguito, una causa di degrado delle pavimentazioni. Questo aspetto va valutato attentamente nella progettazione delle pavimentazioni con i metodi meccanicistici. Infatti, la presenza di deformazioni irreversibili sulla superficie del sottofondo che si accumulano nel tempo, contribuiscono alla formazione delle ormaie in superficie. La previsione delle deformazioni permanenti non è un problema di facile soluzione. Nei metodi di calcolo meccanicistici delle pavimentazioni stradali si tiene conto dei cedimenti permanenti nel sottofondo in due modi concettualmente diversi. Il primo metodo impone una verifica sulla sollecitazione verticale o sulla deformazione verticale massime nel terreno. Generalmente nei metodi di verifica più diffusi, il numero di ripetizioni del carico, per contenere la deformazione permanente entro limiti prefissati, è direttamente correlato alla deformazione unitaria elastica di compressione massima.

$$N = f_1 \cdot (\epsilon_c)^{-f_2}$$

I valori più comuni dei coefficienti  $f_1$  e  $f_2$  sono riportati nella tabella 3.6

AGENZIA		f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>	Profondità ormaie [in]
Asphalt Institute		1,365 x ·10 <sup>-9</sup>	4,477	0,5
SHELL	50 %	6,15 x ·10 <sup>-7</sup>	4,00	
	85 %	1,940 x ·10 <sup>-7</sup>	4,00	
	95 %	1,050 x ·10 <sup>-7</sup>	4,00	
U:K: TRL 85 %		6,180 x ·10 <sup>-8</sup>	3,95	0,4
Belgian RRC		3,050 x ·10 <sup>-9</sup>	4,35	

Tabella 3.6 Criteri per la verifica delle deformazioni permanenti

Si riporta anche l'espressione di Heuckelom che è stata utilizzata dal CNR per la verifica all'ormaiamento nel catalogo delle pavimentazioni stradali.

$$\sigma_v = \frac{0,006 \cdot E_{din}}{1 + 0,7 \cdot \log N}$$

Dove:

$E_{din}$  è il modulo dinamico del sottofondo (anche modulo resiliente)

$\sigma_v$  è la sollecitazione verticale massima di compressione nel sottofondo

$N$  è il numero di ripetizione del carico che provoca la sollecitazione  $\sigma_v$ .

Il secondo modo di valutare il degrado delle pavimentazioni flessibili associato al fenomeno dell'ormaiamento in superficie, è quello di stimare i cedimenti permanenti che si avranno al termine della vita utile della sovrastruttura per effetto delle ripetizioni dei carichi stradali in superficie. Ovviamente per conseguire questo risultato è necessario conoscere il modo di evolversi delle deformazioni permanenti in funzione del numero di ripetizioni del carico (prove di creep dinamico).

Il modello più semplice per valutare l'accumulo delle deformazioni permanenti negli strati non legati (fondazione e sottofondo) è quello proposto da Veverka (1979). L'autore propone una relazione non lineare tra l'accumulo delle deformazioni permanenti, il numero delle ripetizioni di un carico e la deformazione resiliente associata.

$$\varepsilon_p(N) = C \cdot N^\alpha \cdot \varepsilon_r^\beta$$

Dove:

$C, \alpha, \beta$  sono coefficienti della regressione ( $C=2 \quad \alpha = 0,3 \quad \beta=1$ )

$\varepsilon_r$  la deformazione unitaria resiliente

# **ESERCIZI CAPITOLO 3**

## **STATO TENSIONALE E DI DEFORMAZIONE**

(Stress and Strain analysis)

### ***ESERCIZIO 1***

Sulla superficie orizzontale di un semispazio indefinito omogeneo di terreno con una massa volumica del secco pari a  $2,18 \text{ g/cm}^3$ , e con una percentuale d'acqua del 8 %. e modulo resiliente 30 MPa, viene esercitata una pressione di 450 KPa, da una ruota singola caricata con 20 KN.

Determinare lo stato tensionale e di deformazione, alla profondità di 0,5 m dalla superficie, in corrispondenza dell'asse del carico e alla distanza radiale di un diametro dallo stesso. Calcolare, in questi due punti, il primo invariante della sollecitazione, tenendo conto anche dei carichi gravitazionali. Inoltre, valutare la deformazione massima (cedimento) in superficie.

I calcoli saranno eseguiti ricorrendo alla teoria del Boussinesq, con i diagrammi di Foster e Ahlvin e con il programma BISAR. Confrontare i risultati e indicare gli errori, in relazione alla soluzione esatta (Boussineq o BISAR).

### ***ESERCIZIO 2***

Con i dati dell'esercizio n. 1, tracciare l'andamento della sollecitazione verticale in superficie e alla profondità di 0,5 m, in funzione della distanza dall'asse del carico con il programma BISAR. Verificare le differenze in ampiezza e forma delle due curve trovate e interpretare i risultati.

Inoltre tracciare l'andamento delle sollecitazioni principali lungo l'asse del carico con la profondità tenendo conto prima del solo carico accidentale e poi anche del peso proprio del terreno. Si tracci l'andamento del primo invariante della sollecitazione.

### ***ESERCIZIO 3***



Un semispazio omogeneo, isotropo con Modulo resiliente di 25 MP e con coefficiente di Poisson di 0,5, è caricato sulla sua superficie dalla pressione di due ruote gemelle di un asse singolo di 80 KN. La superficie di contatto delle due ruote è di 0,12 m. La distanza tra gli assi delle due impronte circolari è di 0,40 m.

Determinare lo stato tensionale con la teoria del Boussinesq e con il Bisar nei seguenti punti critici:

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0,5 \text{ m};$$

$$x = 0, \quad y = 0,12 \text{ m} \quad z = 0,5 \text{ m};$$

$$X=0 \quad y = 0 \quad 0,20 \quad z = 0,5 \text{ m};$$

#### **ESERCIZIO 4**

Una prova di portanza con piastra circolare di 30 cm di diametro su un sottofondo ha dato il seguente esito: cedimento elastico della piastra 4,2 mm con un carico di 40 KN. Sul sottofondo viene posto uno strato addensato di base in MGNL dello spessore di 25 cm. La prova su piastra ripetuta sullo strato di base indica un cedimento elastico di 3 mm con un carico di 80 KN. Determinare lo spessore dello strato di base in grado di sostenere un carico di 400 KN con una pressione di 700 KPa con un cedimento massimo di 5 mm. Ipotizzare nel calcolo un terreno incompressibile.

#### **ESERCIZIO 5**

Un carico circolare di diametro pari a 30 cm esercita una pressione uniforme di 600 KP sulla superficie orizzontale di un semispazio indefinito, omogeneo e isotropo.

La massa volumica del terreno granulare è di 2,12 g/cm<sup>3</sup>;

il coefficiente di spinta a riposo è di 0,6;

il coefficiente di Poissoni di 0,35;

il modulo resiliente dipende dal primo invariante tensionale dalla seguente relazione:

$$M_R = 265 \cdot \theta^{0,55} \text{ con } M_r \text{ in MPa.}$$

Determinare la massima deformazione in superficie ipotizzando due scenari:

semispazio indefinito caratterizzato da un unico modulo resiliente,

Multistrato con moduli resilienti dipendenti dalla sollecitazione dello strato.

## ESERCIZIO 6

La prova dinamica (triassiale) per determinare il modulo resiliente di un terreno di sottofondo (AASHTO T274-82) granulare appartenente al gruppo A1b ha fornito i seguenti risultati:

Pressione di cella $\sigma_c$ KPa	Tensione deviatorica $\sigma_d$ KPa	Deformazioni reversibili $d_1$ $\mu\text{mm}$
138	6,9	6,7056
	13,8	12,5984
	34,5	30,0736
	69	58,0136
	103,5	87,0712
	138	112,268
103,5	6,9	6,604
	13,8	13,0048
	34,5	33,02
	69	63,5
	103,5	85,4202
	138	116,1288
69	6,9	8,2296
	13,8	17,0688
	34,5	44,196
	69	92,3544
	103,5	98,3488
34,5	6,9	12,9032
	13,8	25,0952
	34,5	56,4896
	69	98,6536
	103,5	146,5072
6,9	6,9	16,1544
	13,8	22,352
	34,5	68,6816
	51,75	82,804
	69	112,8776

Il campione presentava un'altezza di 102 mm.

Determinare il modello a due coefficienti  $K_1$   $k_2$ , anche nella forma adimensionale  $k_1$  e  $k_2$ .

## ESERCIZIO 7

Una prova di carico su piastra circolare di diametro 30 cm ha fornito le seguenti letture ai tre comparatori durante i due cicli di carico. Determinare il modulo di deformazione secondo le norme svizzere e il modulo Est.

### I CICLO

PRESSIONE [daN/cm <sup>2</sup> ]	LETTURE AI COMPARATORI [mm]		
	A	B	C
0,20	1,00	1,00	1,00
0,50	1,60	1,52	1,60
1,00	2,43	2,21	2,44
1,50	3,44	3,05	3,33
2,00	4,32	3,80	4,12
2,50	5,29	4,63	4,99
1,50	5,19	4,53	4,87
0,50	4,65	4,09	4,26

### II CICLO

PRESSIONE [daN/cm <sup>2</sup> ]	LETTURE AI COMPARATORI [mm]		
	A	B	C
0,50	4,65	4,09	4,26
1,50	4,94	4,31	4,58
2,50	5,55	4,86	5,18
1,50	5,49	4,79	5,09
0,50	5,08	4,45	4,62

### **ESERCIZIO 8**

Determinare lo spessore dello stato di una fondazione in MGNL (A1A) di una pavimentazione flessibile con un manto in conglomerato bituminoso pari a 18 cm (Modulo medio 8000 MPa e coefficiente di Poisson 0,35), in modo da limitare la pressione verticale esercitata sul sottofondo da un'asse standard da 80 KN. Il sottofondo presenta una portanza valutata attraverso una prova CBR in laboratorio alla densità massima della prova Proctor pari al 18 %.

### **ESERCIZIO 9**

Una pavimentazione in conglomerato bituminoso con le caratteristiche meccaniche riportate nella sottostante tabella, è interessata da un carico su ruota singola di 20 KN con pressione di 650 KPa.

Determinare l'andamento delle sollecitazioni verticali, in funzione della distanza dall'asse del carico, nei diversi strati della pavimentazione. In particolare si individui l'area di influenza del carico sulla superficie del sottofondo.

I strato	Tappeto	H1 = 3 cm	E* = 10000 MPa	v = 0,35
II strato	Binder	H2 = 5 cm	E* = 8000 MPa	v = 0,35
III strato	Base	H3 = 12 cm	E* = 6000 MPa	v = 0,35
IV strato	Fondazione	h4 = 25 cm	Mr = 250 MPa	v = 0,4
	Sottofondo		Mr = 50 MPa	v = 0,4

### **ESERCIZIO 10**

In una pavimentazione flessibile stradale (I dati sono quelli dell'esercizio n- 9), attraverso il programma BISAR individuare gli stati tensionali più significativi per il progetto della struttura (compressione massima nel sottofondo, e trazioni massime negli strati legati).

### **ESERCIZIO 11**

Il modello strutturale di una pavimentazione flessibile è un MEL a tre strati di cui quello superficiale in conglomerato bituminoso con un modulo resiliente medio di 8000 MPa è uno spessore 22 cm. Lo strato di fondazione dello spessore di 30 cm ha un comportamento non lineare con un modulo resiliente espresso attraverso il modello dell'esercizio n. 6. Il sottofondo può essere caratterizzato con un modulo resiliente costante e pari a 30 MPa. Determinare la deformazione massima in superficie, la tensione massima di trazione nello strato legato superficiale e la massima sollecitazione di compressione nel sottofondo.

### ***ESERCIZIO 12***

Con i dati strutturali dell'esercizio n. 11 determinare il numero massimo di ripetizioni di un asse singolo a ruote singole (Asse 40 KN  $q = 450$  KPa) compatibili con un accumulo di deformazioni permanenti nel sottofondo di 0,5 pollici. Il calcolo della sollecitazione massima di compressione sul sottofondo va fatto ricorrendo alla teoria di Boussinesq e al modello degli strati equivalenti.