

RILEVAZIONE DELLA MORTALITÀ IN AMBITO ATTUARIALE

Rilevazioni trasversali (cross-sectional studies)

Si individua il gruppo di studio, cioè un gruppo di individui per i quali interessa studiare la sopravvivenza (tipicamente gli assicurati di una compagnia di assicurazione, gli iscritti ad un fondo pensione, ...).

Si fissa un periodo di osservazione durante il quale è osservato il gruppo di studio; di solito si osserva la collettività per 3-5 anni.

All'inizio dell'osservazione ci saranno individui già presenti, ai quali se ne aggiungeranno altri durante il periodo di osservazione;

alcuni individui possono uscire per causa diversa dal decesso durante l'osservazione, per esempio perché è scaduto il contratto di assicurazione, oppure perché è stata riscattata la polizza;

ci saranno individui ancora in vita al termine dell'osservazione.

Si può considerare come istante iniziale l'età minima di ingresso in assicurazione, oppure un'età minima a partire dalla quale si dispone di osservazioni.

Generalmente si ha a che fare con dati **incompleti**:

se non è osservato l'istante iniziale, l'osservazione è detta troncata a sinistra

se non è osservato il decesso, l'osservazione è detta censurata a destra

Obiettivo: stimare q_x o m_x per $x = a, a + 1, \dots, \omega - 1$, essendo a l'età minima.

Osservazione: Nei modelli di sopravvivenza non parametrici la stima del modello avviene separatamente per ciascuna classe di età

Supponiamo di disporre di dati individuali esatti, cioè per ogni individuo osservato i sono noti:

- data di nascita
- data di ingresso in osservazione
- data di uscita dall'osservazione
- causa di uscita, che può essere:
 - fine osservazione (survival)
 - decesso (death)
 - altra causa (withdrawal)

Per ogni individuo osservato i si determina il **vettore delle età**:

$$(y_i, z_i, \theta_i, \phi_i,)$$

essendo

y_i l'età esatta (anno intero + frazione d'anno) di ingresso in osservazione

z_i l'età esatta che l'individuo i avrà alla data in cui terminerà la sua osservazione (può essere la data di fine rilevazione della collettività, oppure la data di scadenza della polizza); è detta **età di uscita pianificata**

θ_i l'età esatta di uscita per morte ($\theta_i = 0$ se l'individuo i non è uscito per morte)

ϕ_i l'età esatta di uscita per altra causa ($\phi_i = 0$ se l'individuo i non è uscito per altra causa)

$(y_i, z_i]$ è detto **intervallo di osservazione pianificata** per l'individuo i

Per ogni individuo osservato si determinano le classi di età $]x, x + 1]$ per le quali l'individuo contribuisce all'osservazione

Con riferimento alla classe di età $]x, x + 1]$ ed all'individuo i , caratterizzato dal vettore delle età $(y_i, z_i, \theta_i, \phi_i)$

l'individuo i non contribuisce alla osservazione per la classe di età $]x, x + 1]$ se:

- $y_i \geq x + 1$
- $z_i \leq x$
- $0 < \theta_i \leq x$ oppure $0 < \phi_i \leq x$

Se l'individuo i contribuisce alla osservazione per la classe di età $]x, x + 1]$

tale osservazione, relativa alla classe di $]x, x + 1]$, è riassunta da un vettore detto vettore delle durate

Per ogni classe di età $]x, x + 1]$ e per ogni individuo i che contribuisce alla osservazione per tale classe di età si determina il **vettore delle durate**

$$(r_i, s_i, t_i, k_i)$$

essendo

$x + r_i$ l'età esatta di ingresso in osservazione nella classe di età $]x, x + 1]$ con $0 \leq r_i < 1$ e

$$r_i = \begin{cases} 0 & \text{se } y_i \leq x \\ y_i - x & \text{se } x < y_i < x + 1 \end{cases}$$

$x + s_i$ l'età esatta di uscita pianificata dalla osservazione per la classe di età $]x, x + 1]$ con $0 < s_i \leq 1$ e

$$s_i = \begin{cases} 1 & \text{se } z_i \geq x + 1 \\ z_i - x & \text{se } x < z_i < x + 1 \end{cases}$$

$x + t_i$ l'età esatta di uscita per morte se $\theta_i = x + t_i$, altrimenti $t_i = 0$

$x + k_i$ l'età esatta di uscita per altra causa se $\phi_i = x + k_i$, altrimenti $k_i = 0$

