Invertitore CMOS

Calcolo del livello limite V_{IL}

NMOS in condizioni di Pinch-off

$$I_D = K_N \left(V_{GS} - V_{TN} \right)^2 =$$

$$= K \left(V_I - V_T \right)^2$$

PMOS in condizioni di triodo

$$I_D = K_P \left[2\left(|V_{GS_P}| - |V_{T_P}|\right)|V_{DS_P}| - |V_{DS_P}|^2 \right]$$

$$= K \left[2\left(V_{DD} - V_I - V_T \right)\left(V_{DD} - V_0\right) - \right.$$

$$\left. - \left(V_{DD} - V_0\right)^2 \right]$$

Impongo l'uguaglianza delle correnti:

$$\left(V_I - V_T\right)^2 = 2\left(V_{DD} - V_I - V_T \right)\left(V_{DD} - V_0\right) - \left(V_{DD} - V_0\right)^2$$

Derivo rispetto a V_I:

$$2\left(V_I - V_T\right) = -2\left(V_{DD} - V_I - V_T\right)\frac{dV_0}{dV_I}$$

$$- 2\left(V_{DD} - V_0\right) + 2\left(V_{DD} - V_0\right)\frac{dV_0}{dV_I}$$

Impongo $\frac{dV_0}{dV_I} = -1 \qquad V_I = V_{IL}$

$$\cancel{2}\left(V_{IL} - V_T\right) = +\cancel{2}\left(V_{DD} - V_{IL} - V_T\right) - \cancel{4}^{\,2}\left(V_{DD} - V_0\right)$$

$$2V_{IL} = 2V_0 - V_{DD}$$

$$V_{IL} = V_0 - \frac{V_{DD}}{2}$$

Sostituiamo V_{IL} nell'espressione che impone l'uguaglianza delle correnti:

$$\left(V_O - \frac{V_{DD}}{2} - V_T\right)^2 = 2\left(V_{DD} - V_O + \frac{V_{DD}}{2} - V_T\right)(V_{DD} - V_O) - (V_{DD} - V_O)^2$$

$$\left(V_O - V_{DD} + \frac{V_{DD}}{2} - V_T\right)^2 = 2\,(V_{DD} - V_O)^2 + 2\left(\frac{V_{DD}}{2} - V_T\right)\cdot(V_{DD} - V_O) - (V_{DD} - V_O)^2$$

$$\cancel{(V_O - V_{DD})^2} + \left(\frac{V_{DD}}{2} - V_T\right)^2 + 2(V_O - V_{DD})\left(\frac{V_{DD}}{2} - V_T\right) =$$

$$= \cancel{(V_{DD} - V_O)^2} + 2\left(\frac{V_{DD}}{2} - V_T\right)(V_{DD} - V_O)$$

dividiamo per $\frac{V_{DD}}{2} - V_T$

$$\frac{V_{DD}}{2} - V_T + 2(V_O - V_{DD}) = 2\,(V_{DD} - V_O)$$

$$4\,(V_O - V_{DD}) = -\frac{V_{DD}}{2} + V_T$$

$$V_O = V_{DD} + \frac{1}{4}\left(V_T - \frac{V_{DD}}{2}\right)$$

$$V_O = \frac{7}{8} V_{DD} + \frac{1}{4} V_T$$

$$V_{IL} = V_O - \frac{V_{DD}}{2} =$$

$$V_{IL} = \frac{3}{8} V_{DD} + \frac{1}{4} V_T$$

Calcolo del livello limite V_{IH}

NMOS in condizioni di triodo

$$I_D = K_N\left[2\left(V_{GS_N} - V_{T_N}\right)V_{DS_N} - V_{DS_N}^2\right]$$

$$= K\left[2\left(V_I - V_T\right)V_O - V_O^2\right]$$

PMOS in condizioni di pinch-off

$$I_D = K_P\left[\left|V_{GS_P}\right| - \left|V_{T_P}\right|\right]^2$$

$$= K\left(V_{DD} - V_I - V_T\right)^2$$

Impongo l'uguaglianza delle correnti

$$2\left(V_I - V_T\right)\cdot V_O - V_O^2 = \left(V_{DD} - V_I - V_T\right)^2$$

Derivo rispetto a V_I

$$2V_O + 2\left(V_I - V_T\right)\frac{dV_O}{dV_I} - 2V_O\frac{dV_O}{dV_I} =$$

$$= -2\left(V_{DD} - V_I - V_T\right)$$

Impongo $\frac{dV_O}{dV_I} = -1$ $\qquad V_I = V_{IH}$

$$\cancel{2}V_O - \cancel{2}\left(V_{IH} - V_T\right) + \cancel{2}V_O = -\cancel{2}\left(V_{DD} - V_{IH} - V_T\right)$$

$$2V_{IH} = 2V_O + V_{DD}$$

$$V_{IH} = V_O + \frac{V_{DD}}{2}$$

Sostituisco questa relazione in quella che impone l'uguaglianza delle correnti:

$$2\left(V_O + \frac{V_{DD}}{2} - V_T\right)V_O - V_O^2 = \left(V_{DD} - V_O - \frac{V_{DD}}{2} - V_T\right)^2$$

$$2\left(V_O + \frac{V_{DD}}{2} - V_T\right)V_O - V_O^2 = \left(\frac{V_{DD}}{2} - V_O - V_T\right)^2$$

$$\cancel{2V_O^2} + V_{DD}V_O - 2V_T V_O - \cancel{V_O^2} = \frac{V_{DD}^2}{4} + \cancel{V_O^2} + V_T^2$$
$$- V_{DD}V_O - V_{DD}V_T + 2V_O V_T$$

$$V_O\left(2V_{DD} - 4V_T\right) = \frac{V_{DD}^2}{4} + V_T^2 - V_{DD}V_T$$

$$4V_O\left(\frac{V_{DD}}{2} - V_T\right) = \left(\frac{V_{DD}}{2} - V_T\right)^2$$

$$V_O = \frac{V_{DD}}{8} - \frac{V_T}{4}$$

$$\boxed{V_{IH} = \frac{5}{8}V_{DD} - \frac{V_T}{4}}$$