

# OTTICA TERZA PARTE

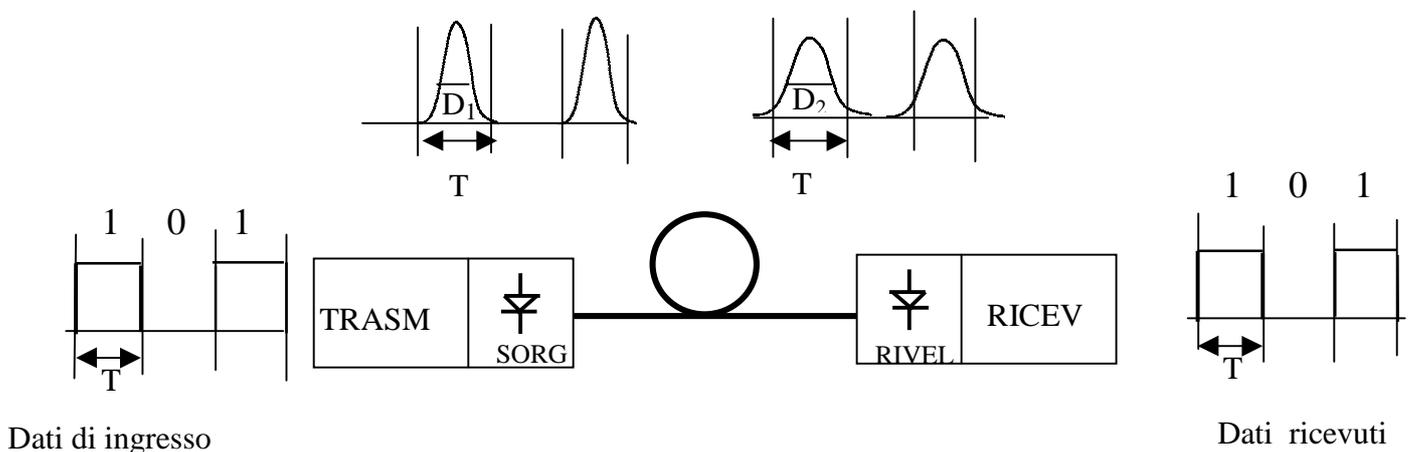
SISTEMI a INTENSITA' di MODULAZIONE  
e a DEMODULAZIONE DIRETTA (IMDD )

Prof. Elvio Valentinuzzi

## SISTEMA A MODULAZIONE DI INTENSITA' E DEMODULAZIONE DIRETTA (IMDD)

La sequenza numerica comanda l'emissione della potenza di un Laser o di un Led che vengono accesi e spenti ogni  $T$  secondi modulando così il fascio ottico nel modo più semplice. In ricezione un fotodiodo riceve la potenza ottica e genera impulsi di corrente.

Gli impulsi indicati rappresentano l'andamento della potenza della portante ottica negli intervalli di tempo  $T$ .



I principali elementi di progetto del sistema sono

- La velocità di trasmissione (bit rate)
- La lunghezza del collegamento

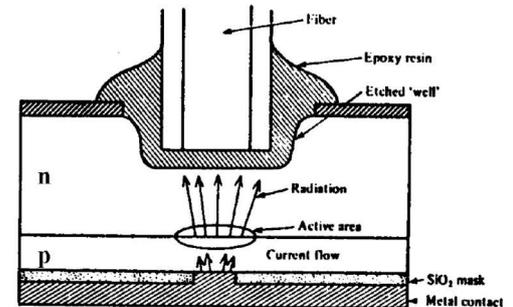
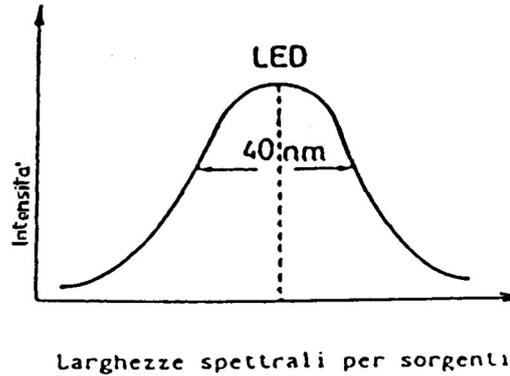
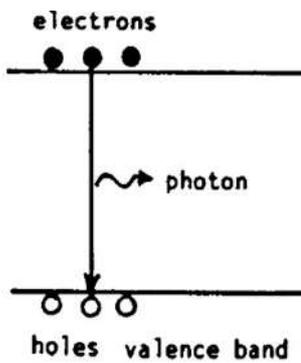
Da essi dipende la scelta dei componenti del sistema e le loro caratteristiche

- Finestra ottica
- Tipo di sorgente
- Tipo di fibra
- Tipo di rivelatore (fotodiodo)
- Caratteristica del ricevitore

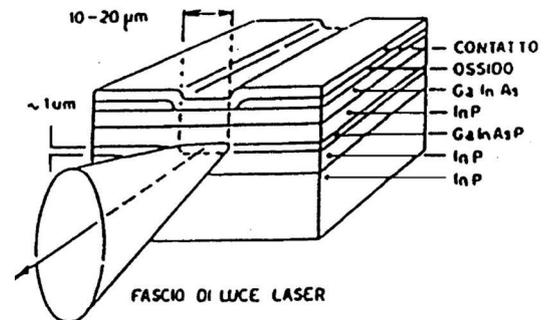
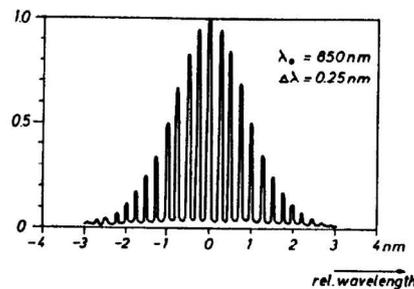
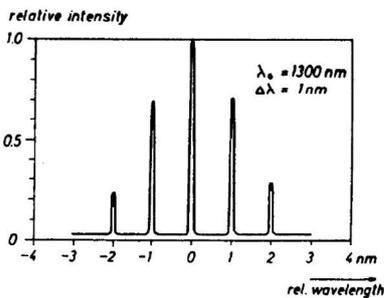
## SORGENTI OTTICHE

Le sorgenti più economiche sono i **LED** (Light Emitting Diodes)

Quando sono percorsi da una corrente diretta gli elettroni della banda di conduzione possono passare nella banda di valenza, ricombinandosi con le lacune. La differenza di energia fra i due livelli viene emessa come quanti di luce o fotoni



Se l'emissione è stimolata ho il **LASER** (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation)



I Laser generano modi longitudinali. Lo spettro di emissione è composto da più modi (linee) Con particolari accorgimenti si ottengono laser monomodo (Distributed Feedback).

Una caratteristica dei Laser è la coerenza della radiazione emessa: si ha coerenza temporale se la fase delle onde è stabile nel tempo e coerenza spaziale se le onde hanno la stessa fase in tutti punti della sezione del fascio

La larghezza di banda di modulazione dei Laser è molto maggiore di quella dei LED (150MHz) e arriva ad alcuni GHz

La larghezza di banda di emissione si riduce ad alcuni nm .

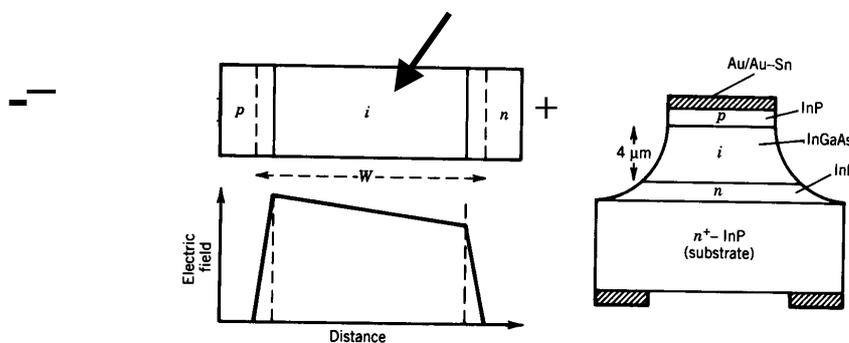
## FOTODIODI

Si usano come rivelatori del segnale ottico due tipi di dispositivi

- Diodi PIN (Positive- Intrinsic- Negative)
- Diodi APD (Avalanche Photodiodes)

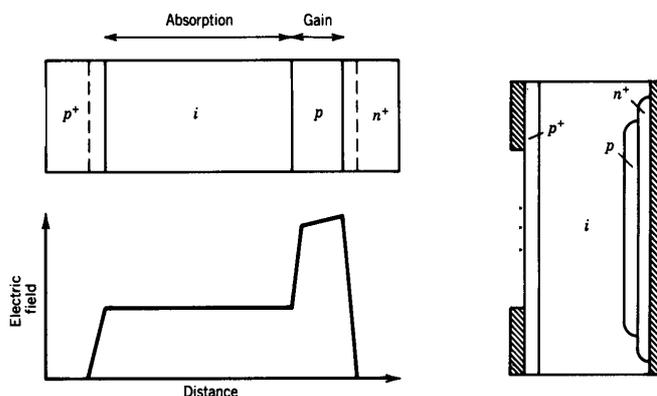
### FOTODIODO PIN (p-i-n)

E' un diodo polarizzato inversamente con una zona intrinseca fra quelle drogate p e n. La radiazione ottica entra da una finestra sulla zona intrinseca e se l'energia è sufficiente, fa passare gli elettroni dalla banda di valenza a quella di conduzione.



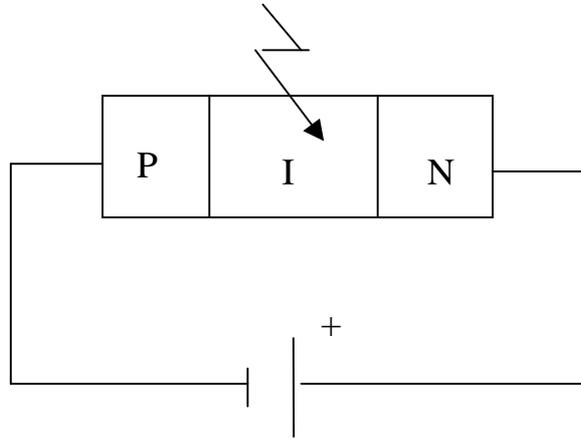
### FOTODIODO A VALANGA

Polarizzando inversamente il diodo si stabilisce nella zona i-p-n un forte campo elettrico che causa la ionizzazione a impatto. Lavorando vicino alla tensione di breakdown della giunzione p-n, i portatori generano altri portatori dando origine a una moltiplicazione di cariche. Si genera tuttavia un rumore interno legato al processo di moltiplicazione.



## FOTODIODI

La fotorivelazione è basata sull'effetto fotoelettrico .



Una radiazione luminosa incidente nella regione intrinseca di un diodo semiconduttore drogato PIN e polarizzato inversamente produce dei portatori liberi. Ogni coppia di portatori generata dopo un certo tempo di transito all'interno della giunzione produce degli impulsi in determinati istanti. La distribuzione degli arrivi segue la legge di Poisson per cui la probabilità di avere  $n$  portatori al tempo  $t$  è

$$P(t) = \frac{(\chi t)^n}{n!} e^{-\chi t}$$

$\chi$  è il ritmo statistico della generazione delle coppie elettrone lacuna che sarà

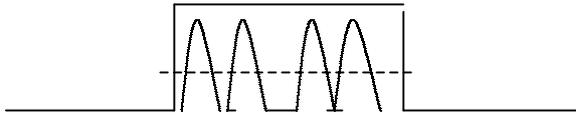
$$\chi = \eta \frac{P}{hf} \quad \eta = \frac{N^\circ \text{ elettr generati}}{N^\circ \text{ fotoni incidenti}}$$

rappresenta gli elettroni generati per fotone (0 – 1)

$P$  è la potenza incidente,  $h$  la costante di Plank ,  $f$  (o  $\nu$ ) la frequenza

Se la trasmissione è numerica si può ragionare in termini di fotoni per bit introducendo così il concetto di velocità di trasmissione  $R_b$

## TRASDUZIONE ELETTRICO- OTTICA

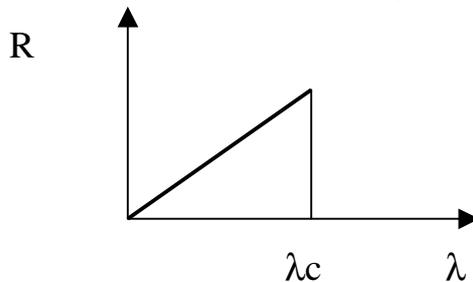


Il segnale di corrente che si ottiene è pari al valor medio. La fluttuazione rispetto a tale valor medio è il rumore quantico (q carica elettrone)

$I_p = \chi q = R P$  dove R è chiamata RESPONSIVITY

sostituendo  $\chi$  ho

$$R = \eta \frac{q}{hf} = \eta \frac{q\lambda}{h c}$$



L'energia del fotone  $hf$  deve essere superiore a  $E_g$  che dipende dal materiale per far passare le cariche dalla banda di valenza a quella di conduzione per cui si ha una frequenza di taglio  $\lambda_c$

L'attenuazione ammissibile dipende dalla bit rate  $R_b$  infatti

$$\alpha_{dB} d = 10 \log\left(\frac{P_T}{P_R}\right) \quad \text{ma} \quad \frac{P_R}{R_b} = E_b \quad \frac{E_b}{h f} = N_p$$

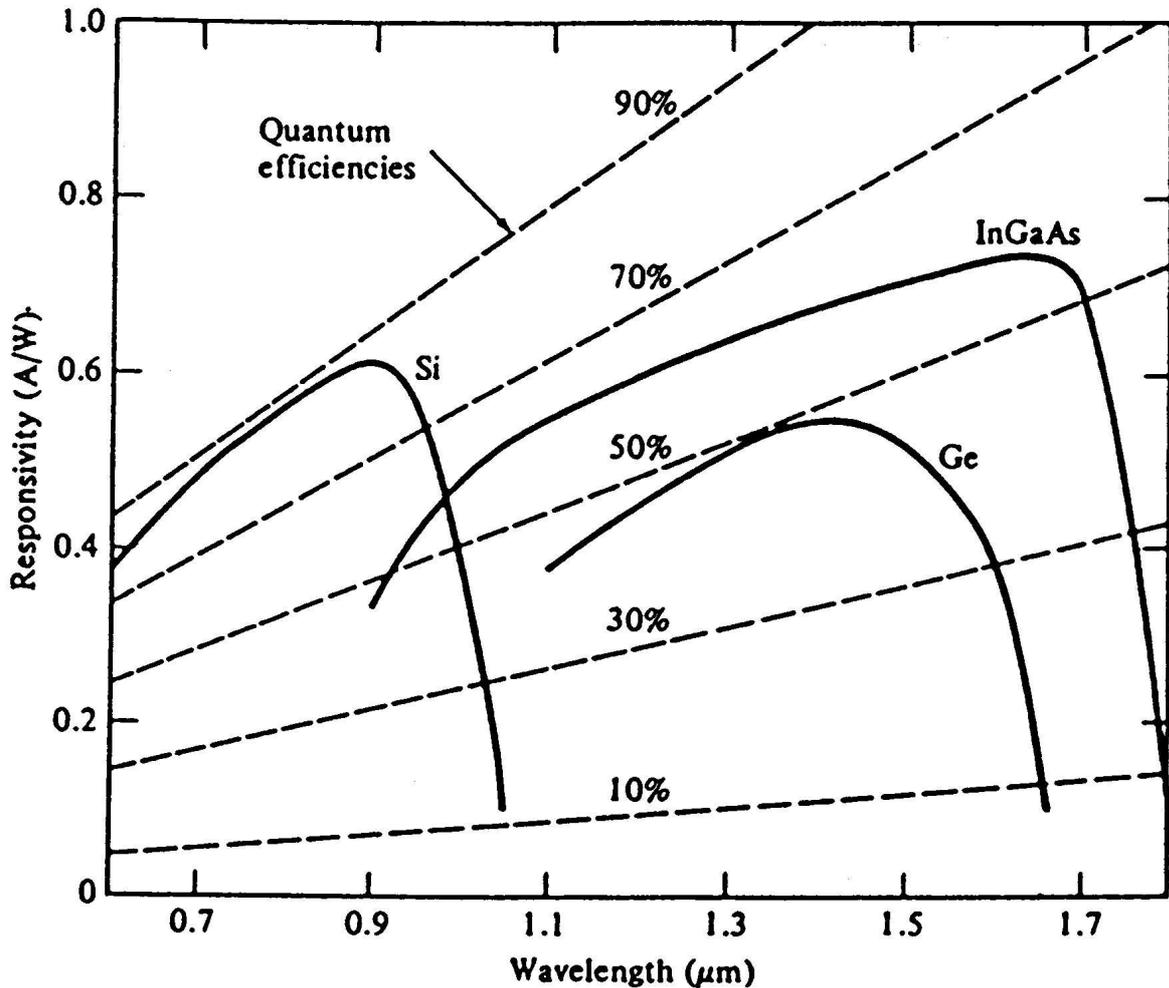
$N_p$  è il numero medio di fotoni per bit richiesti dal ricevitore

Per cui  $P_R = N_p h f R_b$

$$d = \frac{10}{\alpha_{dB}} \log\left(\frac{P_T}{N_p h f R_b}\right)$$

Al crescere della velocità di trasmissione diminuisce in maniera logaritmica  $d$

## RESPONSIVITY



The *quantum efficiency*  $\eta$  is the number of electron-hole carrier pairs generated per incident photon of energy  $h\nu$  and is given by

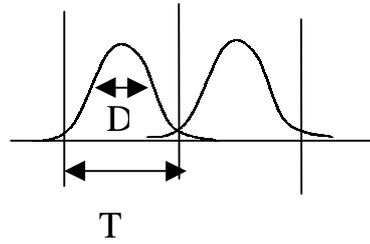
$$\eta = \frac{\text{Number of electron-hole pairs generated}}{\text{Number of incident photons}} = \frac{I_p/q}{P_0/h\nu}$$

Here  $I_p$  is the average photocurrent generated by a steady-state average optical power  $P_0$  incident on the photodetector.

## LIMITI SISTEMISTICI IMPOSTI DALLA DISPERSIONE

Sorgente luminosa a spettro ampio

$$D \leq \frac{T}{4} \quad R_b = \frac{1}{T} \quad D = S(\lambda_o) d \Delta\lambda$$



Da cui  $R_b \leq \frac{1}{4D} = \frac{1}{4S(\lambda_o) d \Delta\lambda}$  per cui  $R_b d \leq \frac{1}{4S(\lambda_o) \Delta\lambda}$

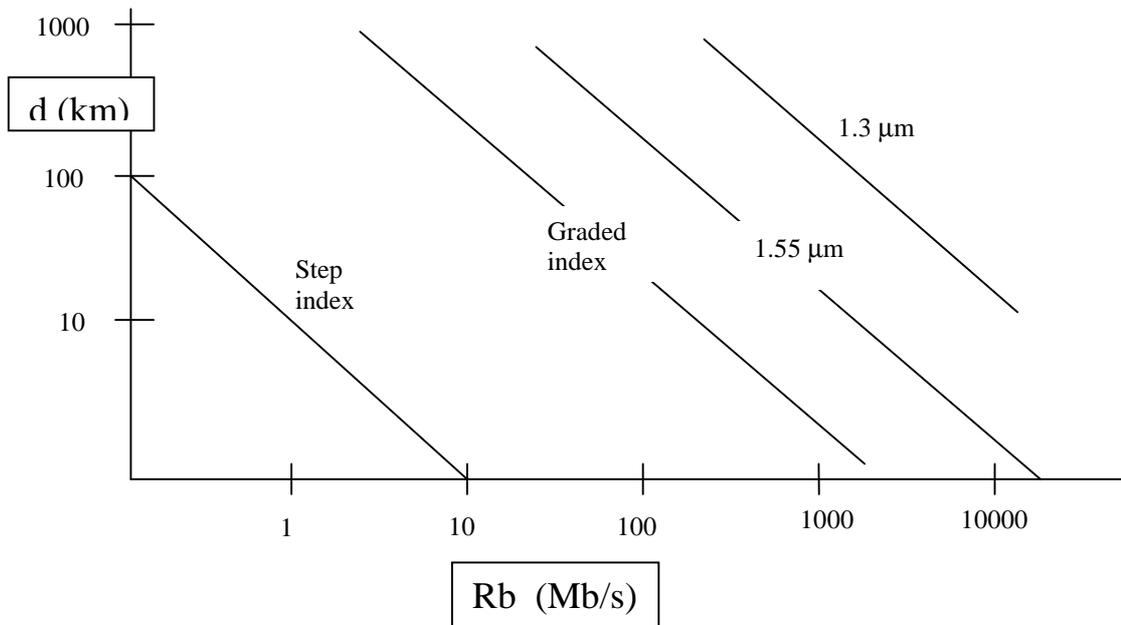
Sorgente a banda stretta

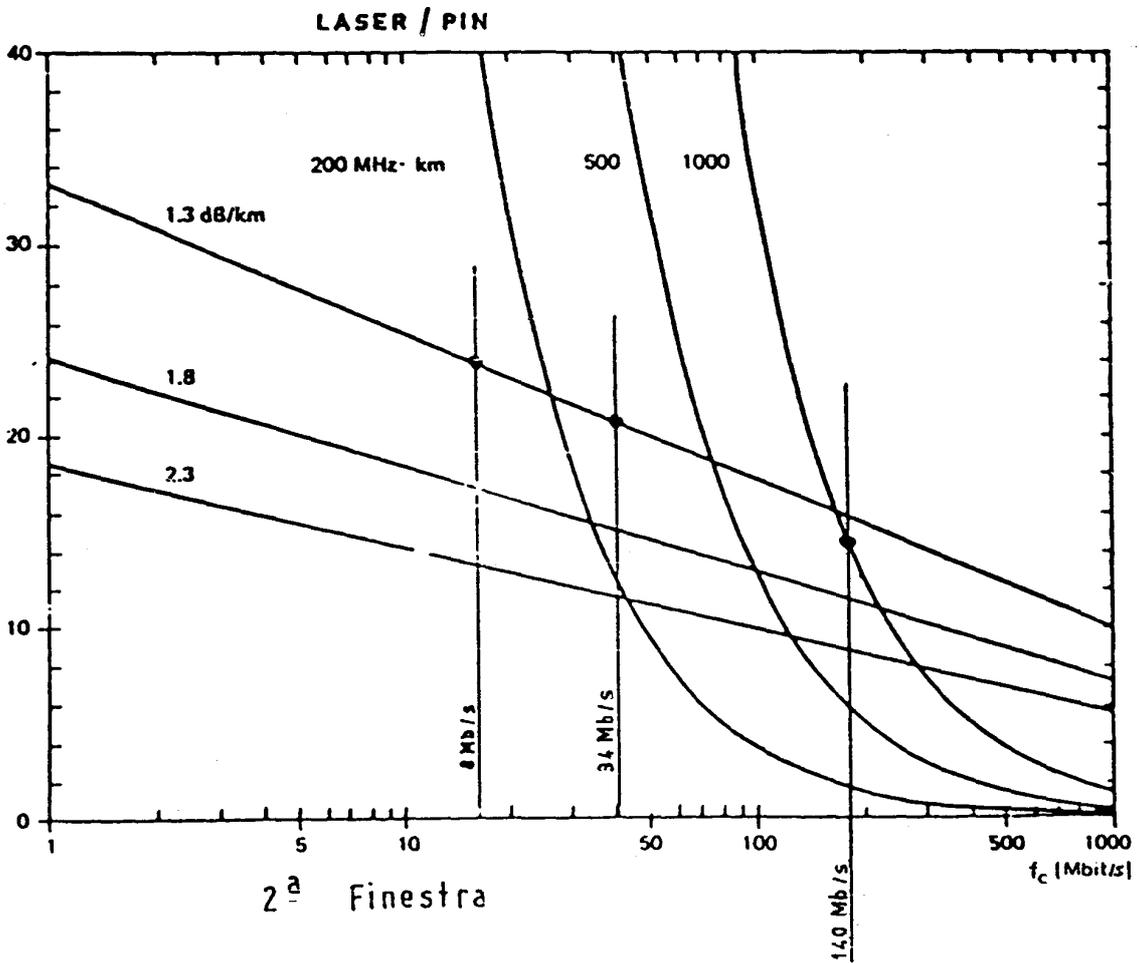
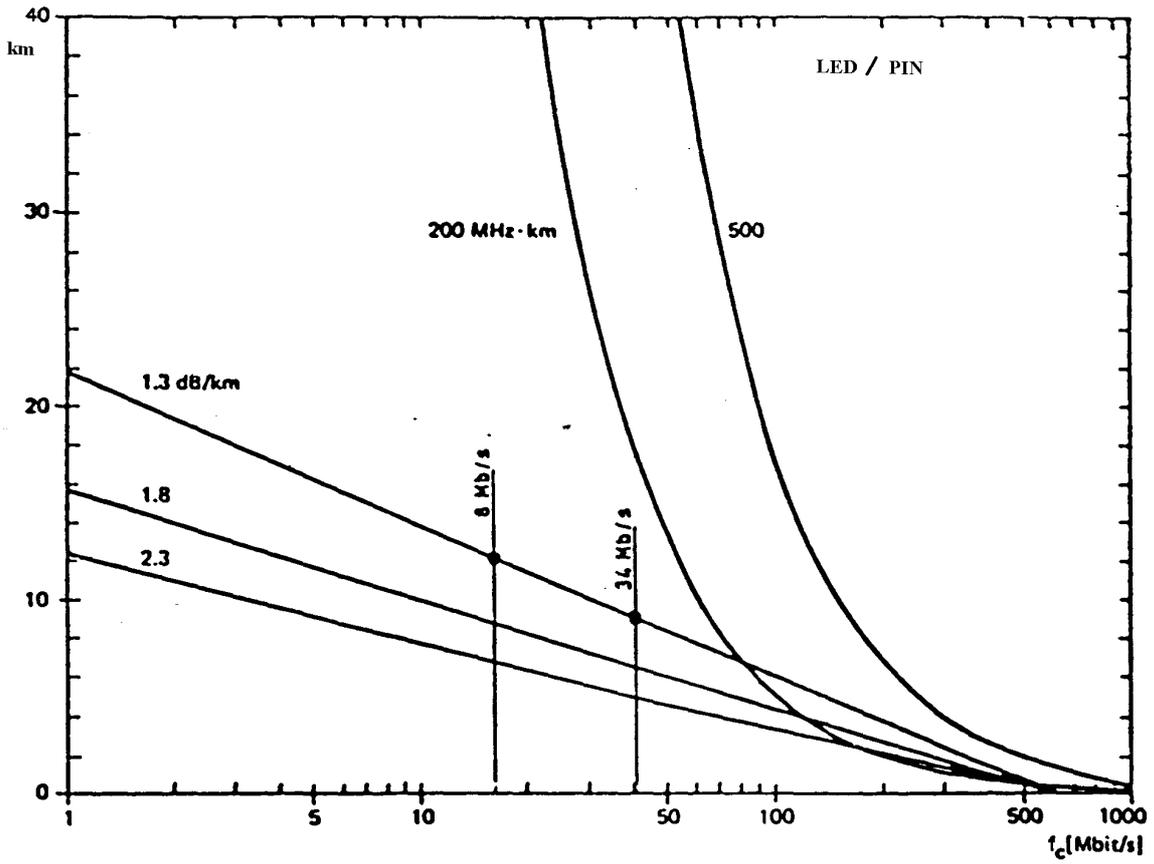
$\Delta\lambda$  è legata alla velocità di modulazione

se  $\Delta f$  è la larghezza spettrale del segnale in frequenza

$$\Delta f \cong \frac{1}{2T} \quad \Delta f = \left. \frac{df}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_o} \Delta\lambda \text{ per cui } \Delta f = \frac{c}{\lambda_o^2} \Delta\lambda \quad \text{e} \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda_o^2}{2c} R_b$$

$$R_b^2 d \leq \frac{c}{2S(\lambda_o) \lambda_o^2}$$





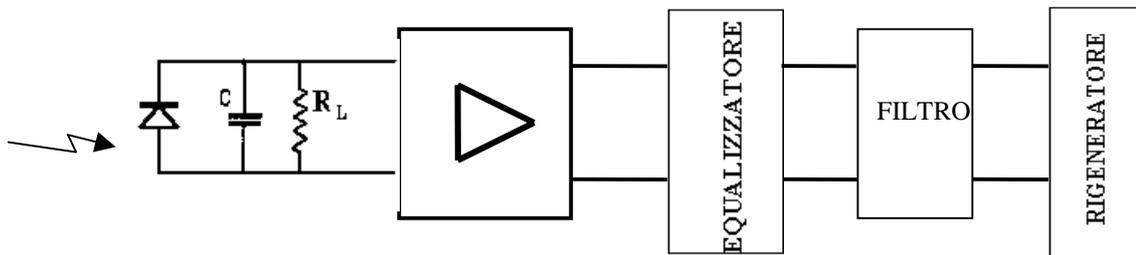
## FRONT END OTTICO

IL front end di un ricevitore ottico è costituito da un fotodiodo e un amplificatore  
 Ci sono due tipi di amplificatori :

**Alta Impedenza (HZ)**  
**Transimpedenza (TZ)**

### AMPLIFICATORE AD ALTA IMPEDENZA

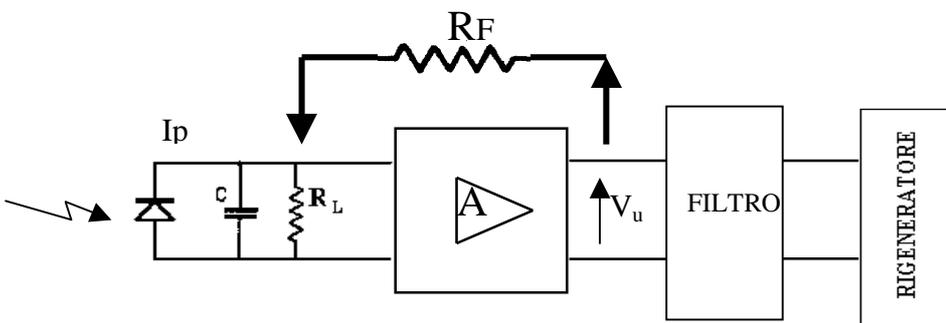
Il primo tipo di amplificatori minimizza i contributi di rumore ma allarga gli impulsi (limitando la banda) per cui deve essere seguito da un equalizzatore



La banda risulta limitata dall'elevato valore di  $R_L$   $B \leq \frac{1}{2\pi C R_L}$

Aumentando  $R_L$  diminuisce la banda ma anche il rumore la cui varianza  $\sigma^2 = \frac{4kTB}{R_L}$

### AMPLIFICATORE A TRANSIMPEDENZA(TZ)



Collegando l'uscita con l'ingresso mediante un resistenza di feedback l'impedenza di ingresso Appare come  $R_F/A$   $R_F$  e  $R_L$  ai fini del calcolo del rumore risultano in parallelo.

$$\sigma^2 = \frac{4kTB}{(R_F // R_L)} \quad B \leq \frac{A}{2\pi C R_L} \quad H(f) = \frac{V_u}{I_p} = \frac{-R_F}{1 + j2\pi f \frac{R_F C}{A}}$$

## SCHEMATIZZAZIONE DEL RICEVITORE

Immaginiamo di schematizzare, in linea di principio, il blocco ricevente

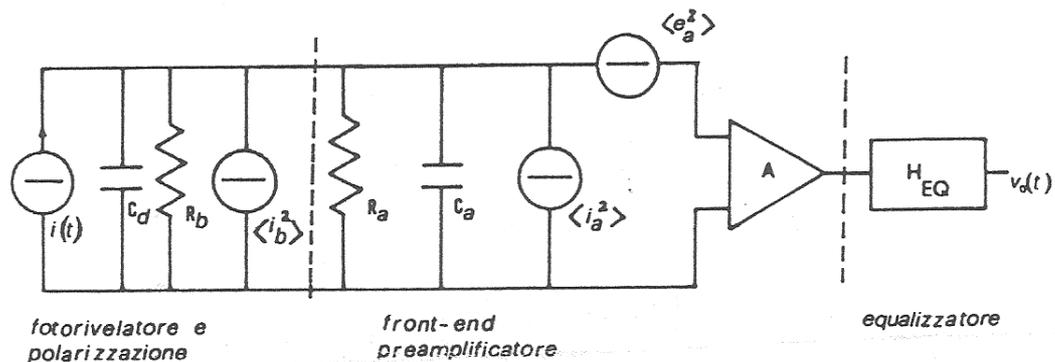


Fig. 2.5

$C_d$  è la capacità del fotodiode

$R_b$  è la resistenza di polarizzazione del fotodiode

$R_a$  e  $C_a$  sono la resistenza e la capacità di ingresso del front-end

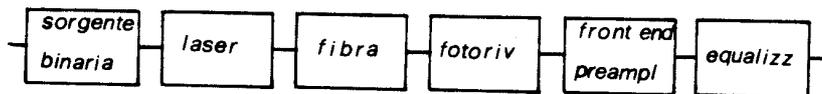
$A$  è un amplificatore ideale di tensione

$\langle i_a^2 \rangle$  e  $\langle e_a^2 \rangle$  rappresentano dei generatori di rumore riportati in ingresso. Le loro densità spettrali di potenza bilaterale le indichiamo con  $\Phi_I$  e  $\Phi_E$ . Per semplicità le supponiamo bianche, gaussiane ed incorrelate.

$\langle i_b^2 \rangle$  rappresenta il generatore di rumore termico dovuto alla  $R_b$  di polarizzazione. La sua densità spettrale bilaterale è

## FUNZIONE DI TRASFERIMENTO DELL'EQUALIZZATORE

Il canale di comunicazione può essere schematizzato



Si tratta di ricavare il modulo della funzione di trasferimento  $H_{EQ}(\omega)$ .

Per l'intero canale si può scrivere:

$$G_0(\omega) = R M G_M(\omega) \cdot H_F(\omega) H_{FE}(\omega) \cdot H_{EQ}(\omega)$$

R responsivity                      M guadagno

$G_0(\omega)$  fornisce un coseno rialzato

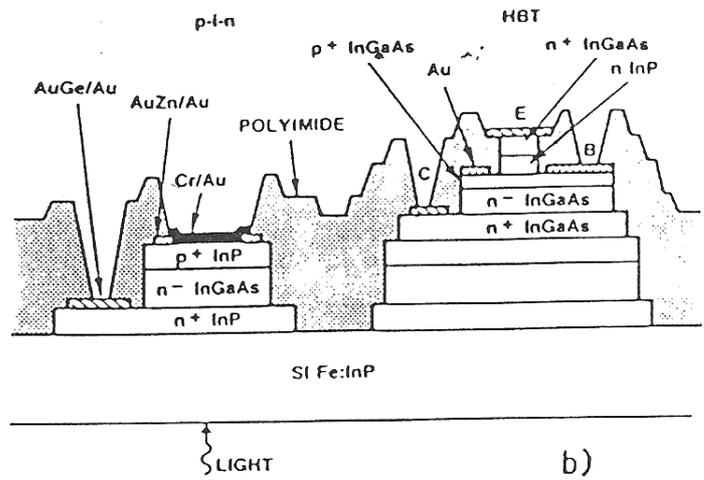
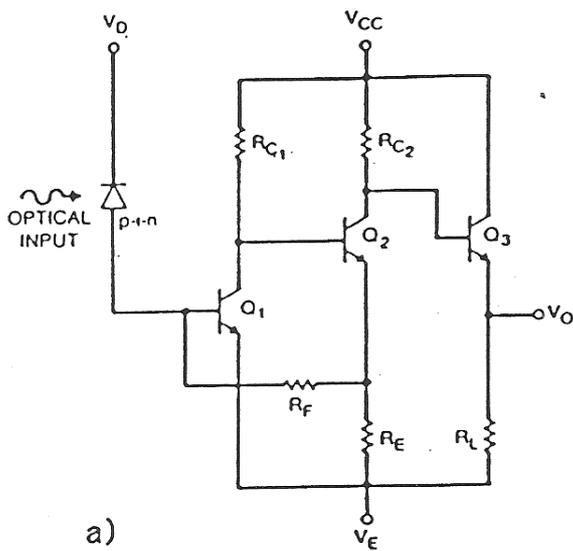
$H_{FE}(\omega)$  è la funzione di trasferimento corrente-tensione del front-end e del preamplificatore.

$G_M(\omega)$  rappresenta il segnale che esce dal fotoemittitore.

$H_F(\omega)$  è la funzione di trasferimento della fibra.

La funzione  $H_{EQ}(\omega)$  è facilmente ricavabile dalla

$$H_{EQ}(\omega) = G_0(\omega) / R M G_M(\omega) H_F(\omega) H_{FE}(\omega)$$



Device Layer	Material	Thickness Å	Doping $\text{cm}^{-3}$
Emitter contact	n <sup>+</sup> :InGaAs	3000	$5 \times 10^{18}$
Emitter	n:InP	2000	$1 \times 10^{17}$
Set back	n <sup>-</sup> :InGaAs	200	$5 \times 10^{15}$
Base	p <sup>+</sup> :InGaAs	1000	$2 \times 10^{18}$
Collector	n <sup>-</sup> :InGaAs	2500	$5 \times 10^{15}$
Subcollector	n <sup>+</sup> :InGaAs	4000	$5 \times 10^{18}$
p-Photodiode	p <sup>+</sup> :InP	4000	$2 \times 10^{18}$
i-photodiode	n <sup>-</sup> :InGaAs	1 $\mu\text{m}$	$5 \times 10^{15}$
n-photodiode	n <sup>+</sup> :InP	4000	$2 \times 10^{18}$
Substrate	Fe:InP		Semi-insulating

Fig. 5 -a) Schema circuitale del fotoricevitore monolitico  
 b) Vista in sezione della struttura multistrato che realizza il diodo p-i-n ed il transistor HBT.  
 c) Tabella dei parametri della struttura stratificata  
 Tratto dal riferimento bibliografico [7]

## RUMORE NEI RICEVITORI OTTICI

La corrente generata può essere scritta

$$I(t) = I_p + i_s(t) + i_T(t)$$

$I_p$  è il valor medio e rappresenta la corrente di segnale

$i_s(t)$  è una corrente dovuta al rumore granulare (shot-noise o rumore quantico)

$i_T(t)$  è il contributo alla corrente dovuto al rumore termico

$i_s(t)$  deriva da un processo casuale che si può approssimare con una legge gaussiana a valor medio nullo

La densità spettrale bilatera del processo è

$$S_s(f) = q(I_p + I_d)$$

$I_d$  è la corrente di buio che si ha in assenza di radiazione ottica incidente

$$\sigma_s^2 = q(I_p + I_d)2B$$

$B$  è la banda del ricevitore

Il rumore quantico è un processo gaussiano bianco dipendente dal segnale

$i_T(t)$  è il contributo alla corrente dovuto al rumore termico. E' anche questo un processo gaussiano a valor medio nullo. La sua densità spettrale e la varianza sono

$$S_T(f) = \frac{2kT}{R_L} \quad \sigma_T^2 = \frac{4kTB}{R_L}$$

Il rapporto segnale rumore al ricevitore è (  $R$  = Responsivity )

$$SNR = \frac{I_p^2}{\sigma_s^2 + \sigma_T^2} = \frac{R^2 P_{in}^2}{\sigma_s^2 + \sigma_T^2}$$

Se  $\sigma_s^2 \gg \sigma_T^2$   $SNR = \frac{R P_{in}}{2qB} = \eta N_p$       limite quantico

$\eta$  = efficienza del processo di fotorivelazione,  $N_p = N^\circ$  dei fotoni per bit

Questo vale per i ricevitori che usano un diodo PIN

Quando si hanno ricevitori con fotodiodi APD (a valanga)  $I_p = M R P_{in}$

$$\sigma_s^2 = 2qM^2 F_A (I_p + I_d) B$$

$M$  è il fattore di moltiplicazione,  $F_A > 1$  è il fattore di rumore in eccesso

SNR peggiora se ho solo rumore quantico e migliora di  $M^2$  se prevale il rumore termico

Il progetto di un sistema ottico parte dalla determinazione della sensibilità del ricevitore definita come la minima potenza ottica media all'ingresso del ricevitore, necessaria per avere la probabilità di errore sul bit voluta. Si deve quindi calcolare la probabilità media di errore sul bit in funzione del rapporto segnale rumore e quindi caratterizzare il sistema mediante il valore di potenza ottica richiesto.

Ho due livelli di corrente emessa dal fotodiode

$I_1$  corrente del fotodiode nel caso di trasmissione di un "1"

$I_0$  corrente del fotodiode nel caso di trasmissione di uno "0"

$I_1 = 2MRP_R$   $P_R$  è la potenza media (la potenza di picco  $P_P = 2P_R$ )

$M$  = numero medio di portatori per fotone  $R$  la responsivity

$I_0 = 0$  supponendo nulla la corrente di buio

$\sigma_1^2 = \sigma_s^2 + \sigma_T^2$  mentre  $\sigma_0^2 = \sigma_T^2$

La probabilità di errore sul bit può essere scritta

$$P_{eb} = 1/2 [P(0R/1T) + P(1R/0T)]$$

Cioè la probabilità di decidere 0 quando trasmetto 1 e la

la probabilità di decidere 1 quando trasmetto 0

ricordando la funzione

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-y^2/2} dy$$

e la definizione di soglia che minimizza la probabilità errore nel caso di

due simboli di valore  $I_1$  e  $I_0$

$$I_d = \frac{\sigma_0 I_1 + \sigma_1 I_0}{\sigma_0 + \sigma_1}$$

$$P_{eb} = Q\left(\frac{I_1 - I_0}{\sigma_0 + \sigma_1}\right) \quad P_{eb} = Q\left(\frac{I_1}{\sigma_0 + \sigma_1}\right) = Q\left(\frac{2MRP_R}{\sigma_T + \sqrt{\sigma_s^2 + \sigma_T^2}}\right)$$

Fissato il valore della  $P_{eb}$  da  $Q(K) = P_{eb}$  ricavo il valore di  $K$

Dalla conoscenza di  $X \longrightarrow P_R = \frac{X}{R} (q \Delta f F_A X + \frac{\sigma_T}{M})$

$\Delta f$  è la banda del sistema che viene assunta pari a  $Rb/2$

Si voglia calcolare la sensibilità di un ricevitore ottico che lavora in terza finestra a  $1.55 \mu\text{m}$ . Il fotodiiodo (del tipo InGaAs) ha una Responsivity  $R=1\text{A/W}$  e una corrente di buio  $I_d=2\text{nA}$ .  $R_b=1\text{ Gbps}$ . La resistenza di ingresso del front end è  $R_L=1\text{K}\Omega$  e la cifra di rumore  $F=2$ .

Si calcoli la deviazione standard  $\sigma_T$

$$\sigma_T^2 = \frac{4KTf\Delta f}{R_L} = \frac{4 * 1.3810^{-23} * 290 * 2 * 500 * 10^6}{10^3} = 1.6 * 10^{-14}$$

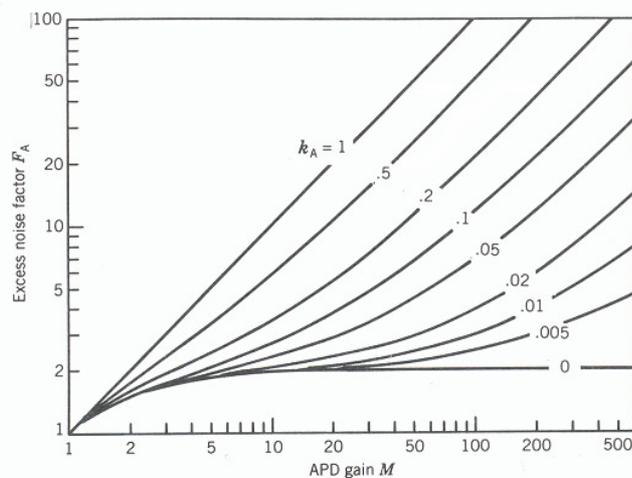
$$\sigma_T = 0.12610^{-6} \text{ A}$$

L'espressione di  $\sigma_s$  per un rivelatore APD è

$$\sigma_s^2 = 2 q M^2 F_A (R P_R + I_d) \Delta f \quad F_A(M) = k_A M + (1 - k_A) \left(2 - \frac{1}{M}\right)$$

$F_A$  chiamato excess noise factor è legato al guadagno  $M$  dell'APD.

$k_A$  è un rapporto di coefficienti di ionizzazione legato al processo di moltiplicazione a valanga ( $k_A$  varia fra 0 e 1 e  $F_A$  fra 2 e  $M$ ;  $k_A$  deve essere piccolo)



Excess noise factor  $F_A$  as a function of the average APD gain  $M$  for several values of the ionization-coefficient ratio  $k_A$ .

Nell'ipotesi si adotti un fotodiiodo di tipo APD con  $M=100$  e  $F_A=3$

$$P_R = \frac{X}{R} (q \Delta f F_A X + \frac{\sigma_T}{M}) = \frac{6}{1} (1.602 * 10^{-19} * 5 * 10^8 * 3 * 6 + \frac{0.12610^{-6}}{100}) = 1.62 * 10^{-8} \text{ (-48dBm)}$$

$$\begin{aligned} \sigma_s^2 &= 2 q M^2 F_A (R P_R + I_d) \Delta f = \\ &= 2 * 1.602 * 10^{-19} * 10^4 * 3 * (1 * 16.2 * 10^{-8} + 1 * 10^{-9}) * 5 * 10^8 = 826.610^{-16} \\ \sigma_s &= 0.3 * 10^{-6} \text{ A} \end{aligned}$$

Valutare se ai fini del rapporto segnale rumore conviene utilizzare un rivelatore APD o PIN

Si parte dall'espressione del rapporto segnale rumore di un APD

$$\text{SNR} = \frac{I_p^2}{\sigma_S^2 + \sigma_T^2} = \frac{M^2 R^2 P_R^2}{\sigma_S^2 + \sigma_T^2} = \frac{M^2 R^2 P_R^2}{2 q M^2 F_A (R P_R + I_d) \Delta f + \frac{4 K T F \Delta f}{R_L}}$$

Se  $\sigma_S \ll \sigma_T$

$$\text{SNR} = \frac{I_p^2}{\cancel{\sigma_S^2} + \sigma_T^2} = \frac{M^2 R^2 P_R^2}{\sigma_T^2} = \frac{M^2 R^2 P_R^2}{\frac{4 K T F \Delta f}{R_L}}$$

IL rapporto segnale rumore migliora con il fattore  $M^2$  rispetto al caso di un PIN

Ma se  $\sigma_S \gg \sigma_T$

$$\text{SNR} = \frac{I_p^2}{\sigma_S^2 + \cancel{\sigma_T^2}} = \frac{M^2 R^2 P_R^2}{\sigma_S^2} = \frac{M^2 R^2 P_R^2}{2 q M^2 F_A (R P_R + I_d) \Delta f} \cong \frac{R^2 P_R^2}{2 q F_A \Delta f}$$

Il rapporto segnale rumore si riduce della quantità  $F_A$

Il rumore termico domina di solito nei sistemi non amplificati

Mentre il rumore quantico prevale nei casi sempre più frequenti

In cui si usi un amplificatore ottico all'ingresso del fotodiodo

$P$  è la potenza incidente,  $h$  la costante di Plank,  $f$  (o  $\nu$ ) la frequenza

$h = 6.6256 \cdot 10^{-34}$  J/Hz è la costante di Plank

Electronic charge =  $1.602 \cdot 10^{-19}$        $1 \text{ eV} = 1.60 \cdot 10^{-19}$  J (C\*1V)

Invece della minima potenza ottica si potrebbe indicare anche il numero di fotoni per bit

Possiamo anche determinare il limite quantico di un sistema IM/DD  
 Si consideri un ricevitore ideale con corrente di buio trascurabile in grado di individuare un "1" rivelando anche solo un fotone per bit ( niente potenza niente fotoni)

$$P_{eb} = 1/2 [P(0R/1T)]$$

La statistica da considerare non è quella gaussiana ma la statistica di Poisson che mi dice la probabilità che  $N_p$  fotoni per bit generino  $n$  coppie lacune elettroni (se  $t = T_b$ )

$$P_n(t) = \frac{(\chi t)^n}{n!} e^{-\chi t} = \frac{(N_p)^n}{n!} e^{-N_p}$$

La probabilità di errore è 1/2 la probabilità di riconoscere "0" se ho trasmesso "1" Se  $N_p > 0$  e  $n = 0$  compio un errore

$$BER = P_e = \frac{1}{2} P(0/1) = \frac{1}{2} e^{-N_p}$$

Per  $P_{eb} = 10^{-9}$   $N_p = 20$

Questo è il limite quantico nei sistemi IM/DD