COMPLETAMENTO DEL MODELLO DI SOPRAVVIVENZA PER ETÀ NON INTERE

Nella tavola di mortalità sono riportati l_x $x = 0, 1, \dots, \omega$

In molti casi si ha la necessità di definire l_x per qualsiasi età $x \geq 0$

<u>Obiettivo</u>: definire l_{x+t}, $x = 0, 1, \dots, \omega - 1$ e $0 \leq t \leq 1$ tale che

l_{x+t} continua in $[0, 1]$ e derivabile in $(0, 1)$

Interpolazione lineare o ipotesi di distribuzione uniforme dei decessi

$$l_{x+t} = a + b\,t \qquad \Rightarrow \quad l_{x+t} = l_x - t\,d_x$$

$$\Rightarrow \quad l_{x+t} = (1-t)\,l_x + t\,l_{x+1}$$

In tale ipotesi si ha

$$_{s-r}p_{x+r} = \frac{1 - s\,q_x}{1 - r\,q_x} \qquad _s q_x = s\,q_x \qquad \mu(x+t) = \frac{q_x}{1 - t\,q_x} \qquad f_x(t) = q_x$$

$$L_x = l_{x+1} + \frac{1}{2}\,d_x = \frac{l_{x+1} + l_x}{2}$$

Interpolazione esponenziale o ipotesi di intensità di mortalità costante

$$l_{x+t} = a \cdot b^t \qquad \Rightarrow \quad l_{x+t} = l_x \, (p_x)^t$$

$$\Rightarrow \quad l_{x+t} = (l_x)^{1-t} \cdot (l_{x+1})^t$$

In tale ipotesi si ha

$$\mu(x+t) = -\log p_x$$

$${}_{s-r}p_{x+r} = e^{-\mu_x (s-r)}$$ con $$\mu_x = -\log p_x$$

$$f_x(t) = e^{-\mu_x t} \mu_x \qquad L_x = \frac{d_x}{\mu_x} \qquad m_x = \mu_x$$

Interpolazione iperbolica

$$l_{x+t} = \frac{1}{a + b\,t} \qquad \Rightarrow \quad \frac{1}{l_{x+t}} = \frac{1}{l_x} + \left(\frac{1}{l_{x+1}} - \frac{1}{l_x} \right) t$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{l_{x+t}} = \frac{1}{l_{x+1}}\, t + \frac{1}{l_x} (1 - t)$$

In tale ipotesi si ha

$${}_{1-r}q_{x+r} = (1 - r)\, q_x \qquad {}_t p_x = \frac{1}{1 + \left(\frac{l_x}{l_{x+1}} - 1 \right) t}$$

$$\mu(x + t) = \frac{q_x}{p_x + t\, q_x}$$

nota: decrescente con t