

ANALISI COMPLESSA
PROVA SCRITTA DEL 4 LUGLIO 2016

(1) Sia $\mathbb{C}^+ = \{z \in \mathbb{C} | \Re z > 0\}$. Sia data

$$u(z) = \log(x^2 + y^2 + 2y + 1), \forall z = x + iy \in \mathbb{C}^+ .$$

Stabilire se u è armonica, e determinarne un'armonica coniugata, se questa esiste.

(2) Sia

$$f(z) = z^{2016} + \frac{1}{100}(z^3 - 98) .$$

Dire quanti zeri, contati con le rispettive molteplicità, ha f nell'insieme $B_1(0)$.

(3) Sia γ la curva data da

$$z = 2|\sin(2\vartheta)|e^{i\vartheta}, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2} .$$

Calcolare

$$\int_{\gamma} \frac{1}{z^4 + 1} dz .$$