	COGNOME	NOME	A/B	RISULTATO	Esercizio 1	Esercizio 2	Esercizio 3	Esercizio 4	Esercizio 5	Esercizio 6
1	**ANASTASIA**	Gian Paolo	**A**							
2	**BAU'**	Nicolas	**A**							
3	**BONENTI**	Riccardo	**A**							
4	**CASAGRANDE**	Claudia	**A**							
5	**COGNO**	Davide	**A**							
6	**COSCIA**	Dario	**A**							
7	**DAMIATA**	Gaia	**A**							
8	**DEL CONTE**	Mattia	**A**							
9	**KORRIKU**	Megi	**A**							
10	**MARCHESIN**	Stefano	**A**							
11	**MURRO**	Claudia	**A**							
12	**PELLIZZARI**	Marco	**A**							
13	**QUAIA**	Vittorio	**A**							
14	**RINALDIN**	Francesco	**A**							
15	**SAMASSA**	Filippo	**A**							
16	**SELVAKUMARAN**	Asian	**A**							
17	**SKERK**	Rudy	**A**							
18	**TALLONE**	Marco	**A**							
19	**TRAINI**	Giorgio	**A**							
20	**TROIAN**	Giuseppe	**A**							
21	**VILARDI**	Riccardo	**A**							
22	**ZAJA**	Rebecca	**A**							
23	**ZAMPARINI**	Leonardo	**A**							
24	**ARCURI**	Alessandra	**B**							
25	**BAGLIERI**	Davide	**B**							
26	**BRESCIANI**	Carolina	**B**							
27	**CATTARUZZI**	Samuele	**B**							
28	**COSTA**	Valeria	**B**							
29	**DA ROLD**	Paolo	**B**							
30	**DIAZ-GUERRA**	Fabrizio	**B**							
31	**ELISII**	Federico	**B**							
32	**FAGOTTO**	Tommaso	**B**							
33	**IPPOLITI**	Niccolo' Maria	**B**							
34	**LUCARELLI**	Giovanni	**B**							
35	**MORAS**	Riccardo	**B**							
36	**PICCOLI**	Francesco	**B**							
37	**PIOVAN**	Leonardo	**B**							
38	**RAMONDA**	Alessandro	**B**							
39	**SANDRON**	Riccardo	**B**							
40	**TAVAGNUTTI**	Enrico	**B**							
41	**ORRANO**	Maria								

a.a. 2018-2019

A

1. Un dado con le sei facce numerate da 1 a 6 è sbilanciato, ovvero la probabilità della faccia i-esima è proporzionale a i.

1) Calcolare la probabilità di ciascuna delle sei facce.

La probabilità della faccia i-esima è pari a $P(i) = ki$. Possiamo ottenere il valore di k imponendo la condizione di normalizzazione:

$$\sum_{i=1}^{6} P(i) = \sum_{i=1}^{6} ki = k\sum_{i=1}^{6} i = 21k = 1$$

Da cui otteniamo

$$k = \frac{1}{21}$$

che fornisce:

$$P(1) = \frac{1}{21} \quad P(2) = \frac{2}{21} \quad P(3) = \frac{3}{21} \quad P(4) = \frac{4}{21} \quad P(5) = \frac{5}{21} \quad P(6) = \frac{6}{21}$$

Il dado viene lanciato più volte.

2) Calcolare la probabilità che nei primi tre lanci si abbia un risultato alto (cioè ≥ 4) esattamente due volte ed almeno 2 volte.

La probabilità di avere un risultato ≥ 4 in un lancio è data dalla somma delle probabilità

$$p = P(i \geq 4) = P(4) + P(5) + P(6) = \frac{4+5+6}{21} = \frac{15}{21} \quad e \quad q = 1 - p$$

La probabilità di ottenere esattamente due volte o almeno due volte sono date dalla somma delle combinazioni favorevoli:

$$P(esattamente\ 2x) = 3p^2q = 3 \cdot \left(\frac{15}{21}\right)^2 \cdot \frac{6}{21} = \frac{4050}{9261} = \frac{1350}{3087}$$

$$P(almeno\ 2x) = 3p^2q + p^3 = p^2(3q + p) = \left(\frac{15}{21}\right)^2 \frac{33}{21} = \frac{7425}{9261} = \frac{2475}{3261}$$

3) Calcolare la probabilità condizionata che nei primi n lanci si abbia esattamente $n-1$ volte un risultato alto, sapendo che esso si è avuto almeno $n-1$ volte.

La probabilità di avere $n-1$ risultati alti su n lanci è, nei due casi:

$$P(esattamente\ (n-1)x\ su\ n) = np^{n-1}q$$

$$P(almeno\ (n-1)x\ su\ n) = np^{n-1}q + p^n = p^{n-1}(nq + p)$$

La probabilità condizionata si ottiene dal rapporto:

$$P(esattamente\ (n-1)x\ su\ n|almeno\ (n-1)x\ su\ n) = \frac{P(esattamente\ (n-1)x\ su\ n)}{P(almeno\ (n-1)x\ su\ n)} = \frac{np^{n-1}q}{p^{n-1}(nq+p)} = \frac{nq}{(nq+p)}$$

2. Riportare correttamente le cifre significative e calcolare le incertezze relative delle seguenti misure di grandezze fisiche:

$$\ell = 3.4575 \pm 0.01260\ m \quad \longrightarrow \ell = 3.458 \pm 0.013 \quad \Delta\ell/\ell = 0.004$$

$$S = 12534 \pm 593\ cm^2 \quad \longrightarrow S = (12.53 \pm 0.59) \times 10^3 cm^2 \quad \Delta S/S = 0.047$$

$$T = 1.4299 \pm 0.01021\ s \quad \longrightarrow T = 1.430 \pm 0.010\ s \quad \Delta T/T = 0.007$$

Scrivere le formule da utilizzare e determinare valore e incertezza di $V = \ell \cdot S$ assumendo che:

a) le incertezze su ℓ e S siano massime

$$V = \ell \cdot S = 3.458 \times 1.253 = 4.33 \pm 0.20\ m^3 \qquad \Delta V = \left|\frac{\partial V}{\partial \ell}\right|_{V=V_{mis}} \Delta\ell + \left|\frac{\partial V}{\partial S}\right|_{V=V_{mis}} \Delta S = S\Delta\ell + \ell\Delta S$$

b) le incertezze su ℓ e S siano statistiche

$$\sigma_V^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial \ell}\right)^2_{V=V_{mis}} \sigma_\ell^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)^2_{V=V_{mis}} \sigma_S^2 = S^2\sigma_\ell^2 + \ell^2\sigma_S^2 \quad V = 4.33 \pm 0.20\ m^3$$

c) l'incertezza su ℓ sia massima e l'incertezza su S sia statistica

Se ℓ è massima e S è statistica l'incertezza relativa è maggiore su S e quindi trasformo l'errore di ℓ in errore statistico $\sigma_\ell = \Delta\ell/\sqrt{3}$ ed applico b)

Quale misura andrebbe migliorata per diminuire l'incertezza su V?

quella sulla superficie S

3. Calcolare valore e incertezza delle seguenti grandezze fisiche:

$$A = \pi R^2 \qquad R = 6.0043 \pm 0.0007\ cm \qquad A = (113.257 \pm 0.026)\ cm^2$$

$$v = \ell/t \qquad \ell = 1.23 \pm 0.02\ m \quad t = 4.23 \pm 0.07 \qquad v = (0.29 \pm 0.01)\ m/s$$

$$\alpha = \tan^{-1}(x/y) \qquad x = 10.4 \pm 0.1\ cm \quad y = 2.440 \pm 0.005\ m \qquad \alpha = (0.0426 \pm 0.0005)\ rad$$

$$\Delta\alpha = \frac{1}{1 + (x/y)^2}\left[\frac{\Delta x}{y} + \frac{x}{y^2}\Delta y\right] \qquad \alpha = 2.44 \pm 0.03\ deg$$

A

4. La velocità di un oggetto è stata misurata (nelle stesse condizioni) con 3 metodi diversi ottenendo i risultati:

$$v_1 = 234 \pm 4\ m/s;\quad v_2 = (2.39 \pm 0.03) \cdot 10^2\ m/s;\ v_3 = 231 \pm 8\ m/s.$$

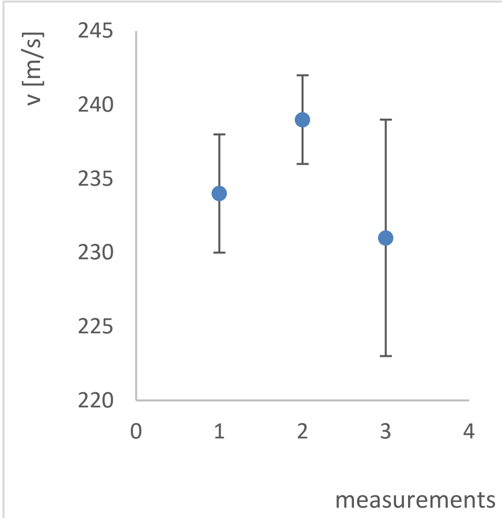
Fornire una rappresentazione grafica dei risultati e dire se le tre misure sono compatibili nel caso di
- incertezze massime: **compatibili**
- incertezze statistiche: **compatibili**

Combinare, se possibile, le tre misure per ottenere un unico valore e la corrispondente incertezza (scrivere anche le formule utilizzate):

nel caso di incertezze statistiche si può usare la media pesata:

$$v = \frac{\sum_{i=1}^{3} \frac{v_i}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^{3} \frac{1}{\sigma_i^2}} \quad e\ \sigma^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{3} \frac{1}{\sigma_i^2}}$$

Che fornisce: $v = 237 \pm 2\ m/s$. Nel caso di errori Massimi uso la 2° misura.



5. Tra le grandezze fisiche X e Y si ipotizza esista la relazione: $Y = mX^2 + q$. Si hanno a disposizione le seguenti misure di X e Y: (2.10,1.74), (5.22,3.1), (9.41,5.7), (29.86,11.8), (48.39,18.7), con incertezze massime $\Delta X = 0.01$ e $\Delta Y = 0.1 \cdot Y$.

a) Determinare i valori di m e di q, ed i corrispondenti errori (formule)

Esprimo i risultati di m_i e q_i usando la prima misura come 0 e scrivendo:

$$\begin{cases} Y_0 = mX_0^2 + q \\ Y_i = mX_i^2 + q \end{cases}$$

Che mi permette di ottenere i diversi valori di m_i e q_i con $i = 1, \dots, 4$

$$Y_i - Y_0 = m_i\left(X_i^2 - X_0^2\right) \qquad \frac{Y_i - q_i}{Y_0 - q_i} = \frac{X_i^2}{X_0^2}$$

Da cui ottengo

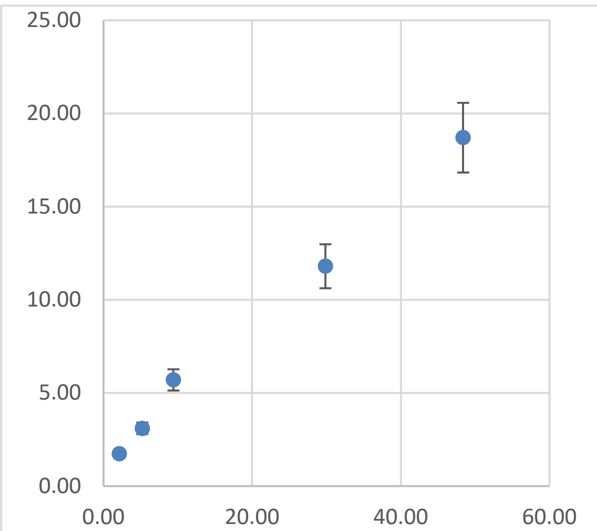
$$m_i = \frac{Y_i - Y_0}{X_i^2 - X_0^2} \qquad q_i = \frac{Y_i X_0^2 - Y_0 X_i^2}{X_0^2 - X_i^2}$$

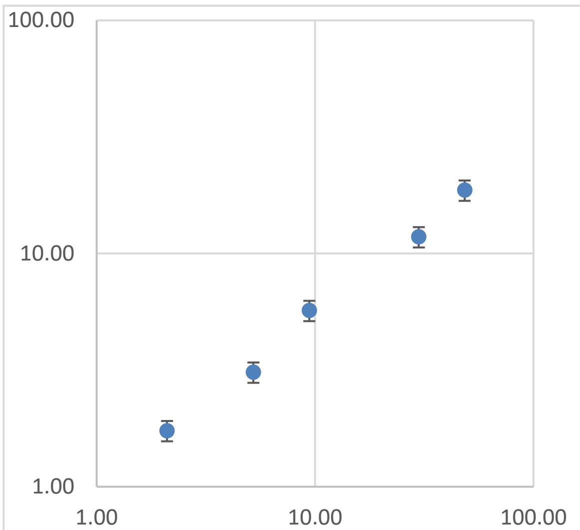
Gli errori sono calcolati usando la legge di propagazione degli errori massimi:

$$\Delta m_i = \frac{1}{\left|X_i^2 - X_0^2\right|}(\Delta Y_i + \Delta Y_0) + \left|\frac{2X_i}{\left(X_i^2 - X_0^2\right)^2}\right| \Delta X_i + \left|\frac{2X_0}{\left(X_i^2 - X_0^2\right)^2}\right| \Delta X_0$$

$$\Delta q_i = \frac{X_0^2}{\left|X_0^2 - X_i^2\right|}\Delta Y_i + \frac{X_i^2}{\left|X_0^2 - X_i^2\right|}\Delta Y_0 + \left|\frac{2X_0 Y_i}{X_0^2 - X_i^2} - \frac{2X_0^3 Y_i}{\left(X_0^2 - X_i^2\right)^2}\right| \Delta X_0 + \left|-\frac{2X_i Y_0}{X_0^2 - X_i^2} - \frac{2X_i^3 Y_0}{\left(X_0^2 - X_i^2\right)^2}\right| \Delta X_i$$

b) Riportare i valori misurati in grafici con scala lineare e log-log, commentare l'accordo con l'andamento previsto e con eventuali altri andamenti





L'andamento di Y in funzione di X sembra lineare sia in scala lineare che in scala log-log e non è in accordo con un andamento del tipo $Y = mX^2 + q$. In particolare in scala log-log non ho nessuna pendenza doppia, come dovrei avere nel caso $\log(Y - q) = 2\log X + \log m$.

6. La variabile casuale $x \geq 0$ ha funzione di distribuzione $f(x) = a\, e^{-2x}$.

a) Calcolare il valore di a

Impongo la condizione di normalizzazione:

$$\int_0^\infty f(x)dx = 1 \implies a\int_0^\infty e^{-2x}dx = -\frac{a}{2}\int_0^\infty de^{-2x} = -\frac{a}{2}(e^{-2x})|_0^\infty \quad o \quad a = 2$$

b) Calcolare valore medio μ e deviazione standard σ

$$\mu = \int_0^\infty 2x\, e^{-2x}dx$$

Ma

$$d(xe^{-2x}) = e^{-2x}dx + xd(e^{-2x}) = e^{-2x}dx - 2xe^{-2x}dx$$

o, girando:

$$2xe^{-2x}dx = e^{-2x}dx - d(xe^{-2x})$$

Che fornisce:

$$\mu = \int_0^\infty 2x\, e^{-2x}dx = \int_0^\infty e^{-2x}dx - (xe^{-2x})|_0^\infty = \frac{1}{2}$$

Ricordando poi che:

$$\sigma^2 = E[x^2] - \mu^2$$

Posso calcolare

$$E[x^2] = \int_0^\infty 2x^2\, e^{-2x}dx$$

Posso anche in questo caso calcolare il differenziale

$$d(x^2e^{-2x}) = 2xe^{-2x}dx + x^2d(e^{-2x}) = 2xe^{-2x}dx - 2x^2e^{-2x}dx$$

o, girando:

$$2x^2e^{-2x}dx = 2xe^{-2x}dx - d(x^2e^{-2x})$$

Che fornisce:

$$E[x^2] = \int_0^\infty 2x^2\, e^{-2x}dx = \int_0^\infty 2x\, e^{-2x}dx - (x^2e^{-2x})|_0^\infty = \frac{1}{2}$$

Da cui:

$$\sigma^2 = E[x^2] - \mu^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \quad o \quad \sigma = \frac{1}{2}$$

c) Calcolare $P(|x - \mu| \geq$ σ) e commentare il risultato

Riuso l'integrazione in a)

$$2\int_1^\infty e^{-2x}dx = -\int_1^\infty de^{-2x} = -(e^{-2x})|_1^\infty = e^{-2} = 0.136$$

Nel caso di distribuzione gaussiana, la probabilità che un evento cada a più di 1σ dal valore vero è di più del 31%. In questo caso il valore della coda della distribuzione è di solo il 14%, quindi circa 1/3 di quello gaussiano.

B

a.a. 2018-2019

1. Il dado A ha 4 facce rosse e 2 facce bianche, mentre il dado B ha 2 facce rosse e 4 facce bianche. Si lancia una sola volta una moneta non truccata. Se esce testa, il gioco continua con il dado A; se esce croce si usa il dado B.

1) Mostrare che la probabilità che la faccia sia rossa a ogni lancio è 0,5.

Indichiamo con R_n l'evento "all'n-esimo lancio del dado esce faccia rossa" e, ovviamente, con T l'evento "la moneta ha dato testa". Ovviamente, per ogni n (e quindi ad ogni lancio) si ha $P(R_n|T) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ e $P(R_n|C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ per cui:

$$P(R_n) = P(R_n|T) \cdot P(T) + P(R_n|C) \cdot P(C) = \frac{2}{3}\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Se nei primi due lanci si ottiene il rosso, qual è la probabilità al terzo lancio?

2) che venga rosso

Se si verifica l'evento T si ha quindi:

$$P(R_1 \cap R_2|T) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \qquad P(R_1 \cap R_2 \cap R_3|T) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

Analogamente per l'evento C si ha:

$$P(R_1 \cap R_2|C) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \qquad P(R_1 \cap R_2 \cap R_3|C) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

Da cui posso calcolare $P(R_1 \cap R_2)$:

$$P(R_1 \cap R_2) = P(R_1 \cap R_2|T) \cdot P(T) + P(R_1 \cap R_2|C) \cdot P(C) = \frac{4}{9}\frac{1}{2} + \frac{1}{9}\frac{1}{2} = \frac{5}{18}$$

e

$$P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) = P(R_1 \cap R_2 \cap R_3|T) \cdot P(T) + P(R_1 \cap R_2 \cap R_3|C) \cdot P(C) = \frac{8}{27}\frac{1}{2} + \frac{1}{27}\frac{1}{2} = \frac{9}{54} = \frac{3}{18}$$

Possiamo ora calcolare la probabilità che esca rosso al terzo lancio se è uscito rosso ai primi due lanci:

$$P(R_3|R_1 \cap R_2) = \frac{P(R_1 \cap R_2 \cap R_3)}{P(R_1 \cap R_2)} = \frac{3}{18}\frac{18}{5} = \frac{3}{5}$$

3) Se nei primi due lanci si ottiene il rosso, qual è la probabilità che sia stato usato il dado A?

Infine risolvo l'ultimo quesito usando il teorema di Bayes (probabilità delle cause):

$$P(T|R_1 \cap R_2) = \frac{P(R_1 \cap R_2|T) \cdot P(T)}{P(R_1 \cap R_2)} = \frac{\frac{4}{9}\frac{1}{2}}{\frac{5}{18}} = \frac{4}{18}\frac{18}{5} = \frac{4}{5}$$

2. La variabile casuale $x \geq 0$ può assumere valori nell'intervallo (0,3) e ha funzione di distribuzione.

$$f(x) = \begin{cases} ax & se \quad 0 < x \leq 1 \\ a\,(3-x)/2 & se \quad 1 < x < 3 \end{cases}$$

a) Calcolare il valore di a

$$F(x) = \begin{cases} \frac{a}{2}x^2 & se \quad 0 < x \leq 1 \\ \frac{3a}{2}x - \frac{a}{4}x^2 & se \quad 1 < x < 3 \end{cases}$$ fornisce un valore di a per la condizione di normalizzazione pari a $a = \frac{2}{3}$

b) Calcolare valore medio μ e deviazione standard σ

$$\mu = \frac{2}{3}\left[\int_0^1 x^2 dx + \int_1^3 \frac{1}{2}(3x - x^2)dx\right] = \frac{2}{3}\left[\frac{x^3}{3}\Big|_0^1 + \frac{3x^2}{4}\Big|_1^3 - \frac{x^3}{6}\Big|_1^3\right] = \frac{2}{3}\left[\frac{1}{3} + \frac{27}{4} - \frac{3}{4} - \frac{27}{6} + \frac{1}{6}\right]$$

$$= \frac{2}{3}\frac{4 + 81 - 9 - 54 + 2}{12} = \frac{2}{3}\frac{24}{12} = \frac{4}{3}$$

$$\sigma^2 = E[x^2] - \mu^2$$

$$E[x^2] = \frac{2}{3}\left[\int_0^1 x^3 dx + \int_1^3 \frac{1}{2}(3x^2 - x^3)dx\right] = \frac{2}{3}\left[\frac{x^4}{4}\Big|_0^1 + \frac{3x^3}{6}\Big|_1^3 - \frac{x^4}{8}\Big|_1^3\right] = \frac{2}{3}\left[\frac{1}{4} + \frac{81}{6} - \frac{3}{6} - \frac{81}{8} + \frac{1}{8}\right]$$

$$= \frac{2}{3}\frac{6 + 324 - 12 - 243 + 3}{24} = \frac{2}{3}\frac{78}{24} = \frac{13}{6}$$

$$\sigma^2 = E[x^2] - \mu^2 = \frac{13}{6} - \frac{16}{9} = \frac{39 - 32}{18} = \frac{7}{18}$$

Che fornisce $\sigma = \left(\sqrt{7/2}\right)/3$

c) Calcolare $P(|x - \mu| \geq \sigma)$ e confrontarla con quanto si otterrebbe nel caso di una funzione di distribuzione di Gauss

I due limiti sono $x_{min} = \left(4 - \sqrt{7/2}\right)/3 \sim 0.71$ e $x_{max} = \left(4 + \sqrt{7/2}\right)/3 \sim 1.96$ da cui:

$$P(x < 0.71)\frac{2}{3}\int_0^{0.71} x dx = \frac{2}{6}(0.71)^2 = 0.17 \qquad P(1.96 < x < 3) = \frac{2}{6}\int_{1.96}^{3}(3 - x)dx = \frac{6}{6}x|_{1.96}^3 - \frac{2}{12}x^2|_{1.96}^3$$

$$= (3 - 1.96) - \frac{2}{12}(9 - 3.84) = 1.04 - 0.86 = 0.18$$

B

Ovvero:

$$P(|x-\mu| \geq \sigma) = 0.35$$

Da confrontare con il 0.32 della distribuzione Gaussiana.

3. Calcolare valore e incertezza delle seguenti grandezze fisiche:

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$ $\quad R = 6.0043 \pm 0.0007\ cm \quad V = (907.63 \pm 0.32)\ cm^3$

$X = \frac{4\pi^2 \ell}{t^2}$ $\quad \ell = 1.23 \pm 0.02\ m \quad t = 4.23 \pm 0.07 s \quad X = (2.71 \pm 0.13)\ m\, s^{-2}$

$a = x \sin y$ $\quad x = 10.4 \pm 0.1\ cm \quad y = 12.5° \pm 0.1° \quad a = (2.25 \pm 0.04)\ cm$

$\Delta a = \sin y\, \Delta x + x \cos y\, \Delta y = 0.22 \times 0.1 + 10.4 \times 0.976 \times 0.0017 = 0.022 + 0.017 = 0.039$

(gli errori sono errori massimi)

4. Riportare correttamente le cifre significative e calcolare le incertezze relative delle seguenti misure di grandezze fisiche:

$V = 3.4575 \pm 0.01260\ m^3$ $\quad \longrightarrow \ell = 1.151 \pm 0.002 \quad \Delta\ell/\ell = 0.0017$

$S = 12534 \pm 593\ cm^2$ $\quad \longrightarrow S = (12.53 \pm 0.53) \times 10^3 cm^2 \quad \Delta S/S = 0.047$

$M = 10.3109 \pm 0.00101\ kg$ $\quad \longrightarrow M = 10.311 \pm 0.001\ kg \quad \Delta M/M = 0.0001$

Scrivere le formule da utilizzare e determinare valore e incertezza di $\rho = M/V$ assumendo che:

a) le incertezze su M e V siano massime

$$\Delta\rho = \rho\left(\frac{\Delta M}{M} + \frac{\Delta V}{V}\right)$$
$$\rho = 2.982 \pm 0.011\ kg/m^3$$

b) le incertezze su M e V siano statistiche

$$\sigma_\rho^2 = \rho^2\left(\frac{\sigma_M^2}{M^2} + \frac{\sigma_V^2}{V^2}\right)$$
$$\rho = 2.982 \pm 0.011\ kg/m^3$$

c) l'incertezza su V sia massima e l'incertezza su M sia statistica

l'errore dominante è quello su V, quindi trasformo l'incertezza su M in errori massimi $\Delta M = 3\sigma_M = 0.0003\ kg$ ed uso le formule di a)

Quale misura andrebbe migliorata per diminuire l'incertezza su ρ? La misura del volume.

5. La velocità di un oggetto è stata misurata (nelle stesse condizioni) con 3 metodi diversi ottenendo i risultati:

$$v_1 = 134 \pm 5\ m/s\,; \quad v_2 = (1.39 \pm 0.04) \times 10^2\ m/s\,; \quad v_3 = 136.2 \pm 0.8\ m/s$$

Fornire una rappresentazione grafica dei risultati e dire se le tre misure sono compatibili nel caso di

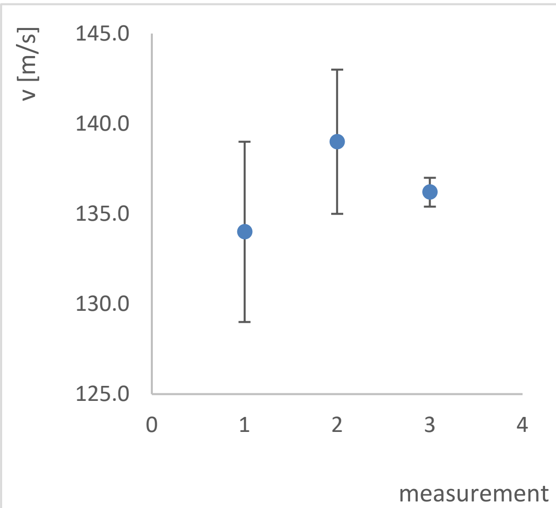
- incertezze massime: compatibili
- incertezze statistiche: compatibili

Combinare, se possibile, le tre misure per ottenere un unico valore e la corrispondente incertezza (scrivere anche le formule utilizzate), e commentare il risultato

nel caso di incertezze statistiche si può usare la media pesata:

$$v = \frac{\sum_{i=1}^{3} \frac{v_i}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^{3} \frac{1}{\sigma_i^2}} \quad e \quad \sigma^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{3} \frac{1}{\sigma_i^2}}$$

Che fornisce: $v = 136.25 \pm 0.77\ m/s$. Nel caso di errori Massimi uso la 3° misura.



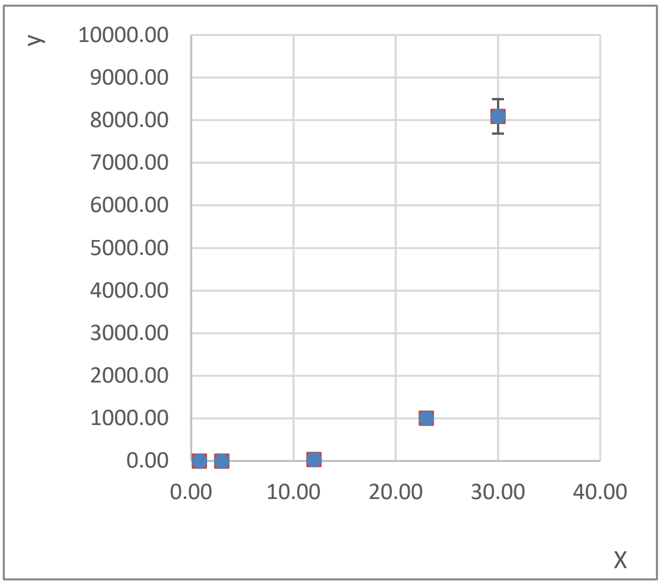
6. Tra le grandezze fisiche X e Y si ipotizza esista la relazione: $Y = e^{mX}$. Si hanno a disposizione le seguenti misure di X e Y: (0.80, 1.42), (3.00, 2.35), (12.0, 38.0), (23.0, 1.01×10^3) e (30.0, 8.09$\times$ 10^3) con incertezze massime assolute di 0.01 per X, e incertezze statistiche relative di 0.05 per Y.

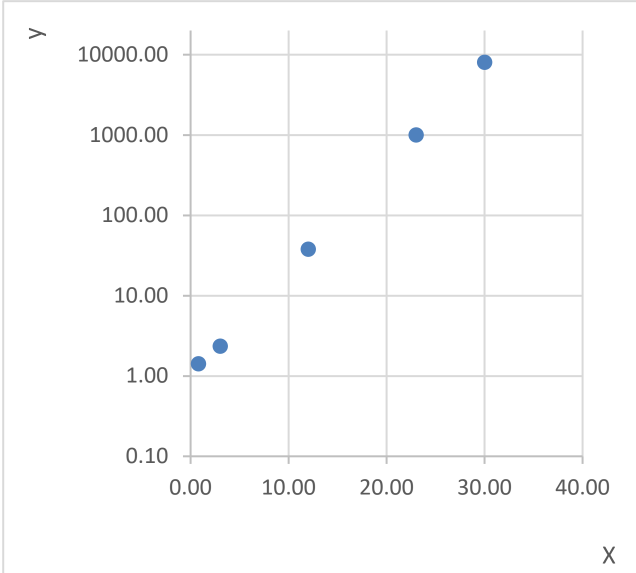
1. Riportare i valori misurati nei grafici con scala lineare e semilogaritmica, e commentare l'accordo con l'andamento previsto.

Se uso la scala semilogaritmica l'andamento deve essere lineare in X:

$$\log Y = \log e^{mX} = mX \log e$$

e nella scala semilogaritmica tale andamento lineare è visibile.





Facoltativo:

2. Scrivere le formule necessarie per calcolare valore e incertezza di *m*.

Posso calcolare i 5 valori di m usando

$$m_i = \frac{\ln Y_i}{X_i}$$

Il termine dominante sull'errore è quello statistico nella misura di Y per cui trasformo gli errori massimi in X in errori statistici usando $\sigma_X = \Delta x/\sqrt{3}$. La legge di propagazione della varianza fornisce

$$\sigma_{m_i}^2 = \left(\frac{1}{X_i Y_i}\right)^2 \sigma_{Y_i}^2 + \left(\frac{\ln Y_i}{X_i^2}\right)^2 \sigma_{X_i}^2$$

Che posso anche scrivere per errori relativi:

$$\frac{\sigma_{m_i}^2}{m_i^2} = (\ln Y_i)^{-2} \frac{\sigma_{Y_i}^2}{Y_i^2} + \frac{\sigma_{X_i}^2}{X_i^2}$$

Successivamente posso usare la media pesata delle diverse m_i per ottenere il risultato finale, previa verifica della compatibilità delle misure:

$$m = \frac{\sum_{i=1}^{5} \frac{m_i}{\sigma_{m_i}^2}}{\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{\sigma_{m_i}^2}} \quad e \quad \sigma_m^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{5} \frac{1}{\sigma_{m_i}^2}}$$

3. Fare i calcoli e riportare nei grafici la curva corrispondente.

I risultati delle m_i sono tra loro compatibili, ed applicando le formule suddette ottengo

$$m = 3.004 \pm 0.0012$$