MODELLO DI SOPRAVVIVENZA SELEZIONATO

Si utilizza un modello selezionato per descrivere la durata aleatoria di vita da un'assegnata età in cui l'individuo è selezionato; per esempio, nel caso delle assicurazioni, l'età di selezione è l'età (intera) di ingresso in assicurazione.

Funzione di sopravvivenza $S(t;x), \quad t \geq 0, \quad x = a, a+1, \ldots$

Nel caso di distribuzione dotata di funzione di densità continua, per assegnare la distribuzione di probabilità si può assegnare l'intensità istantanea di mortalità

$$\mu_{[x]}(t), \quad t \geq 0, \quad x = a, a+1, \ldots$$

Si ha $\mu_{[x]}(t) = -\frac{d}{dt}\ln(S(t;x))$ da cui si ottiene

$$ {}_t p_{[x]} = S(t;x) = \exp\left(-\int_0^t \mu_{[x]}(u)\,du\right)$$

Si definisce **aspettativa di vita** per una persona entrata in assicurazione all'età x

$$\bar{e}_{[x]} = \int_0^{+\infty} S(t;x)\,dt$$

Una **tavola di mortalità selezionata** è definita da un insieme di sequenze del tipo

$$
\begin{array}{llll}
l_{[a]} & l_{[a]+1} & l_{[a]+2} & \cdots \\
l_{[a+1]} & l_{[a+1]+1} & l_{[a+1]+2} & \cdots \\
\cdots & & & \\
l_{[x]} & l_{[x]+1} & l_{[x]+2} & \cdots \\
\cdots & & &
\end{array}
$$

dove $$l_{[x]+t} = l_{[x]} \cdot S(t;x) \qquad x = a, a+1, \ldots \qquad t = 0, 1, \ldots$$

$l_{[x]}$ è la radice della tavola di sopravvivenza degli assicurati entrati in assicurazione all'età x

$l_{[x]+t}$ rappresenta il numero atteso di assicurati in vita all'età $x+t$ a partire da una collettività di $l_{[x]}$ assicurati entrati in assicurazione all'età x; t è l'antidurata

Si ha $${}_t p_{[x]} = \frac{l_{[x]+t}}{l_{[x]}} \qquad {}_t q_{[x]} = 1 - {}_t p_{[x]}$$

Per effetto della selezione sulla mortalità si ha

$$q_{[x]} < q_{[x-1]+1} < q_{[x-2]+2} < \cdots$$

Poiché l'effetto della selezione sulla mortalità tende ad esaurirsi dopo un certo numero di anni, da un certa antidurata t' in poi la sopravvivenza viene fatta dipendere soltanto dall'età raggiunta

$$q_{[x]} < q_{[x-1]+1} < q_{[x-2]+2} < \cdots < q_{[x-t']+t'} = q_{[x-t'-1]+t'+1} = q_{[x-t'-2]+t'+2} = \cdots = q_{[a]+x-a}$$

Si costruiscono allora le **tavole di mortalità selezionate ridotte**

$$\begin{array}{cccccc}
l_{[a]} & l_{[a]+1} & l_{[a]+2} & \cdots & l_{[a]+t'-1} & l_{(a+t')} \\
l_{[a+1]} & l_{[a+1]+1} & l_{[a+1]+2} & \cdots & l_{[a+1]+t'-1} & l_{(a+t'+1)} \\
\vdots & & & & & \vdots \\
l_{[x]} & l_{[x]+1} & l_{[x]+2} & \cdots & l_{[x]+t'-1} & l_{(x+t')} \\
\vdots & & & & & \vdots
\end{array}$$

Dove $l_{[a]}$ è la radice della tavola e

$l_{[x]}$ è tale che $l_{[x]} \cdot S(t';x) = l_{(x+t')}$ $x = a+1, a+2, \ldots$