Equazioni di Bloch

trasformazione nel sistema d’assi rotante

Espressione delle equazioni nel sistema d'assi rotante

$$\frac{d\vec{M}^{r}(t)}{dt}=\frac{d\left[\overline{\overline{T}}(t)\vec{M}(t)\right]}{dt}=\left(\frac{d\overline{\overline{T}}(t)}{dt}\right)\vec{M}(t)+\overline{\overline{T}}(t)\frac{d\vec{M}(t)}{dt}=$$

$$=\left(\frac{d\overline{\overline{T}}(t)}{dt}\right)\vec{M}(t)+\overline{\overline{T}}(t)\gamma\left(\vec{M}(t)\wedge\vec{B}(t)\right)=$$

$$=\left(\frac{d\overline{\overline{T}}(t)}{dt}\right)\vec{M}(t)+\gamma\left(\overline{\overline{T}}(t)\vec{M}(t)\wedge\overline{\overline{T}}(t)\vec{B}(t)\right)=$$

$$=\left(\frac{d\overline{\overline{T}}(t)}{dt}\right)\vec{M}(t)+\gamma\vec{M}^{r}(t)\wedge B^{r}$$

N. B. B^r è indipendente dal tempo

Si vuole ottenere la forma

$$\boxed{\frac{d\vec{M}^{r}(t)}{dt}=\gamma\vec{M}^{r}(t)\wedge\vec{B}^{r}_{eff}}$$

Matrice di trasformazione per rotazione di un angolo γ attorno a z nello spazio 3 D

$$\overline{\overline{T}}_z(\gamma) = \begin{vmatrix} \cos\gamma & \sin\gamma & 0 \\ -\sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

NB nel caso della trasformazione dal sistema del laboratorio al sistema d'assi rotante

$$\gamma = \omega_{RF} t$$

$$\left(\frac{d\overline{\overline{T}}(t)}{dt}\right)=\frac{d}{dt}\begin{vmatrix}\cos\omega_{RF}t & \sin\omega_{RF}t & 0\\ -\sin\omega_{RF}t & \cos\omega_{RF}t & 0\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix}=$$

$$=\begin{vmatrix}-\omega_{RF}\sin\omega_{RF}t & \omega_{RF}\cos\omega_{RF}t & 0\\ -\omega_{RF}\cos\omega_{RF}t & -\omega_{RF}\sin\omega_{RF}t & 0\\ 0 & 0 & 0\end{vmatrix}$$

$$\left(\frac{d\overline{\overline{T}}(t)}{dt}\right)\vec{M}(t)=\omega_{RF}\begin{vmatrix}-\sin\omega_{RF}t & \cos\omega_{RF}t & 0\\ -\cos\omega_{RF}t & -\sin\omega_{RF}t & 0\\ 0 & 0 & 0\end{vmatrix}\begin{vmatrix}M_x\\ M_y\\ M_z\end{vmatrix}=$$

$$=\omega_{RF}\begin{vmatrix}-\sin\omega_{RF}tM_x+\cos\omega_{RF}tM_y\\ -\cos\omega_{RF}tM_x-\sin\omega_{RF}tM_y\\ 0\end{vmatrix}=\omega_{RF}\begin{vmatrix}M_y^r\\ -M_x^r\\ 0\end{vmatrix}$$

$$\left(\frac{d\overline{\overline{T}}(t)}{dt}\right)\vec{M}(t)+\gamma\vec{M}^{r}(t)\wedge B^{r}=$$

$$=\omega_{RF}\begin{vmatrix} M_y^r \\ -M_x^r \\ 0 \end{vmatrix}+\gamma\begin{vmatrix} M_y^r B_z^r - M_z^r B_y^r \\ M_z^r B_x^r - M_x^r B_z^r \\ M_x^r B_y^r - M_y^r B_x^r \end{vmatrix}=$$

$$=\begin{vmatrix} \omega_{RF} M_y^r + \gamma M_y^r B_z^r - \gamma M_z^r B_y^r \\ -\omega_{RF} M_x^r + \gamma M_z^r B_x^r - \gamma M_x^r B_z^r \\ \gamma M_x^r B_y^r - \gamma M_y^r B_x^r \end{vmatrix}$$

$$\left(\frac{d\overline{\overline{T}}(t)}{dt}\right)\vec{M}(t)+\gamma\vec{M}^{r}(t)\wedge B^{r}=$$

$$=\begin{vmatrix}\gamma M_y^r\left(\frac{\omega_{RF}}{\gamma}+B_z^r\right)-\gamma M_z^r B_y^r \\ \gamma M_z^r B_x^r-\gamma M_x^r\left(\frac{\omega_{RF}}{\gamma}+B_z^r\right) \\ \gamma M_x^r B_y^r-\gamma M_y^r B_x^r\end{vmatrix}$$

campo magnetico efficace nel sistema d'assi rotante

$$\vec{B}_{eff}^{r}=\begin{vmatrix}B_x^r \\ B_y^r \\ B_0+\frac{\omega_{RF}}{\gamma}\end{vmatrix}$$

Si è ottenuto:

$$\boxed{\frac{d\vec{M}^{r}(t)}{dt}=\gamma\vec{M}^{r}(t)\wedge\vec{B}_{eff}^{r}}$$