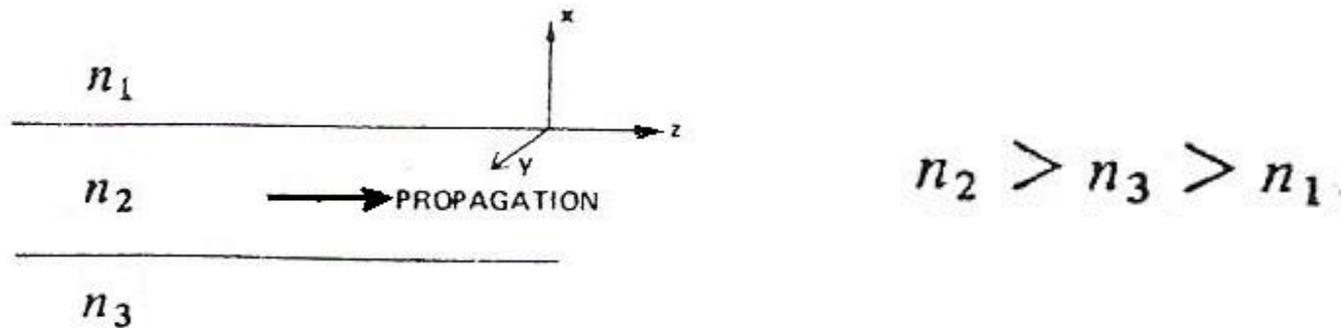


# OTTICA PRIMA PARTE

## PROPAGAZIONE NELLE STRUTTURE OTTICHE

Prof. E. VALENTINUZZI

## GUIDE DIELETTRICHE PLANARI



I modi della struttura sono soluzioni dell'equazione di propagazione o **equazione d'onda** (wave equation) derivata dalle equazioni di Maxwell

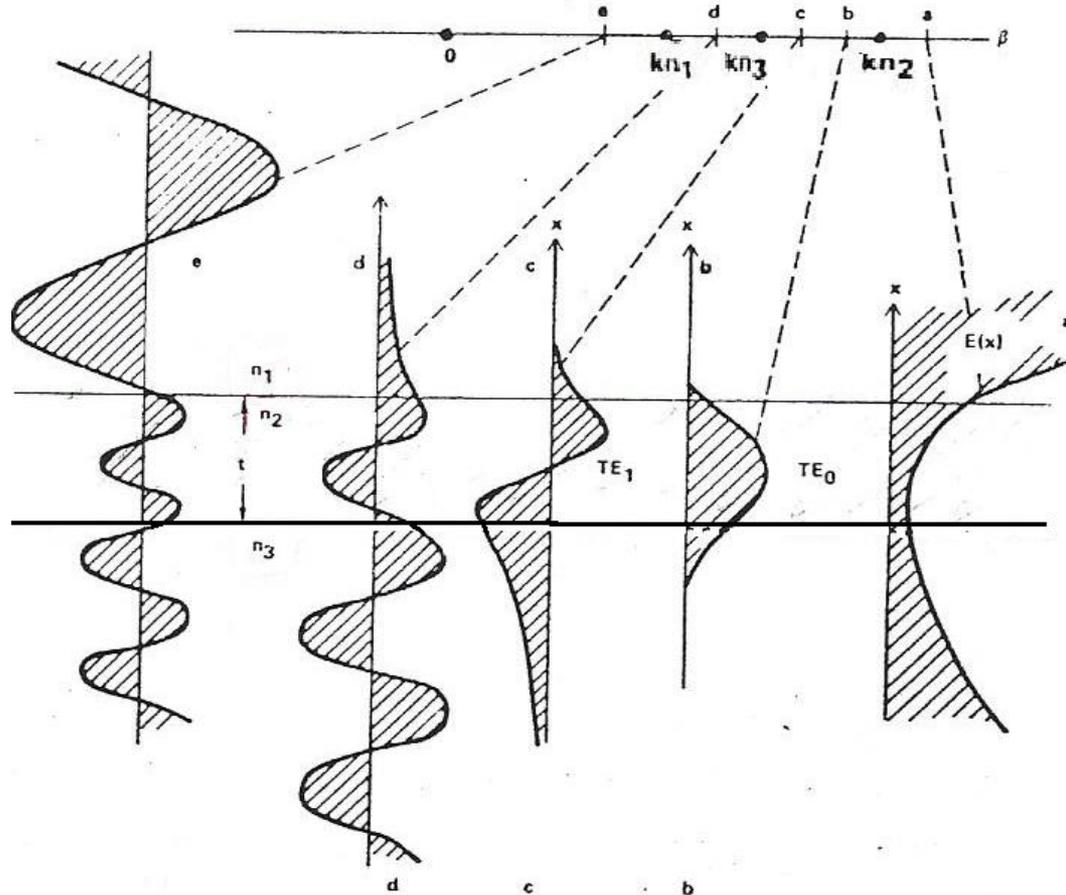
$\nabla^2 \mathbf{E} + n^2 k^2 \mathbf{E} = 0$  da cui si ricava **l'equazione caratteristica**

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \bar{E}(x, y) + [k^2 n^2(r) - \beta^2] \bar{E}(x, y) = 0$$

$\beta$  è la costante di fase delle possibili configurazioni di campo (modi)  
 $n(r)$  è l'indice di rifrazione dei diversi strati  $k$  è il numero d'onda

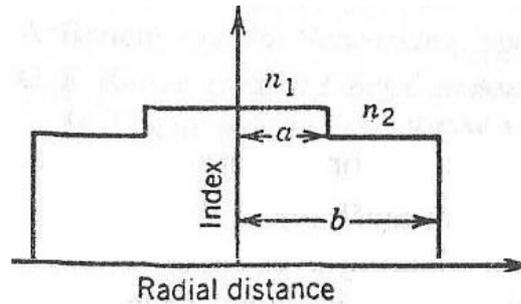
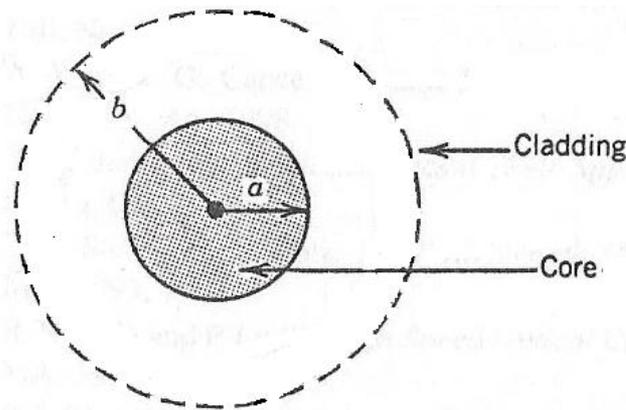
$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

A seconda dei valori di  $\beta$  nelle diverse regioni della struttura si hanno le soluzioni indicate in figura



Si distinguono modi guidati, modi leaky (dispersivi) e modi radianti. Solo i modi guidati sono di interesse

Per studiare la propagazione in una **fibra ottica** si fa riferimento a una struttura cilindrica dielettrica a due strati uno interno con indice di rifrazione  $n_1$  e raggio  $a$  e uno esterno di raggio  $b$ , che potremo considerare arbitrariamente esteso, con indice di rifrazione  $n_2$



$$n_1 > n_2$$

Guidato dalla discontinuità dei due strati concentrici si propaga un campo come visto per la guida planare

Dalle equazioni di MAXWELL si ricava **l'equazione d'onda** (wave equation)

$$\nabla^2 \mathbf{E} + n^2 k^2 \mathbf{E} = 0 \quad n = \begin{cases} n_1; & \rho \leq a, \\ n_2; & \rho > a. \end{cases}$$

Risolvendo in funzione delle componenti assiali del campo elettrico  $E_z$  e del campo magnetico  $H_z$  (a mezzo delle quali si possono esprimere le altre) e scrivendo l'equazione d'onda in coordinate cilindriche  $\rho \phi z$  si ottiene ( per  $E_z$  e analogamente per  $H_z$ )

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + n^2 k^2 E_z = 0$$

Adottando il metodo di separazione delle variabili

$$E_z(\rho, \phi, z) = F(\rho)\Phi(\phi)Z(z) \quad Z = \exp(i\beta z), \quad \Phi = \exp(jm\phi)$$

per  $F$  si ottiene una equazione soddisfatta dalle funzioni di Bessel

$$\frac{d^2 F}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dF}{d\rho} + \left( n^2 k_0^2 - \beta^2 - \frac{m^2}{\rho^2} \right) F = 0.$$

I parametri  $p$  e  $q$  sono definiti da  $p^2 = n_1^2 k^2 - \beta^2$   $q^2 = \beta^2 - n_2^2 k^2$

Si ricava una **equazione caratteristica** agli autovalori che fornisce i valori di  $\beta$  e le configurazioni di campo

Le espressioni di  $E_z$  e  $H_z$  sono

$$E_z = \begin{cases} AJ_m(p\rho) \exp(im\phi) \exp(i\beta z); & \rho \leq a, \\ CK_m(q\rho) \exp(im\phi) \exp(i\beta z); & \rho > a. \end{cases}$$

$$H_z = \begin{cases} BJ_m(p\rho) \exp(im\phi) \exp(i\beta z); & \rho \leq a, \\ DK_m(q\rho) \exp(im\phi) \exp(i\beta z); & \rho > a. \end{cases}$$

Da  $E_z$  e  $H_z$  si ricavano le altre quattro componenti usando le equazioni di Maxwell

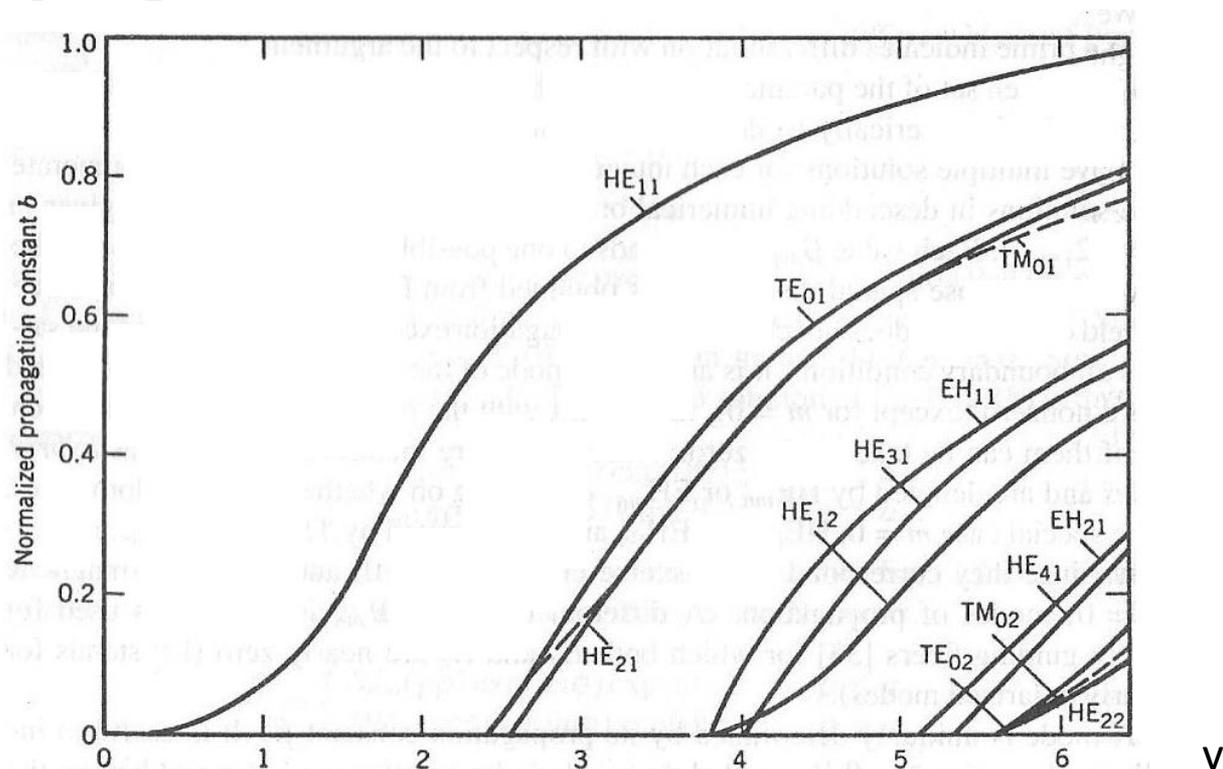
$$E_\rho = \frac{i}{p^2} \left( \beta \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \mu_0 \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right) \quad H_\rho = \frac{i}{p^2} \left( \beta \frac{\partial H_z}{\partial \rho} - \epsilon_0 n^2 \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} \right)$$

$$E_\phi = \frac{i}{p^2} \left( \frac{\beta}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \mu_0 \omega \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \quad H_\phi = \frac{i}{p^2} \left( \frac{\beta}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} + \epsilon_0 n^2 \omega \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \right)$$

Queste sono le espressioni del campo nel core mentre le espressioni del campo nel cladding si ottengono sostituendo  $p^2$  con  $-q^2$ :

Si definiscono una costante di fase normalizzata  $b$  e una frequenza normalizzata  $V$  in funzione delle quali si rappresentano i modi TE e TM ma anche modi EH ed HE ( $E_z$  e  $H_z \neq 0$ ). Esiste anche un modo HE<sub>11</sub> denominato **modo fondamentale** della fibra senza taglio

$$b(V) = \frac{(\beta'^2 - n_2^2)}{n_1^2 - n_2^2} \text{ con } \beta' = \frac{\beta c}{\omega} = \frac{\beta}{k} \quad v = 2\pi \frac{a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$



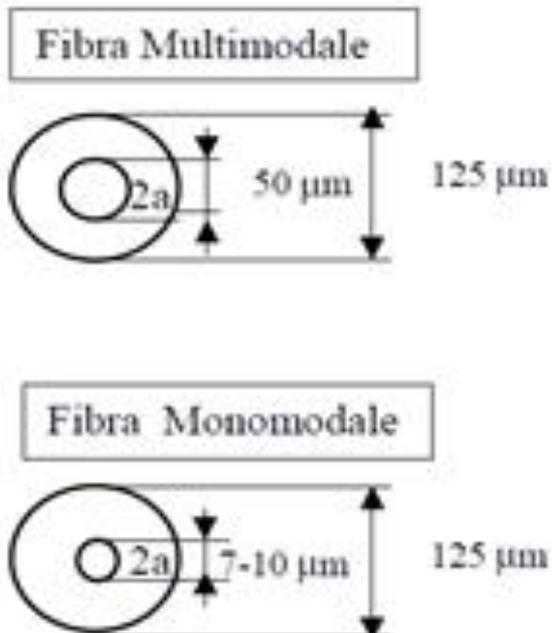
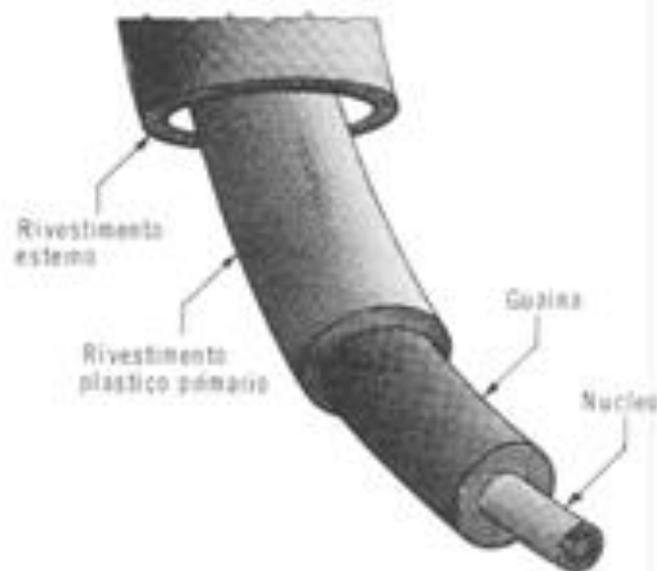
## MODI LINEARMENTE POLARIZZATI (LP)

Nell'ipotesi di fibre **debolmente guidanti** (weakly guiding) cioè con piccola differenza di indice fra core e cladding, ci sono modi HE ed EH che hanno gli stessi autovalori e le stesse caratteristiche di dispersione.

Essi possono essere associati considerando un solo modo composto, somma dei due

Le componenti longitudinali di questi campi sono piccole rispetto a quelle trasversali per cui **E** e **H** sono praticamente ortogonali fra loro e alla direzione di propagazione ( come in un'onda piana )

Tutti questi modi composti sono linearmente polarizzati per cui vengono chiamati **modi LP**



La fibra ottica è un sottile filo di vetro di grande purezza ed omogeneità si distinguono due regioni una interna (**nucleo o core**) caratterizzata da un indice di rifrazione  $n_1$  di poco superiore a quello  $n_2$  della regione esterna (**mantello o cladding**).

Nel nucleo si propaga un'onda elettromagnetica di frequenza  $10^{14}$  Hz confinata dalla discontinuità dell'indice.

A seconda delle dimensioni del core si hanno fibre multimodali o monomodali.

La fibra ottica è schematizzabile come una struttura a due strati in silice concentrici (**core** e **cladding**) aventi indici di rifrazione

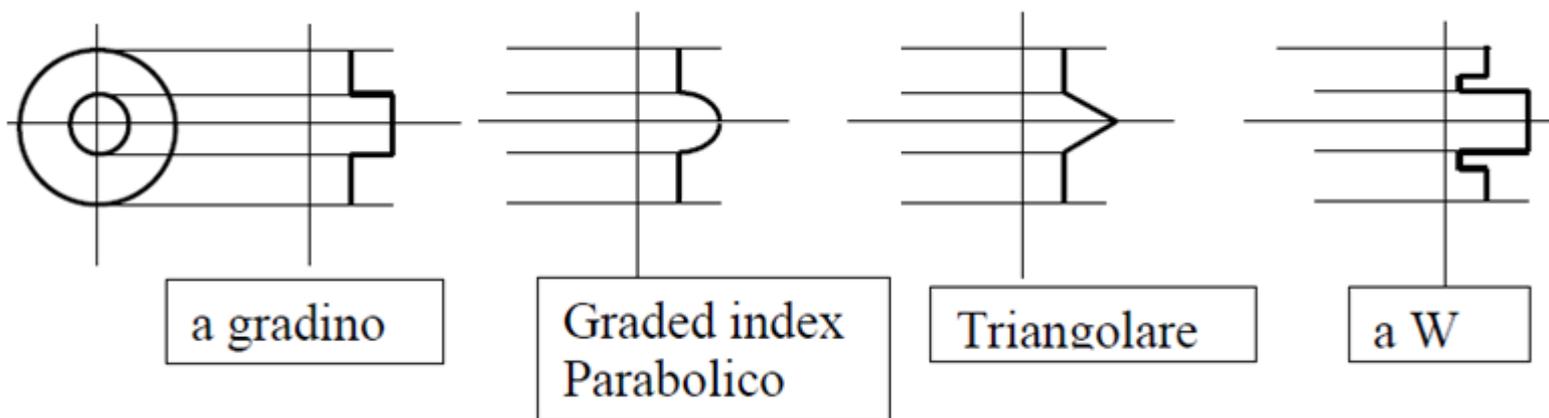
$$n_1 \text{ e } n_2 \quad \text{con} \quad n_1 > n_2$$

Lo strato esterno con indice  $n_2$  può essere considerato in teoria infinitamente esteso

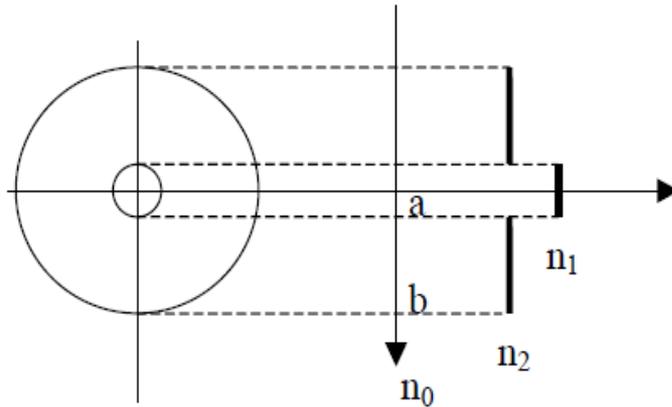
il campo nel cladding infatti va rapidamente a 0 nei modi interesse

Si dice **profilo d'indice** l'andamento dell'indice di rifrazione nel core e nel cladding.

Mediante l'adozione di questi profili si può agire sulla dispersione di una fibra.



## PARAMETRI DELLA FIBRA OTTICA



Distanze radiali  
 a è il raggio del core  
 b è il raggio del cladding

Si definisce un **salto d'indice** fra core e cladding

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_2^2} \quad \text{che si può considerare} \quad \Delta \cong \frac{n_1 - n_2}{n_2}$$

cioè circa coincidente con l'indice di rifrazione relativo fra core e cladding

La dipendenza dalla frequenza viene espressa mediante un parametro adimensionale chiamato frequenza normalizzata  $v$

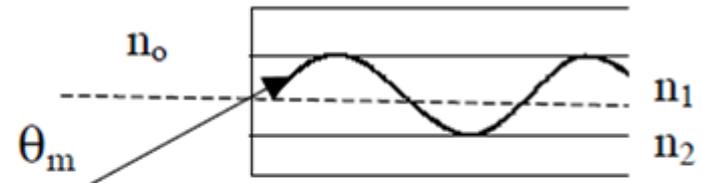
$$v = 2\pi \frac{a}{\lambda} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 2\pi \frac{a}{\lambda} n_2 \sqrt{2\Delta} = a k \text{NA} \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Per rappresentare la propagazione si può usare un modello in cui i modi sono rappresentati come raggi. Questo modello si chiama **ottica geometrica**

L'apertura numerica

$$NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

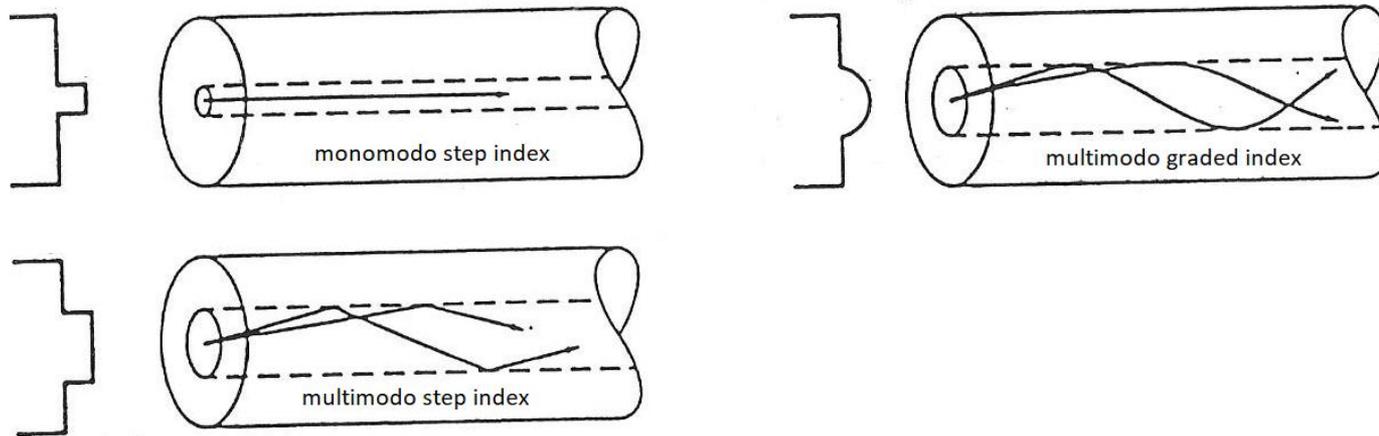
$$NA = n_o \text{ sen } \theta_{\text{max}}$$



NA consente di individuare il massimo angolo di incidenza per cui un raggio luminoso può essere guidato nel nucleo

Per accoppiare al massimo la fibra alla sorgente  $\Delta$  dovrebbe essere più grande possibile ma questo non è utile per le comunicazioni ottiche perchè produrrebbe **dispersione modale**

Per quanto visto nella descrizione modale si cerca di avere fibre **monomodali**



La descrizione mediante l'ottica geometrica, anche se approssimata, è applicabile per rappresentare la propagazione in una fibra ottica se il raggio del core è molto maggiore della lunghezza d'onda. Quando raggio  $a$  e  $\lambda$  diventano comparabili è necessario applicare la teoria basata sui campi elettromagnetici che si propagano nella struttura.