

OTTICA SECONDA PARTE

ATTENUAZIONE E DISPERSIONE

Prof. E. VALENTINUZZI

CAUSE DI ATTENUAZIONE

L'attenuazione delle fibre è imputabile a ad un insieme di fenomeni di **assorbimento** e di **diffusione** che si manifestano nel materiale

Tali fenomeni possono essere di tipo **estrinseco** cioè dovuti a fattori estranei al materiale e quindi eliminabili o **intrinseco** cioè dovuto a proprietà del materiale stesso e che quindi, essendo ineliminabili, fissano i limiti teorici.

Con riferimento alle cause **intrinseche** si distinguono:

quelle dovute all'assorbimento per transizione elettronica, quelle per vibrazione di legame ed infine quelle legate a fenomeni di diffusione di luce (scattering di Rayleigh, Brillouin e Raman).

L'attenuazione intrinseca a può essere espressa come somma di questi contributi

$$\alpha = \alpha_{UV} + \alpha_{IR} + \alpha_S = B_1 e^{B_2/\lambda} + C_1 e^{-C_2/\lambda} + \frac{A}{\lambda^4}$$

- A, B₁, B₂, C₁, C₂ sono costanti che dipendono dal materiale considerato.

- α_{UV} assorbimento dovuto a transizioni elettroniche tra i livelli energetici che caratterizzano gli orbitali atomici o molecolari del materiale (ultravioletto).

- α_{IR} assorbimento dovuto a modi vibrazionali della struttura molecolare (infrarosso).

- α_S rappresenta le perdite per diffusione dovuta a urti elastici di fotoni microfluttuazioni dell'indice di rifrazione (**scattering di Rayleigh**), urti anelastici dovuti a interazioni fotone- fonone (quanto di energia vibratoria del reticolo) detto **scattering di Brillouin**

Indicando con P(z) la potenza in un certo punto della fibra, al termine di un tratto d di fibra

$$\frac{P(z=0)}{P(z=d)} = e^{\alpha_{ott} d = L}$$

legata all'attenuazione specifica in dB/km dalla formula

$$\alpha_{dB} * d = 10 \log\left(\frac{P(z=0)}{P(z=d)}\right)$$

per cui $\alpha_{dB} = 4,34 \alpha_{ott}$

ATTENUAZIONE

Si utilizzano per la propagazione alcune bande di frequenza denominate **finestre ottiche**

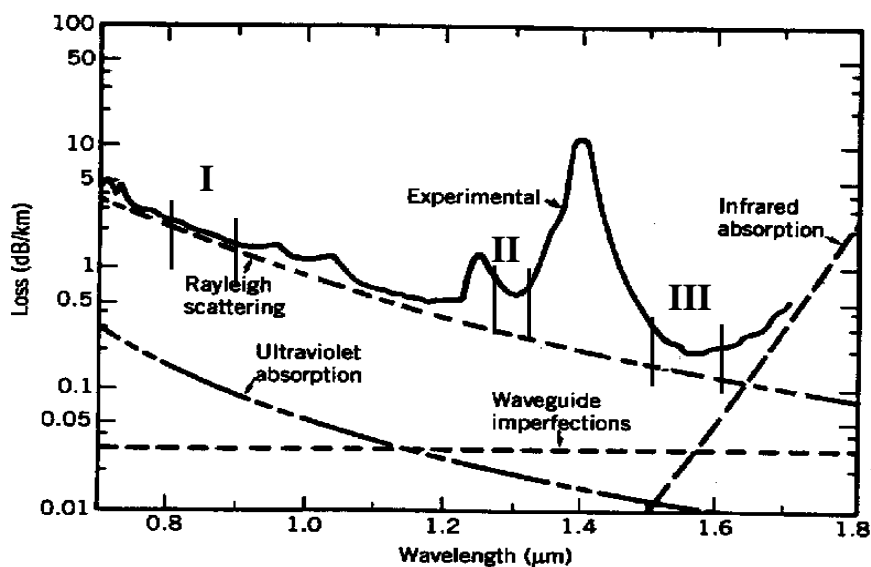
I finestra 800-900 nm (0.8-0.9 μm)

II finestra 1300 nm (1.3 μm)

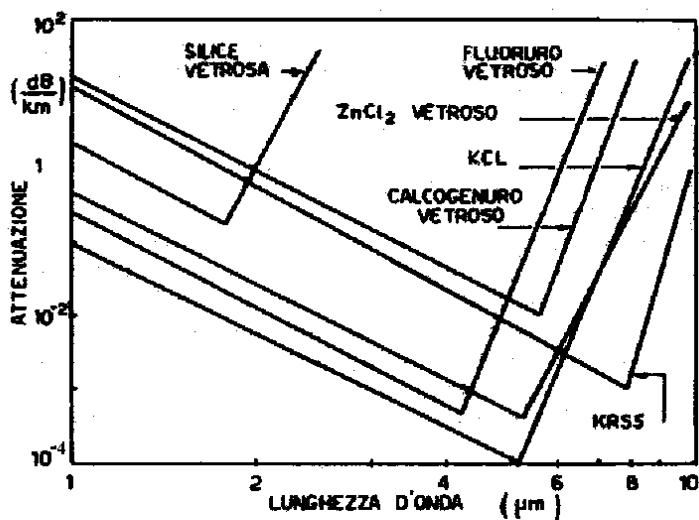
III finestra 1500 nm (1.55 μm)

ad una λ di 1.5 μm corrisponde una $f = 2 \cdot 10^{14} = 200 \text{ THz}$

A 1.55 μm , 1nm di larghezza di banda corrisponde a 125 GHz



Curva di attenuazione per fibre a base silicea



Curve di attenuazione a "V" di alcuni materiali nel medio infrarosso

DISPERSIONE

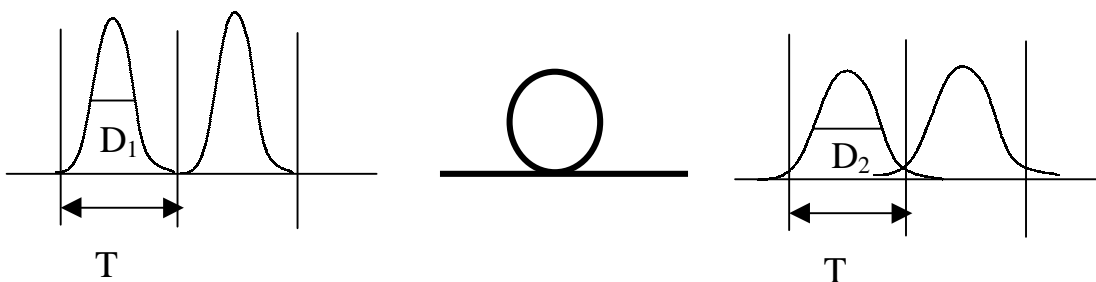
Dispersione (inter)modale

i modi della fibra **multimodale** hanno velocità di gruppo diverse e quindi subiscono ritardi diversi. Si può pensare alla diversità di percorso (e quindi al ritardo) dei due raggi massimo e minimo in propagazione (che rappresentano i modi).

Dispersione cromatica intramodale:

le diverse componenti spettrali della fibra **monomodale** hanno velocità diverse cioè la velocità di gruppo è funzione della frequenza.

A causa della dispersione un impulso si allarga durante il transito nella fibra interferendo con gli impulsi vicini e generando errori in ricezione.



La **frequenza di cifra** ammissibile resta legata alla **dispersione** che un impulso subisce e che quindi limita la **banda utilizzabile**.

Per cui si parla impropriamente di **larghezza di banda della fibra**

La **dispersione** (e quindi l'allargamento) cresce con la **lunghezza** per cui su una determinata lunghezza di tratta resta determinata la frequenza di cifra utilizzabile.

Se D_m è la dispersione modale e D_c la dispersione cromatica la loro risultante si ottiene sommando i contributi con legge quadratica

$$D_F^2 = D_m^2 + D_c^2$$

DISPERSIONE MODALE D_m

Si fa riferimento al valore di dispersione per unità di lunghezza sm detto Coefficiente di dispersione modale S_m (in ns per 1km di lunghezza)

$$D_m = d^v S_m$$

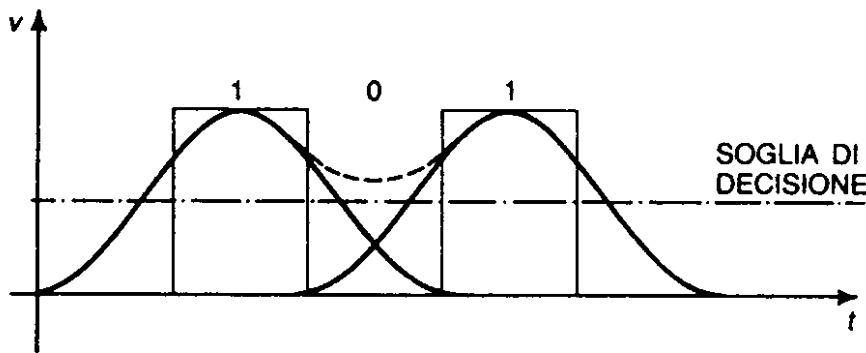
d è la lunghezza della fibra

v è un coefficiente (fra 0.5 e 1) che tiene conto del mode-mixing cioè l'accoppiamento fra i modi in propagazione porta ad una situazione di regime per lunghezze dell'ordine di 1km.

Si ha in pratica una equalizzazione della velocità dei modi simile a quanto si verifica nella graded index per effetto del profilo graduale nel core che consente di diminuire la dispersione multimodale

Nel caso $v = 0,5$ la dispersione modale non cresce con d che si avrebbe nel caso $v=1$ ma con \sqrt{d}

un impulso si allarga durante il transito nella fibra interferendo con gli impulsi vicini e generando errori in ricezione.



Valori tipici per la dispersione modale sono

Step index 50 ns/km

Graded index 1ns/km

GROUP VELOCITY DISPERSION (GVD)

La **dispersione cromatica** di un mezzo è il fenomeno per cui le componenti spettrali di un segnale non viaggiano con la stessa velocità ed arrivano ad una distanza d con ritardi diversi producendo una distorsione del segnale

Quando si considera la propagazione in una struttura guidante monomodale di assegnata geometria e indice di rifrazione si parla preferibilmente di **dispersione della velocità di gruppo (GVD)**

$$v_g = d\omega/d\beta.$$

Per una determinata lunghezza d di un collegamento si ha che d/v_g è il tempo di ritardo di gruppo t_g

$$t_g = \frac{d}{2\pi} \left[\frac{\partial \beta}{\partial f} \right] = \frac{d}{c} \left[\frac{\partial \beta}{\partial k} \right] = - \frac{d\lambda^2}{2\pi c} \left[\frac{\partial \beta}{\partial \lambda} \right]$$

Si definisce **coefficiente di dispersione S** la variazione del tempo di ritardo di gruppo rispetto alla lunghezza d'onda (dispersione per unità di lunghezza e unità di larghezza spettrale, usualmente ps/(nm km))

$$S = \frac{\partial t_g}{\partial \lambda} = - \frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n_e}{\partial \lambda^2} \quad D = S d \Delta \lambda = - \frac{d}{c} \lambda \frac{\partial^2 n_e}{\partial \lambda^2} \Delta \lambda$$

$n_e = \beta/k$ è l'indice effettivo visto dal modo con costante di fase β alla pulsazione ω

Si definisce pertanto **Dispersione D** il prodotto del coefficiente di dispersione S per la lunghezza d del collegamento e per la banda $\Delta\lambda$ relativa allo spettro del segnale

Si distinguono i casi in cui la banda $\Delta\lambda$ del segnale trasmesso

- è costituita dalla larghezza di banda di emissione della sorgente $\Delta\lambda_s$
- è costituita dallo spettro della portante ottica modulata

LA DISPERSIONE IN FIBRA OTTICA

Dalla conoscenza del coefficiente di dispersione S si può valutare la dispersione D tenendo conto della lunghezza della guida (L) e della larghezza di banda del segnale ottico (B o $\Delta\lambda$) che può essere dovuta alla larghezza di banda della sorgente o al segnale modulante

$$D = S L \Delta\lambda$$

Le principali cause di dispersione nelle fibre ottiche sono

- a) dispersione del materiale
- b) dispersione geometrica o di guida d'onda
- c) dispersione di profilo d'indice ($d\Delta/d\lambda$) cioè la variazione con la lunghezza d'onda della differenza relativa d'indice
- d) dispersione cromatica longitudinale dovuta ai cambiamenti dei parametri lungo la direzione di propagazione in una guida d'onda
- e) la dispersione di polarizzazione

le prime due cause sono le principali anche ai fini del controllo della dispersione

DISPERSIONE DEL MATERIALE

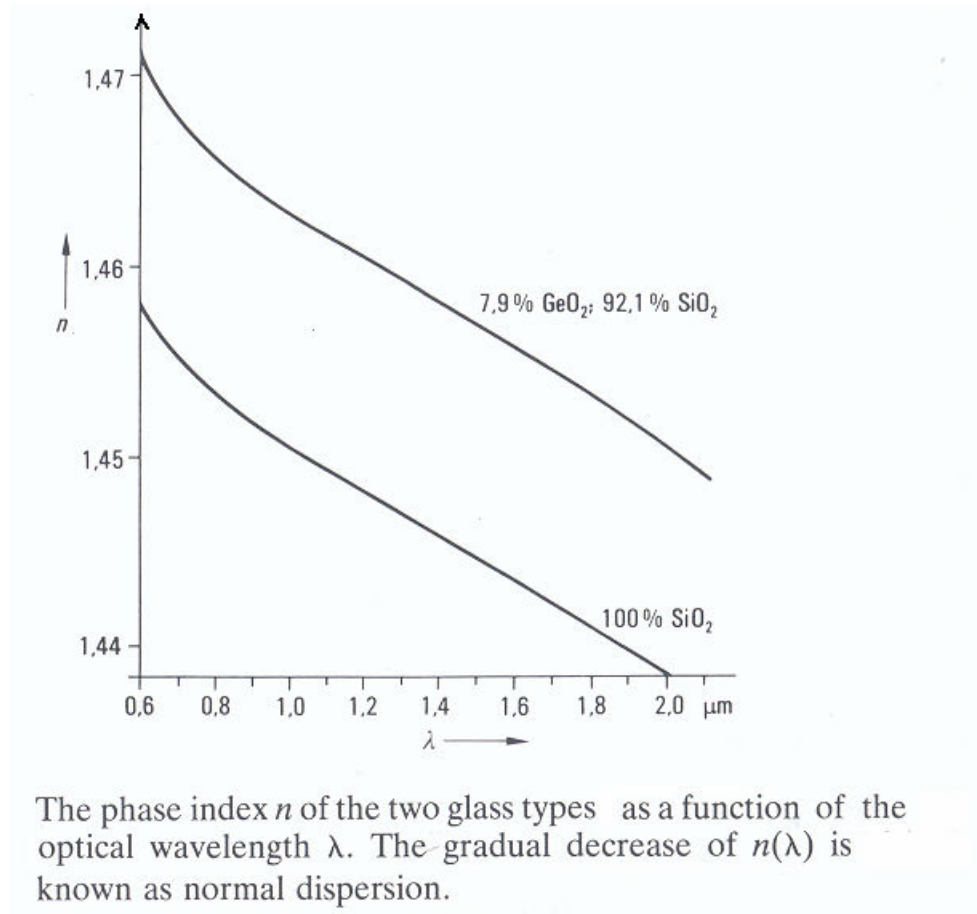
La dispersione del materiale è dovuta alla dipendenza dalla lunghezza d'onda degli indici di rifrazione dei vari strati. Le origini della dispersione del materiale sono legate alle frequenze di risonanza alle quali il materiale assorbe la radiazione elettromagnetica attraverso le oscillazioni degli elettroni legati.

L'indice di rifrazione dello strato considerato è ben approssimato dall'equazione di Sellmeier

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{i=1}^M \frac{A_i \lambda^2}{\lambda^2 - l_i^2}$$

in cui i coefficienti A_i e l_i sono legati alle ampiezze e alle frequenze delle risonanze. Generalmente si usano espressioni a tre termini. Ad esempio per fibre con il 100% di SiO_2 si usano i coefficienti della tabella

A_1	l_1 (μm)	A_2	l_2 (μm)	A_3	l_3 (μm)
0.696750	0.069066	0.408218	0.115662	0.890815	9.900559



LA DISPERSIONE DI GUIDA D'ONDA

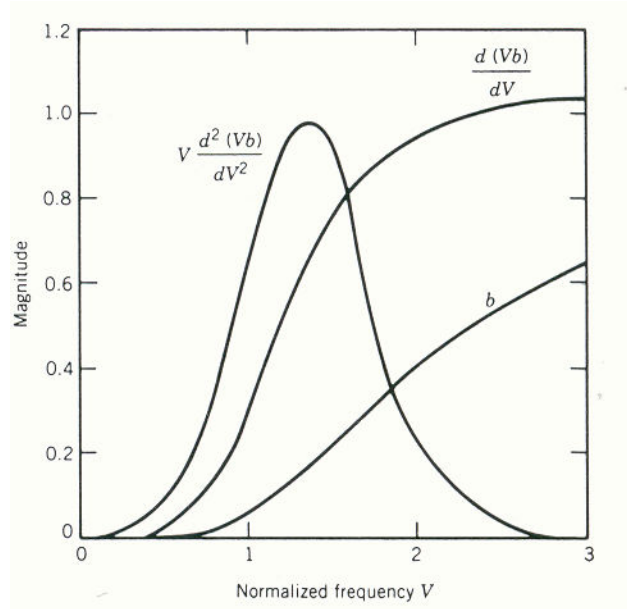
La dispersione di guida d'onda dipende dai parametri geometrici e dal profilo d'indice della struttura, che influenzano la legge di variazione della velocità di gruppo con la frequenza.

Si può esprimere questo contributo con riferimento ai parametri V e b e Δ di cui si

richiama la definizione
$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_2^2} \cong \frac{n_1 - n_2}{n_2}$$

$$b(V) = \frac{(\beta'^2 - n_2^2)}{n_1^2 - n_2^2} \quad \text{con} \quad \beta' = \frac{\beta c}{\omega} = \frac{\beta}{k} \quad V = akn_2 \sqrt{2\Delta} \quad \text{con "a" raggio fibra}$$

$$S_w = -\frac{n_2 \Delta}{\lambda c} \frac{\partial^2 (Vb)}{\partial V^2} V$$



Particolare attenzione viene dedicata a questo contributo perché può essere controllato controllando i parametri della guida e perché presentando un segno opposto rispetto al contributo di dispersione del materiale può compensarlo

$$S = -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n_2}{\partial \lambda^2} - \frac{n_2 \Delta}{\lambda c} \frac{\partial^2 (Vb)}{\partial V^2} V = S_m + S_w$$

Con particolari profili d'indice è possibile spostare lo zero di dispersione dalla seconda alla terza finestra per il silicio

Si deve tuttavia lavorare per valori di Δ abbastanza elevati e le perdite intrinseche del materiale aumentano con Δ .

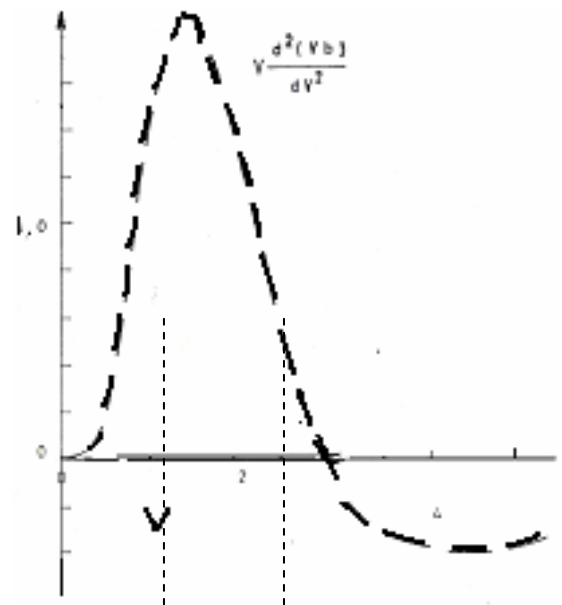
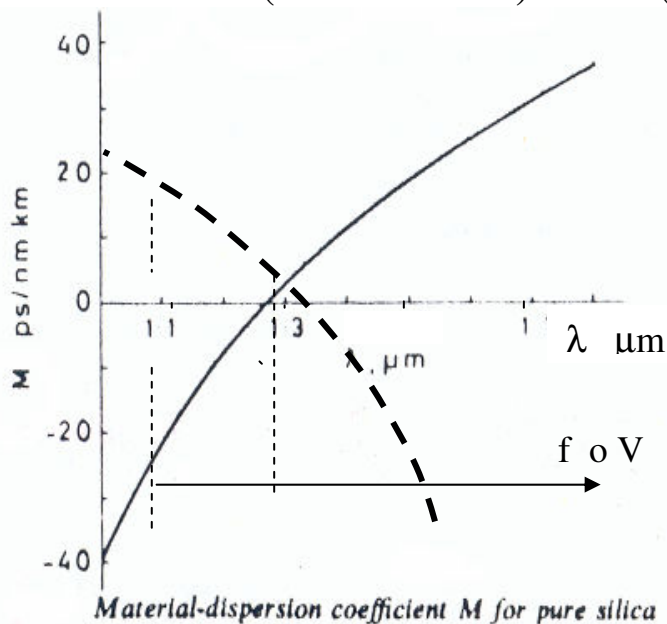
Si può rendere la dispersione piatta su un ampio campo di frequenze che comprenda eventualmente entrambe le finestre ottiche (strutture multistrato)
 In questo caso si ha un'onda evanescente nell'inner cladding ma nuovamente un'onda che si propaga nell'outer cladding e si ha quindi una perdita per radiazione

CONTROLLO DELLA DISPERSIONE

Un'attenzione particolare va dedicata al segno della dispersione ed al controllo della medesima. La dispersione si può esprimere come

$$S = -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n_2}{\partial \lambda^2} - \frac{n_2 \Delta}{\lambda c} V \frac{\partial^2 (Vb)}{\partial V^2} = M - C V \frac{\partial^2 (Vb)}{\partial V^2} \quad C > 0$$

Nell'espressione ricavata il coefficiente di dispersione del materiale (ps/(nm km)) ha il segno indicato in figura (con riferimento al silicio) a seconda che sia espresso in funzione di λ (linea continua) o v (o f) (linea a tratto)



La dispersione geometrica ha un segno opposto al segno di $V \frac{\partial^2 (Vb)}{\partial V^2}$ (o β_2)

- **Regione di dispersione normale** ($S(\lambda) < 0, \beta_2 > 0 \quad \frac{\partial v_g}{\partial \omega} < 0$)

Per $\lambda < \lambda_0$, dove sono ritardate le frequenze maggiori (λ minori).

- **Regione di dispersione anomala** ($S(\lambda) > 0, \beta_2 < 0 \quad \frac{\partial v_g}{\partial \omega} > 0$)

Per $\lambda > \lambda_0$, dove sono ritardate le frequenze minori (λ maggiori).

Osservando in termini di V si nota che se $V \frac{\partial^2 (Vb)}{\partial V^2}$ assume un segno negativo

Tale contributo fa assumere nel complesso segno positivo al coefficiente di dispersione S . Si ottiene così quella che viene chiamata dispersione anomala in cui le alte frequenze sono più veloci.

CONTROLLO DELLA DISPERSIONE

Si definisce coefficiente normalizzato di propagazione $b(v)$ o $B(v)$

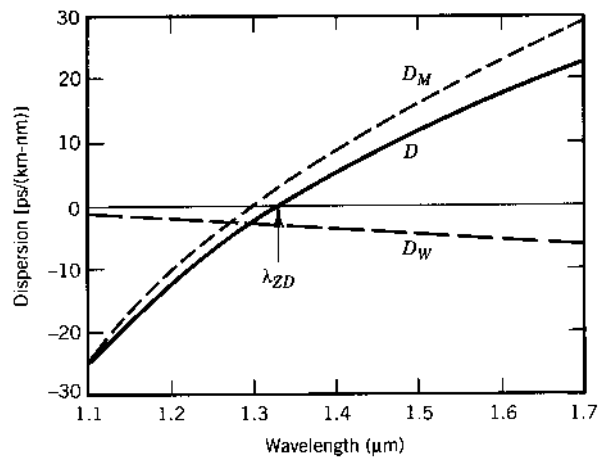
$$b(v) = \frac{(\beta'^2 - n_2^2)}{n_1^2 - n_2^2} \text{ con } \beta' = \frac{\beta c}{\omega}$$

v è la frequenza normalizzata

Supponendo che il salto d'indice Δ non dipenda da λ si ha

Si riesce ad esprimere la dispersione come somma di due contributi

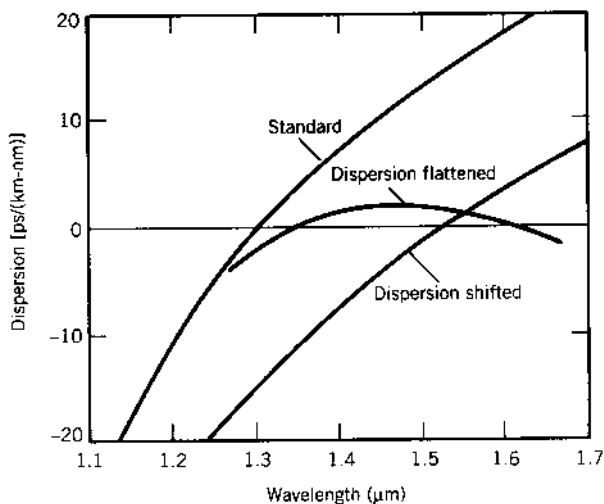
$$S = -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n_2}{\partial \lambda^2} - \frac{n_2 \Delta}{\lambda c} \frac{\partial^2 (vb)}{\partial v^2} v = S_m + S_w$$



s_m coefficiente di dispersione del materiale (cromatico)

s_w coefficiente di dispersione di guida d'onda (geometrico)

Con un opportuno progetto della struttura guidante è possibile agire su S_w per compensare la dispersione del materiale



Con la sagomatura a triangolo ho lo spostamento (guide shifted)

Con la sagomatura a w del profilo d'indice la dispersione può essere compensata su una banda ampia

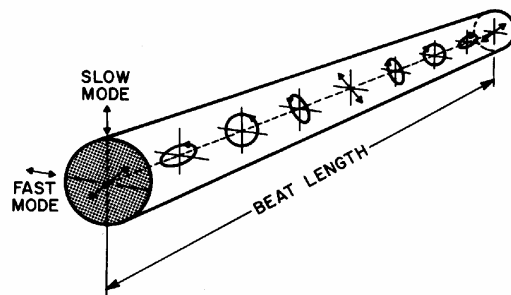
DISPERSIONE DI POLARIZZAZIONE

E' dovuta al fenomeno della **birifrangenza**. La natura degenera dei modi polarizzati ortogonalmente si ha solo nelle guide monomodali ideali. Le guide reali a causa di un core non perfettamente cilindrico lungo la loro struttura (diametro non uniforme) presentano un certo grado di birifrangenza misurata proprio dalla differenza degli indici di modo (β/k) dei modi polarizzati ortogonalmente.

$$B = |(\beta/k)_x - (\beta/k)_y|$$

La birifrangenza porta a un periodico scambio di potenza tra le due componenti della polarizzazione. Il periodo L_B , denominato "beatlength", è dato da $L_B = \lambda/B$. Tipicamente $B = 10^{-7}$ $L_B = 10\text{m}$ per $\lambda = 1\mu\text{m}$.

Da un punto di vista fisico l'onda rimane polarizzata linearmente solo quando è polarizzata lungo uno degli assi principali altrimenti il suo stato di polarizzazione cambia lungo la lunghezza della fibra la lineare a ellittico e viceversa in maniera periodica



The state of polarization in a birefringent fiber over one beat length. Input beam is linearly polarized at 45° with respect to the slow and fast axes.

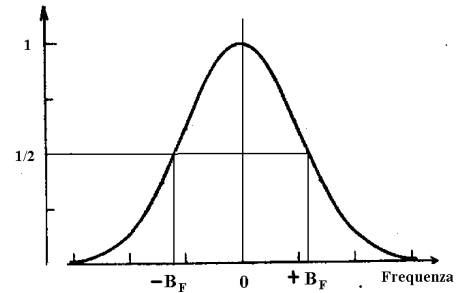
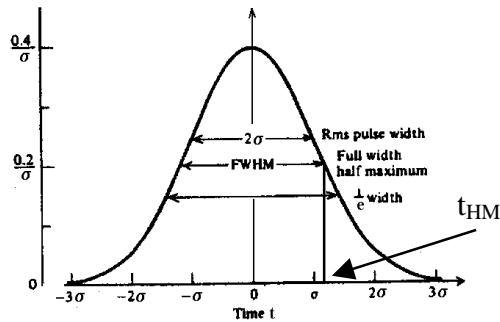
Se l'impulso di ingresso eccita entrambe le polarizzazioni esso appare allargato all'uscita poichè le due componenti hanno una differente velocità di gruppo. Questo fenomeno è chiamato dispersione di polarizzazione e il ritardo temporale ΔT per una fibra di lunghezza L è dato da

$$\Delta T = \left| \frac{L}{v_{gx}} - \frac{L}{v_{gy}} \right| = L \left| \frac{d\beta_x}{d\omega} - \frac{d\beta_y}{d\omega} \right|$$

La quantità $(\Delta T/L)$ è chiamata dispersione di polarizzazione. Il suo valore per le convenzionali fibre monomodo è inferiore 0.1 ps/km ed è quindi trascurabile rispetto alla GVD.

BANDA DELLA FIBRA

Si fa in genere l'ipotesi che la fibra abbia una risposta all'impulso di tipo Gaussiano (andamento temporale della potenza)



$$h_F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$$

$$H_F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\omega^2\sigma^2}{2}}$$

In questo modo anche la trasformata è una Gaussiana per cui resta definita la funzione di trasferimento in potenza della fibra H_F .

Le prestazioni della fibra vengono caratterizzate anche con il parametro **Larghezza di Banda** definendo tale grandezza con riferimento alla frequenza alla quale il modulo della trasformata di Fourier dell'impulso gaussiano (che è ancora una gaussiana) è ridotto alla metà del valore massimo.

Si può quindi dedurre analiticamente il valore di B_F

$$B_F = \frac{1}{\pi\sigma} \sqrt{\frac{\ln 2}{2}} = \frac{0.187}{\sigma}$$

e interpretare la relazione come larghezza di banda della fibra a 3 dB ottici mentre la deviazione standard σ può essere considerata l'allargamento e quindi la dispersione della fibra (in tempo)

E' tuttavia usuale valutare l'allargamento a metà del valor massimo dell'impulso che rappresenta la potenza $h_F(t_{HM}) = 0.5 h_F(0)$

e definire allargamento e quindi dispersione il doppio di questo valore t_{HM}

$$D = t_{FWHM} = 2 t_{HM} = 2 \sigma \sqrt{2 \ln 2}$$

La banda ottica a 3dB può essere messa in relazione con questo parametro

$$B_F = \frac{0.44}{t_{FWHM}}$$