meccanica delle vibrazioni

laurea magistrale
ingegneria meccanica

parte 7
analisi del segnale

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Luigi BREGANT
bregant@units.it

Analisi del segnale

si toccheranno i seguenti argomenti:

- introduzione DSP
- terminologia e classificazione segnali
- conversione AD DA / quantizzazione nel dominio tempo e ampiezza
- trasformazione di dominio dal tempo alla frequenza (e viceversa)
- proprietà delle trasformate di Fourier
- funzioni particolari nel dominio del tempo e della frequenza
- analisi dei sistemi lineari
- stima delle funzioni di risposta in frequenza di sistemi lineari
- tecniche di eccitazione di sistemi lineari
- …

http://www.dspguide.com/

per esempio

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - introduzione

Cos'è l'analisi del segnale?

Perché è cosi importante?

Perché è cosi utile?

DSP - Digital Signal Processing

Digital > si occupa di segnali digitali (numeri discreti..non continui)
richiederà utilizzo di computer per elaborare quantità discrete

Signal > quantità che trasportano informazioni
qualsiasi grandezza misurabile, Temperatura, ECG, altezza onde..

Processing > elaborazioni per estrarre le informazioni
filtraggio, de-trending, operazioni matematiche, statistica, trasformate, antitrasformate…

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

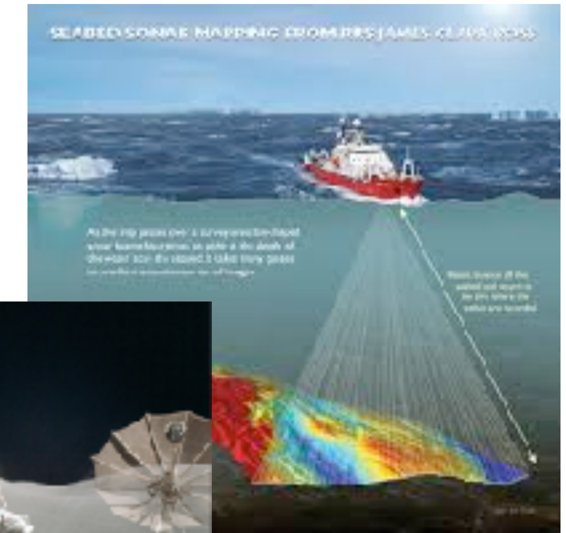
Analisi del segnale - introduzione

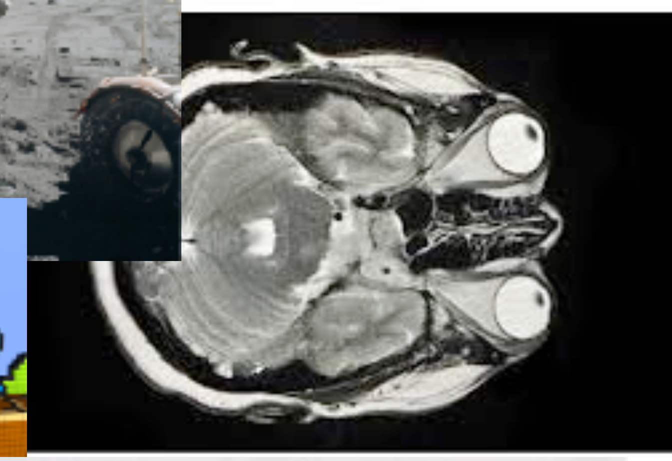
..nascita negli anni ’60 (sviluppo pc)

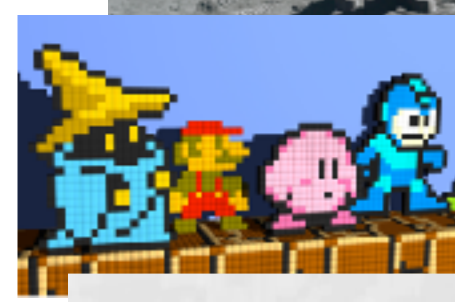
- radar e sonar (militare / strategico)
- esplorazione petrolifera (economia)
- esplorazione intergalattica (dati irriproducibili)
- immagine medica (salvare vite umane)

..esplosione anni ‘90 (wearable pc)

- lettori CD / mp3
- portatili/ cellulari/ tablet..
- riconoscimento / generazione vocale
- imagining (foto/video)…
- gaming
- …

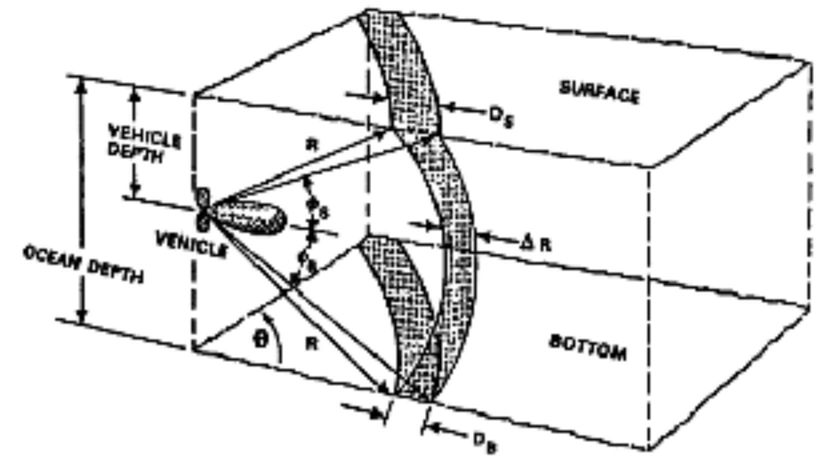




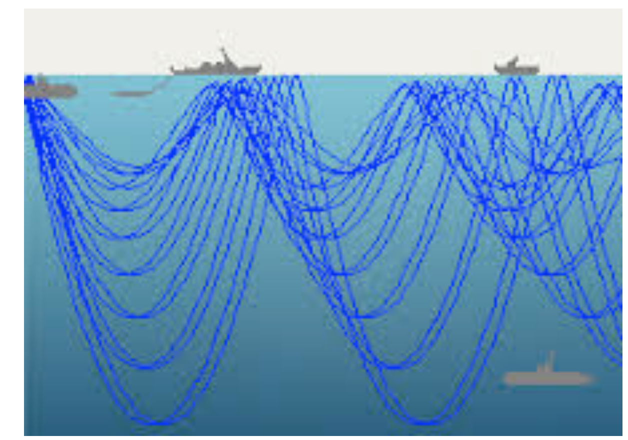


E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - introduzione



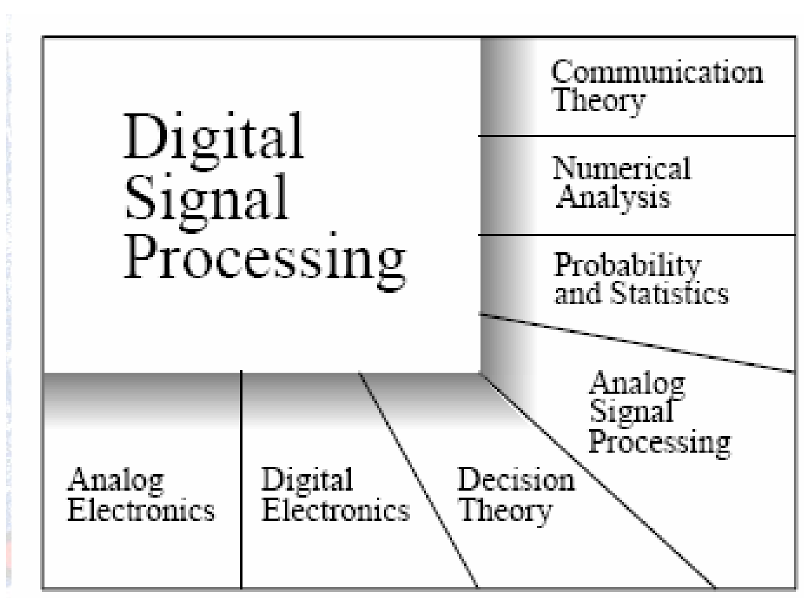
Modello per propagazione onde sonore in acqua



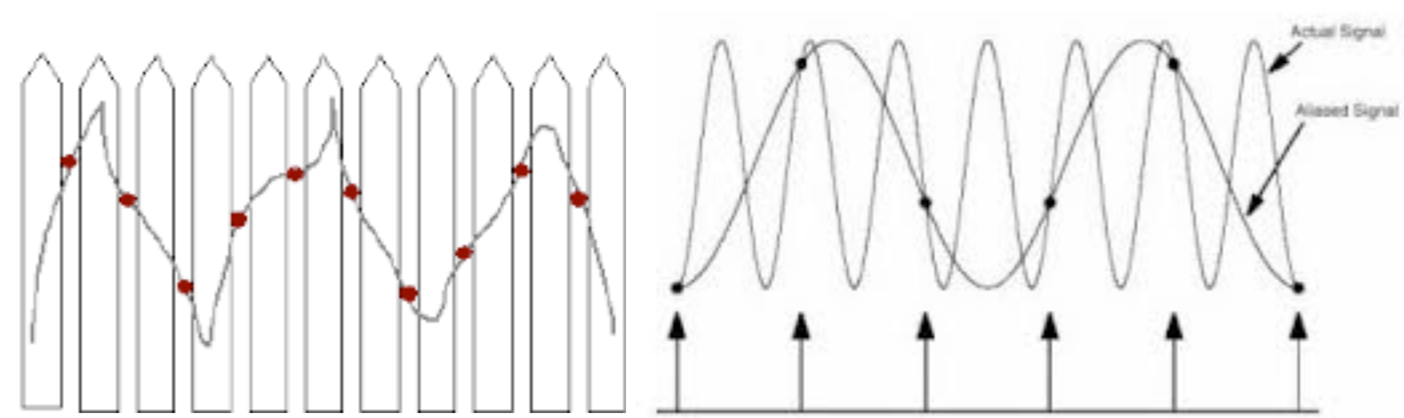
..DSP è multidisciplinare..
gli algoritmi specifici sono per specialisti

ma

gli aspetti fondamentali possono essere capiti senza l'utilizzo di formule…

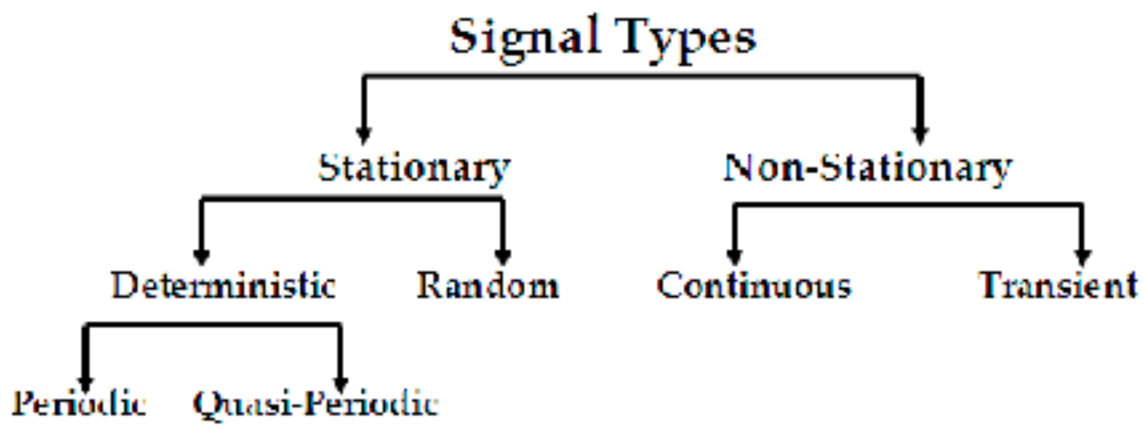


Rappresentazione dell'effetto di campionamento



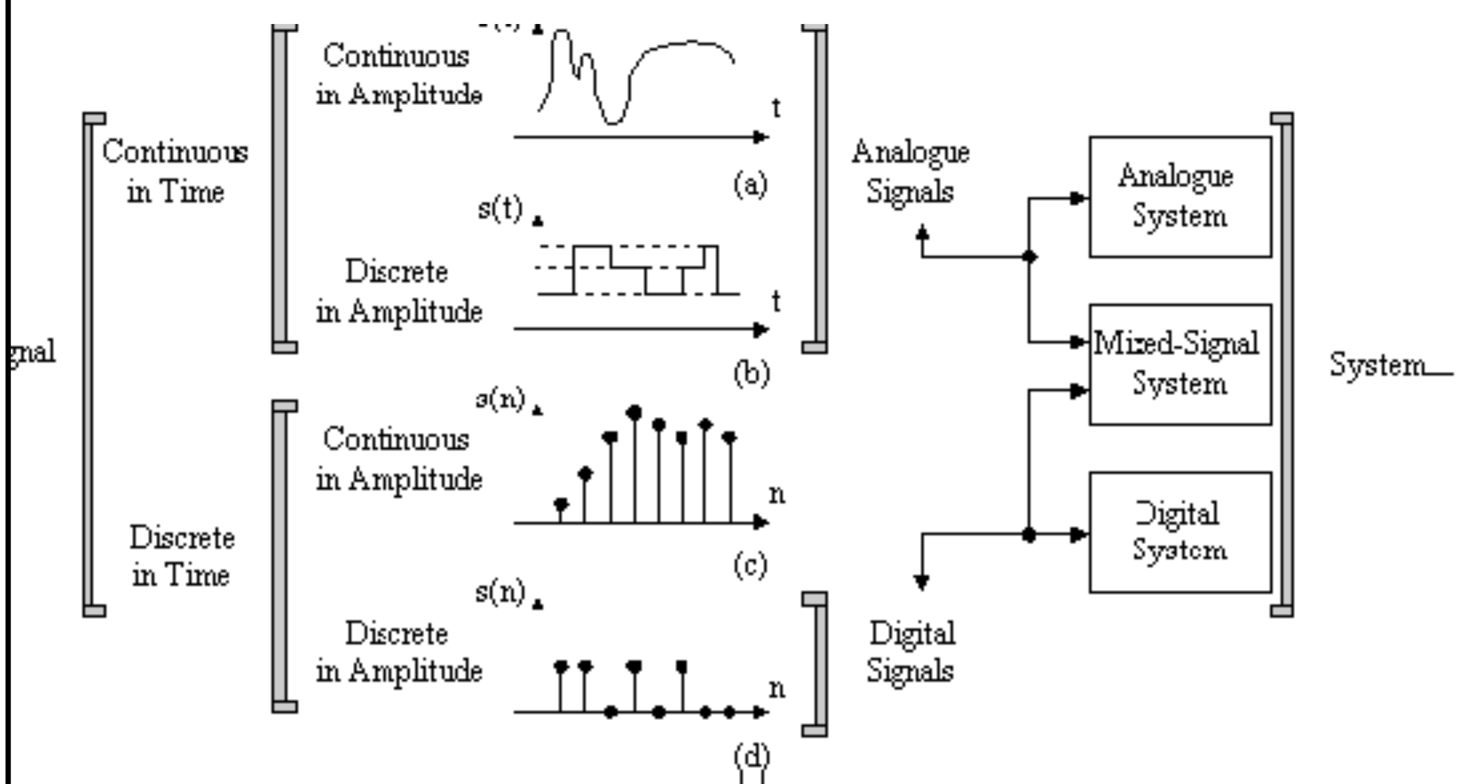
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

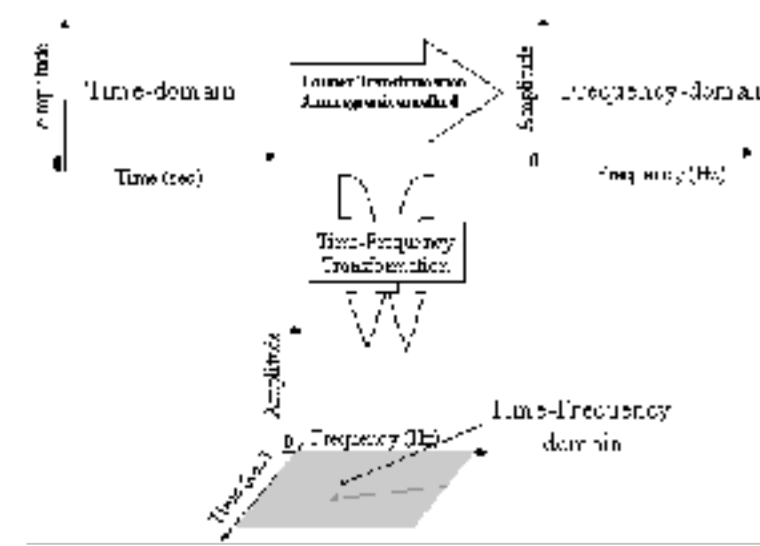
Analisi del segnale - classificazione



..diverse metodologie di classificazione

in MDV segnali equispaziati.. monodimensionali..



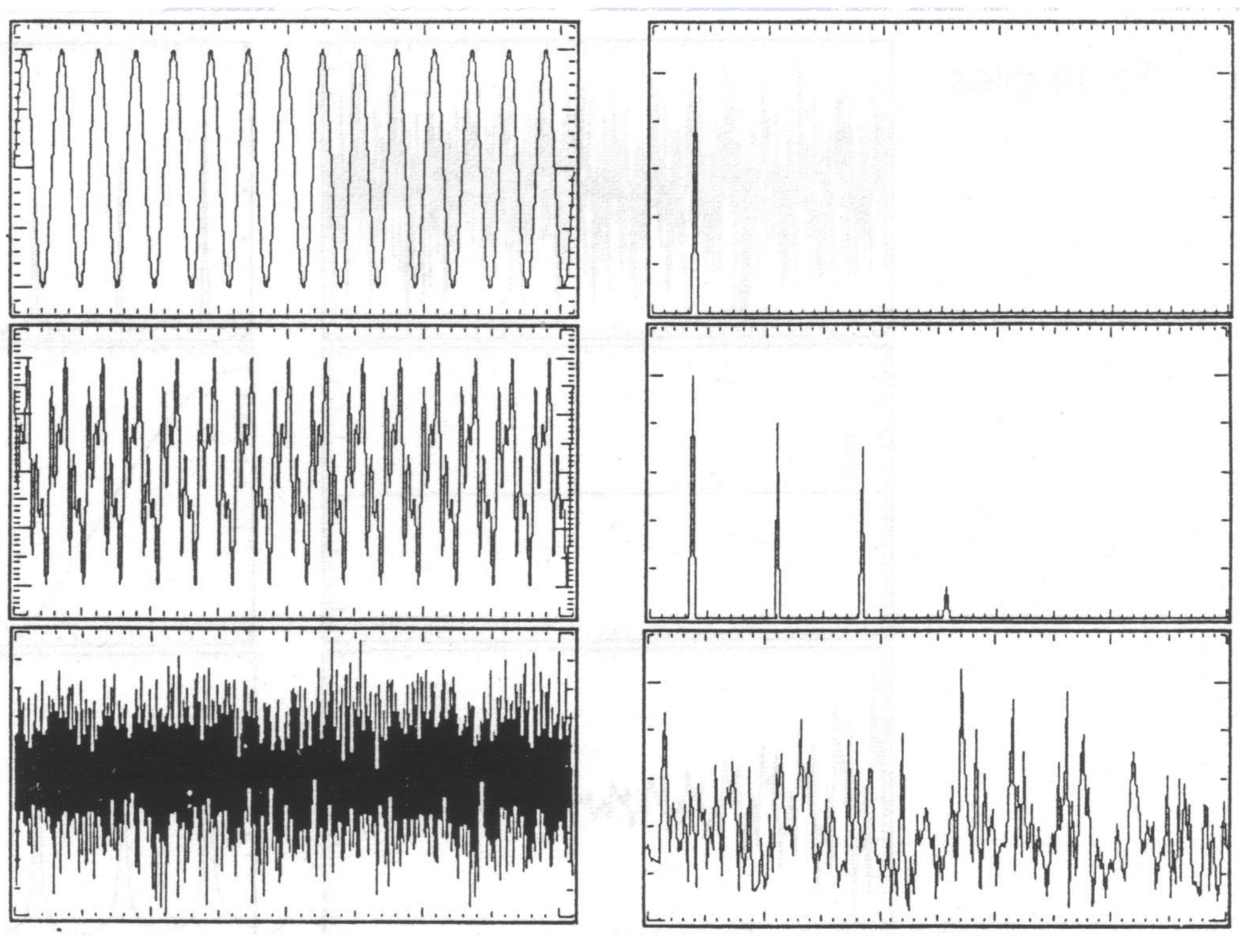


E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

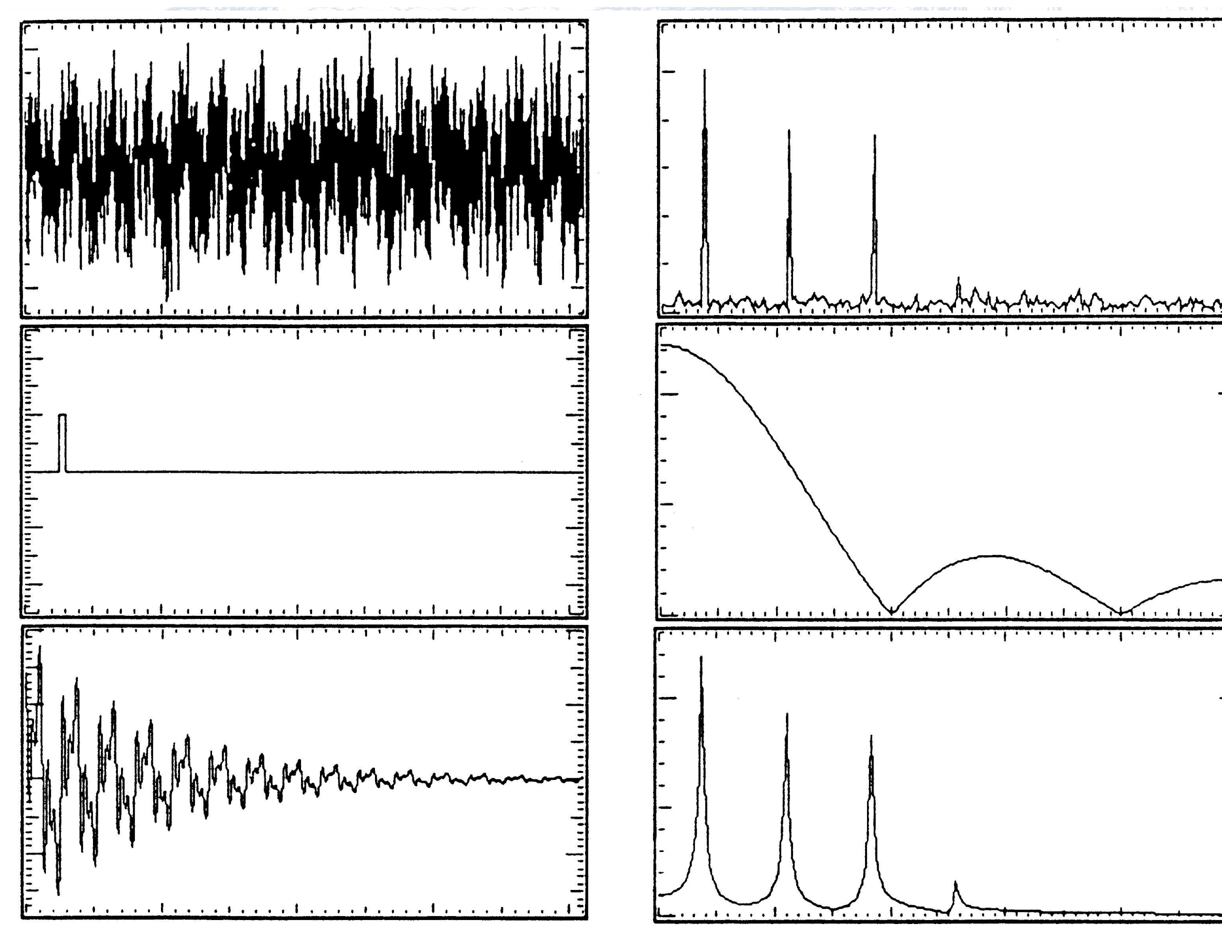
Analisi del segnale - classificazione

Esempi

Tempo Frequenza



Tempo Frequenza



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - conversione AD / DA

I segnali fisici analogici sono CONTINUI, (es temperatura, tensione..)..

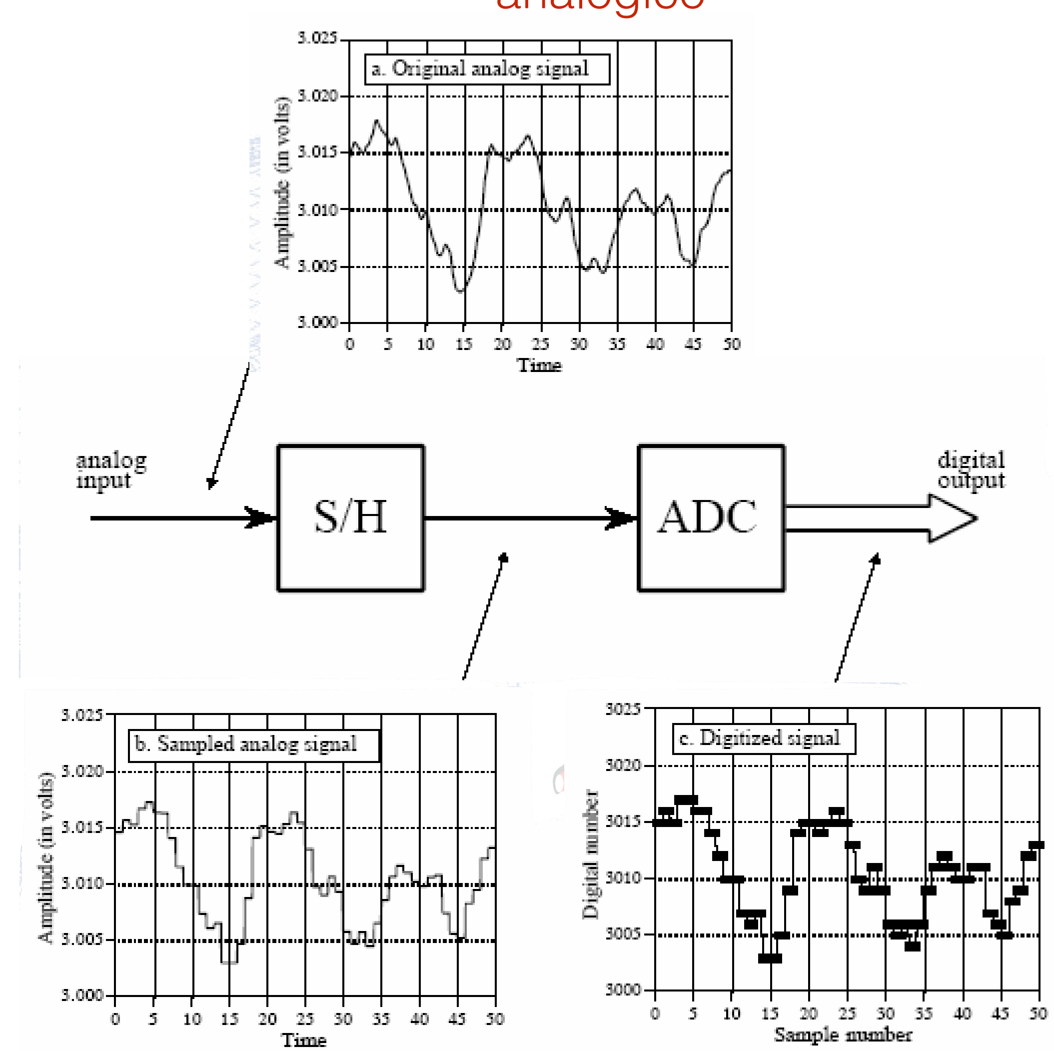
..e non possono essere gestiti direttamente da sistemi di analisi dei dati che "elaborano" digit…segnali digitali!

Un segnale digitale
differisce da uno analogico perché

è campionato nel dominio del tempo
è quantizzato nel dominio dell'ampiezza

es. x un CD musicale segnale
campionato a 44kHz
quantizzato a 16bits

analogico



campionato

quantizzato

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

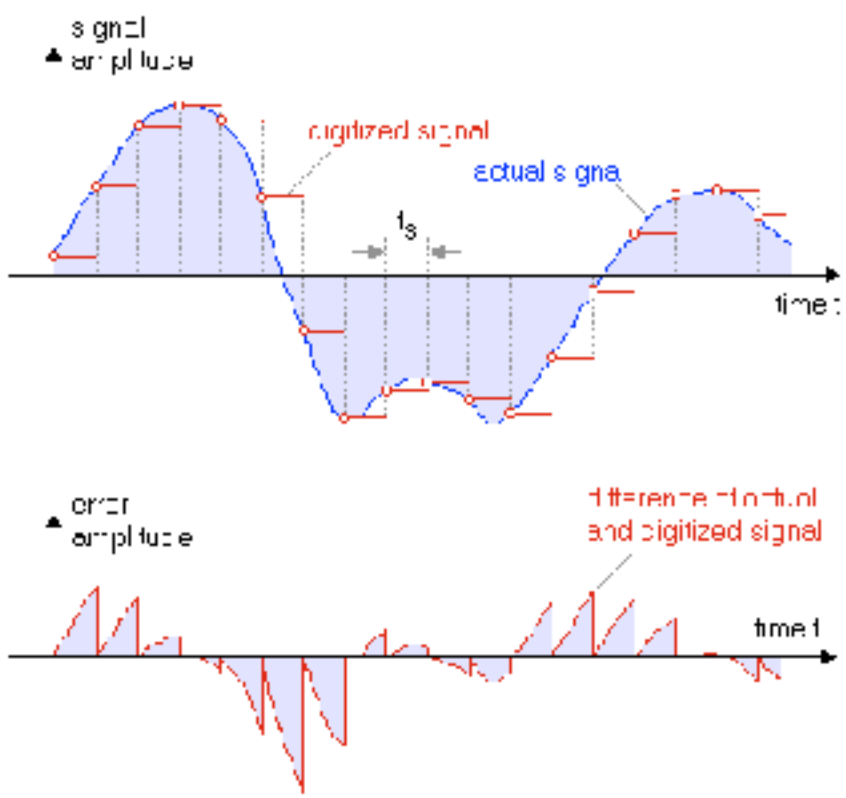
Analisi del segnale - conversione AD / DA

Il campionamento è di tipo “sample&hold” per consentire
la conversione AD..

..la variabile indipendente (es. t) da continua diventa discreta..

La quantizzazione assegna al segnale uno dei possibili valori
definiti dal range di misura, e dal numero di bit usati per la rappresentazione

..la variabile dipendete (es. v) da continua diventa discreta..



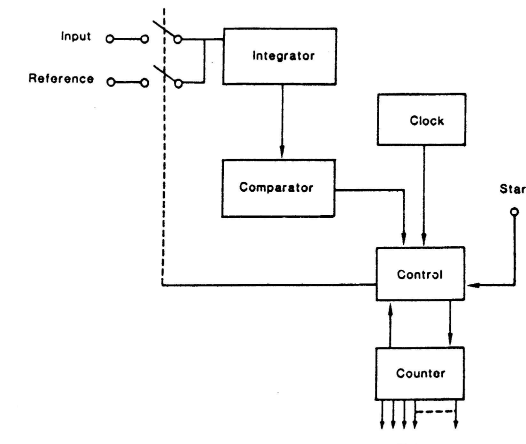
Bits	Maximum relative error	Peak-Peak noise (10V scale)	Maximun Relative error (dB)	Signal/Noise ratio (dB)
8	0.12%	39 mV	-48	50
10	0.048%	9.8 mV	-60	62
12	0.012%	2.4 mV	-72	74
14	0.003%	0.6 mV	-84	86
16	0.00076%	0.15 mV	-96	98
18	0.00019%	40 µV	-108	110
20	0.00005%	10 µV	-120	122

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

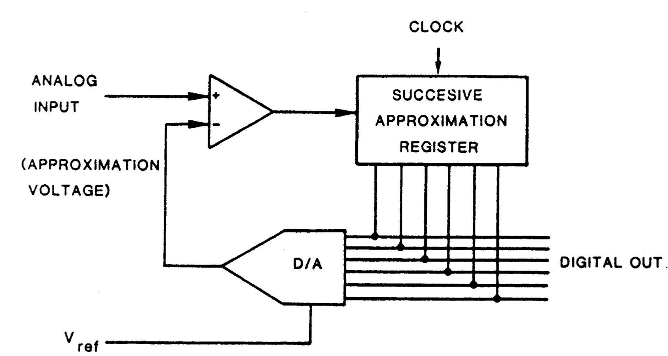
Analisi del segnale - conversione AD / DA

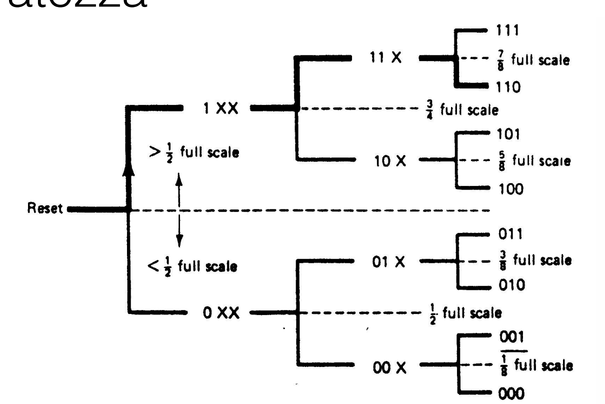
Integrazione
Dual Slope
accuratezza: 18-20bits
velocità: 1-5ms
costo:economico

Ci sono differenti tecniche di conversione AD
il cui costo dipende dalla precisione, dalla velocità
di conversione, dalla profondità di bits..
più queste crescono più cresce il costo

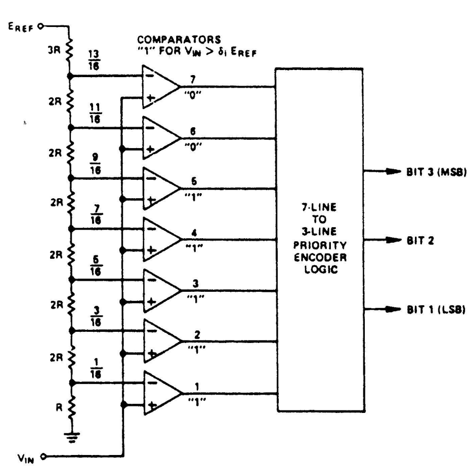


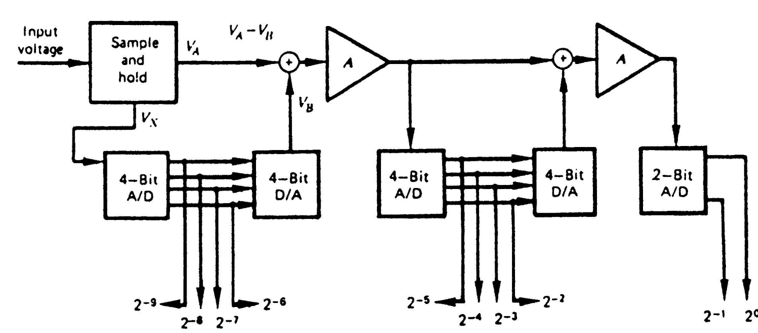
Approsimazione
Iterativa
accuratezza: definibile
velocità: 1-10μs
costo: dipende accuratezza





Parallelo (Flash)
accuratezza: definibile
velocità: 1ns-1μs
costo: dipende accuratezza



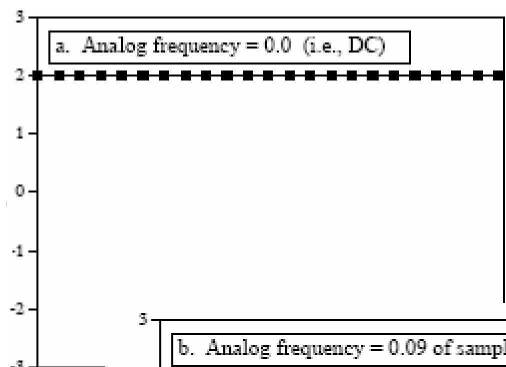


Luigi BREGANT
bregant@units.it

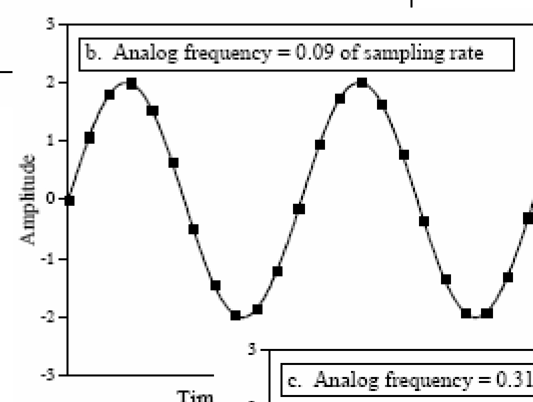
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - conversione AD / DA

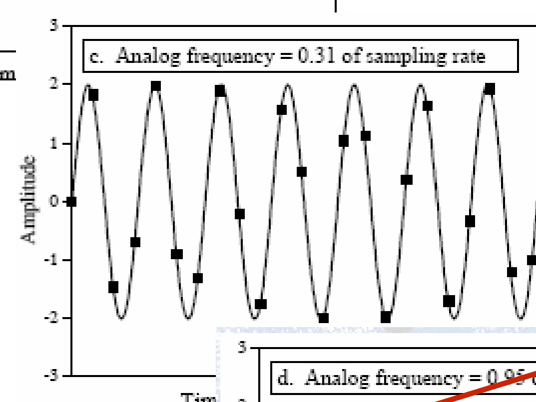
Il campionamento è una fase importante per la conversione!
Se è accurato non si perdono informazioni,
se è fatto male, non si capisce gran che del segnale!



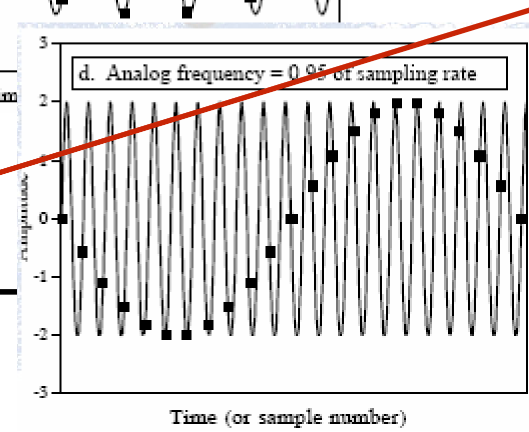
segnale costante.. correttamente campionato



segnale armonico.. correttamente campionato
f_s=11.11f



segnale armonico.. correttamente campionato
f_s=3.23f



segnale armonico.. malamente campionato
f_s=1.05f

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - conversione AD / DA

…esiste una frequenza minima di campionamento in funzione della frequenza del segnale analizzato!

Teorema di campionamento (o di Shannon, o di Nyquist) (1940 circa)

.. un segnale è correttamente campionabile se non contiene componenti in frequenza maggiori della metà della frequenza di campionamento..

altrimenti detta..

si possono rilevare correttamente le componenti del segnale fino al massimo della metà della frequenza di campionamento

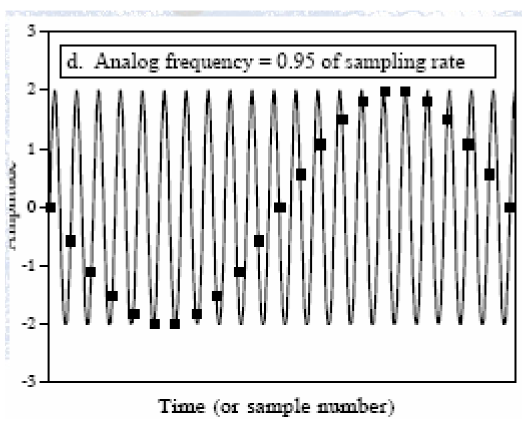
(…idealmente.. in realtà per le proprietà dei filtri.. le componenti del segnale si ritengono corrette fino $0.8*f_s/2$…)

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - conversione AD / DA

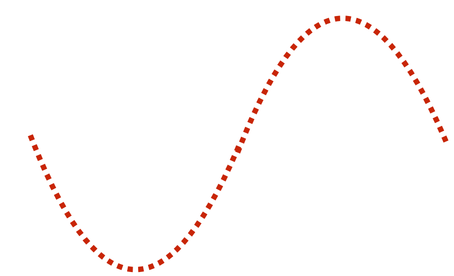
..questo significa che se voglio vedere una componente del segnale a 2500Hz devo campionarlo almeno a 5000Hz, meglio ancora se lo campiono a 7000Hz

..altrimenti incorro nell'errore di **ALIASING** che modifica fase e ampiezza delle componenti



segnale armonico.. campionato male
f_S=1.05f

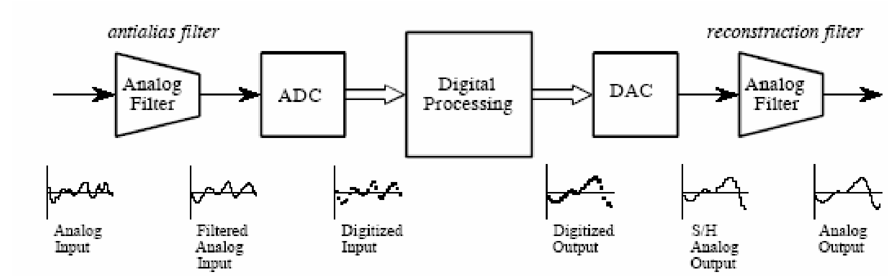
appare come se fosse un segnale a 0.05f



..si elimina il problema dell'aliasing..
o filtrando passabasso (a $f_S/2$) il segnale
o aumentando la frequenza di campionamento!

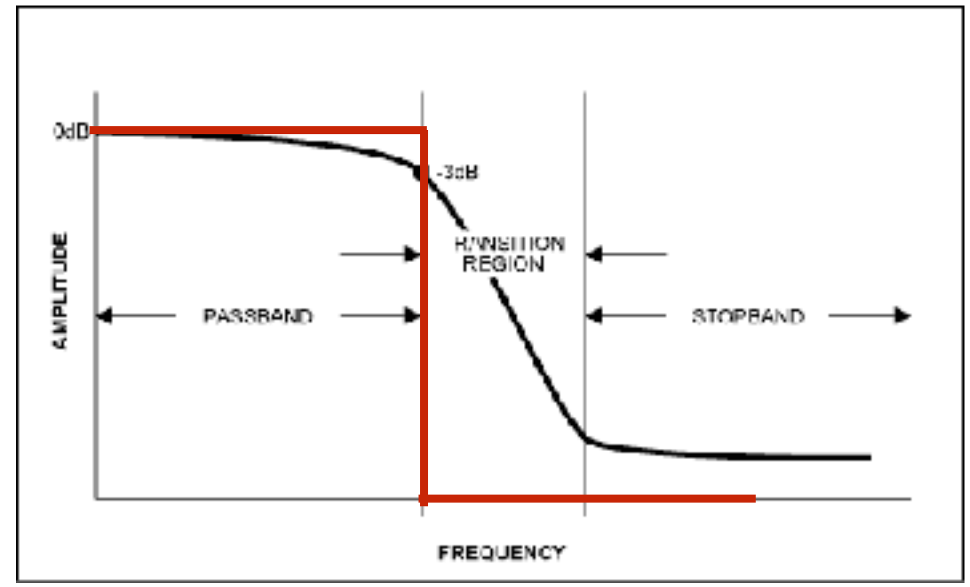
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - filtri



Il filtro passa basso anti aliasing non è un filtro ideale!

lo si può consideare come una funzione di trasferimento tra il segnale originale e quello filtrato..



..e come ogni funzione di trasferimento si può rappresentare come un rapporto tra polinomi..

..potendo modificare la risposta selezionando opportunamente il numero e posizione di **zeri** e **poli**..

più ce ne sono, più è performante, più è complesso, più è costoso, più introduce ritardo…

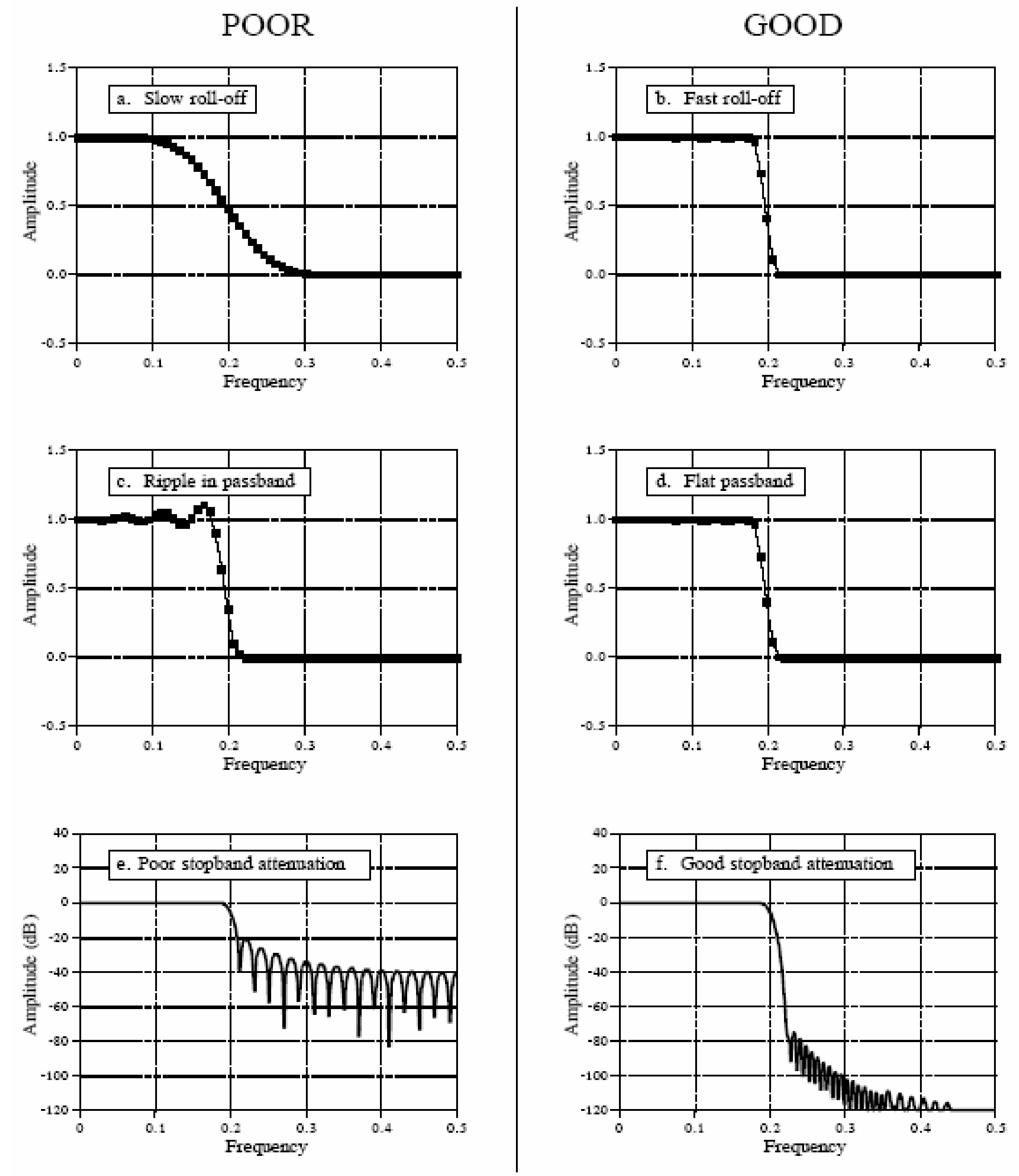
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - filtri

I filtri sono caratterizzati da:

frequenza di taglio (cut-off sharpness)
pendenza (roll-off)
ondulazione di banda (passband ripple)
risposta all'impulso (per overshooting)

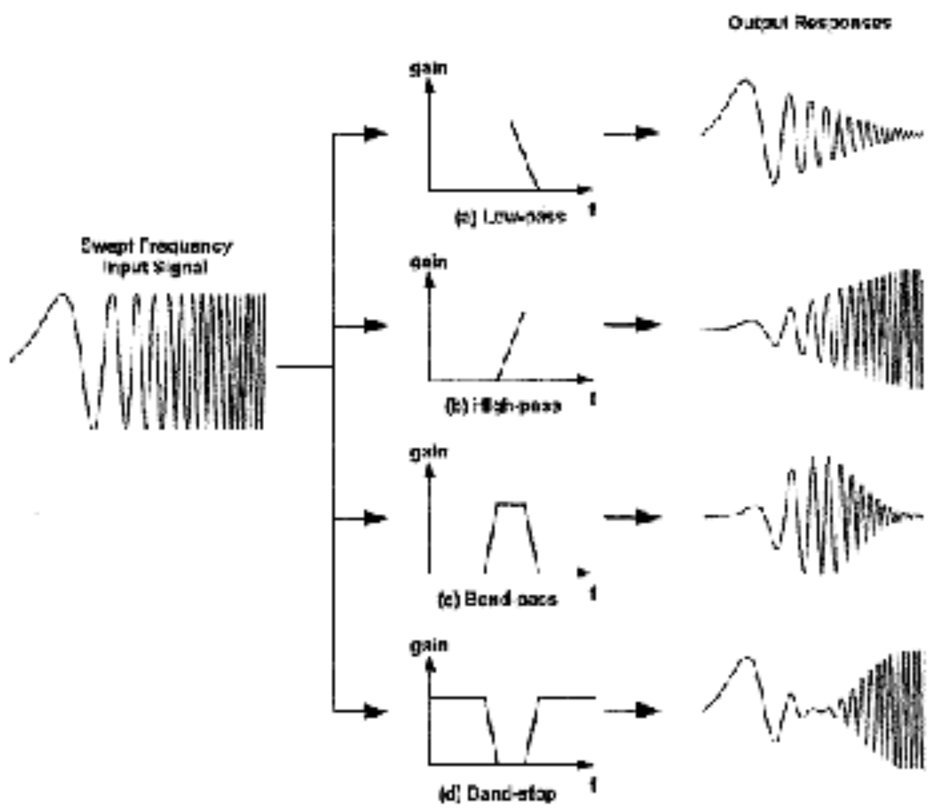
Le performance dipendono dalla tipologia del filtro, dall'ordine, se sono digitali o analogici…

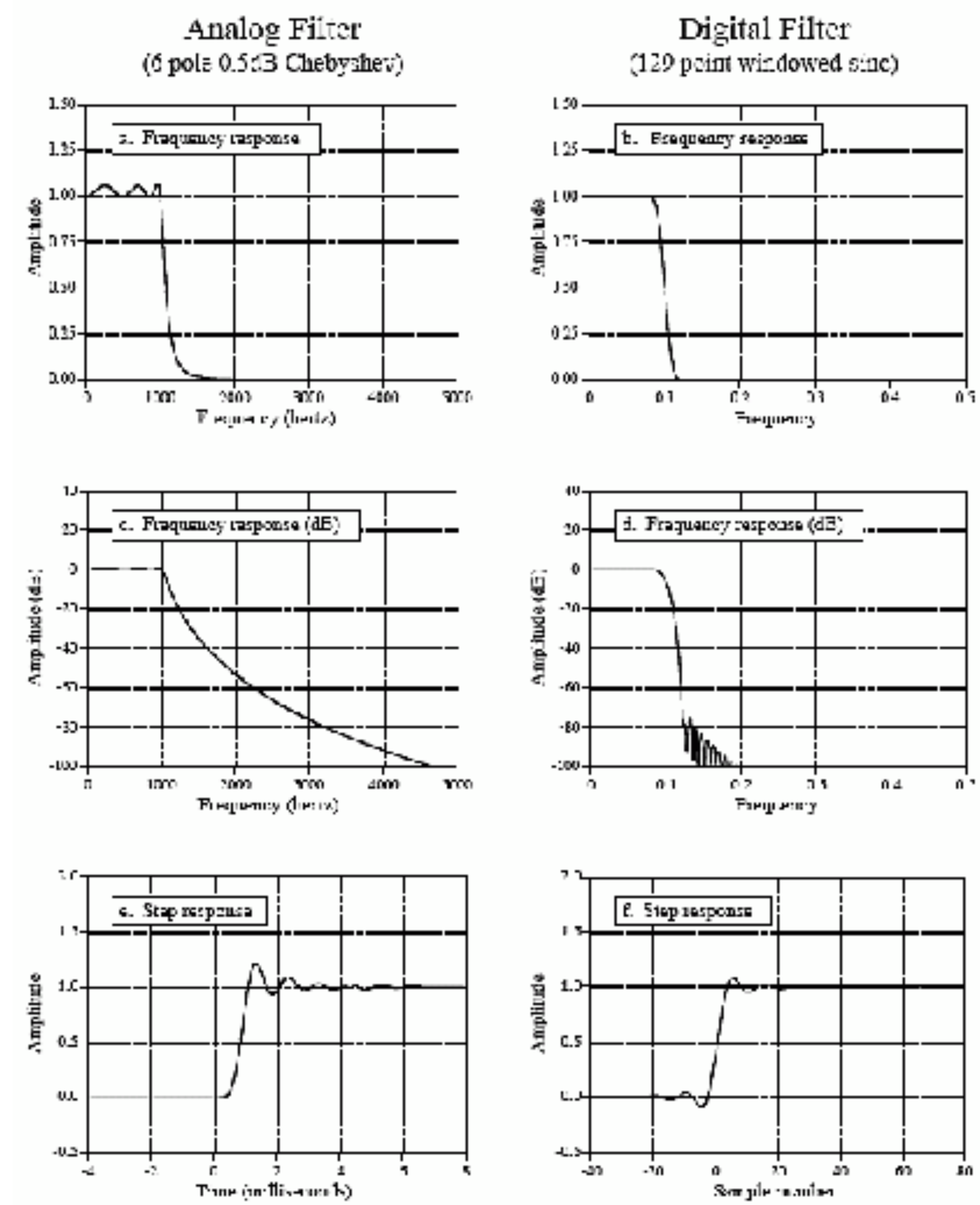


E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - filtri

I più comuni filtri sono
Chebyshev
Butterworth
Bessel
… e si scelgono in funzione della selettività in ampiezza e/o frequenza





filter design in matlab

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Il concetto di Trasformata di domino è noto!

..si cambia dominio per fare delle operazioni in maniera
più semplice o per vedere cose in maniera di versa…

..es logaritmi ..il prodotto in R viene trasformato in una somma in Log

12569834 * 984562 **=>** log(12569834) +log (984562)

..accanto al concetto di **Trasformata** è necessario il concetto di **AntiTrasformata** per tornare al dominio di partenza…

1237578 e 13 **<=** 7.09933+5.99324

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

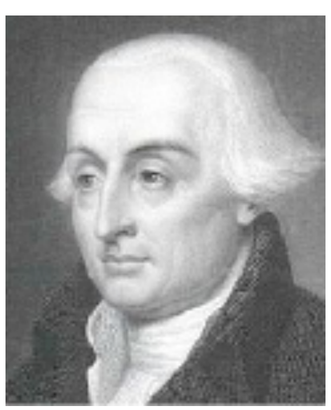
Luigi BREGANT
bregant@units.it

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Per passare dal dominio del tempo a quello della frequenza
si utilizza la Trasformata di Fourier
(1768-1830, 1807 Studio sulla propagazione del calore)

(nelle diverse varianti: serie, integrale, discreta, veloce..)

..ogni segnale continuo periodico può essere rappresentato
come la somma di funzioni sinusoidali opportunamente scelte..



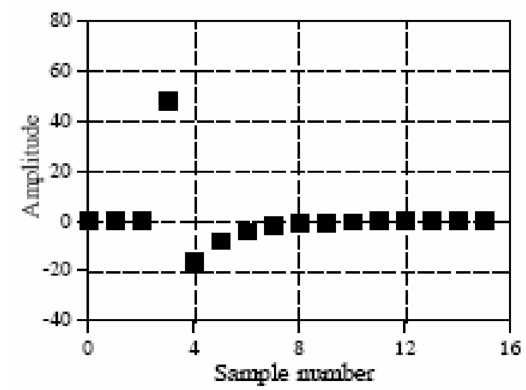
Lagrange, membro della commissione dell'Institute de France,
bloccò la pubblicazione del lavoro per 50 anni ritenendolo sbagliato,
ritenendo che non si poteva descrivere segnali con angoli..

Teoricamente è corretto! ma con un numero molto alto, infinito, di funzioni sinusoidi
la differenza (energetica) tra segnale originario e ricostruito tende a zero!

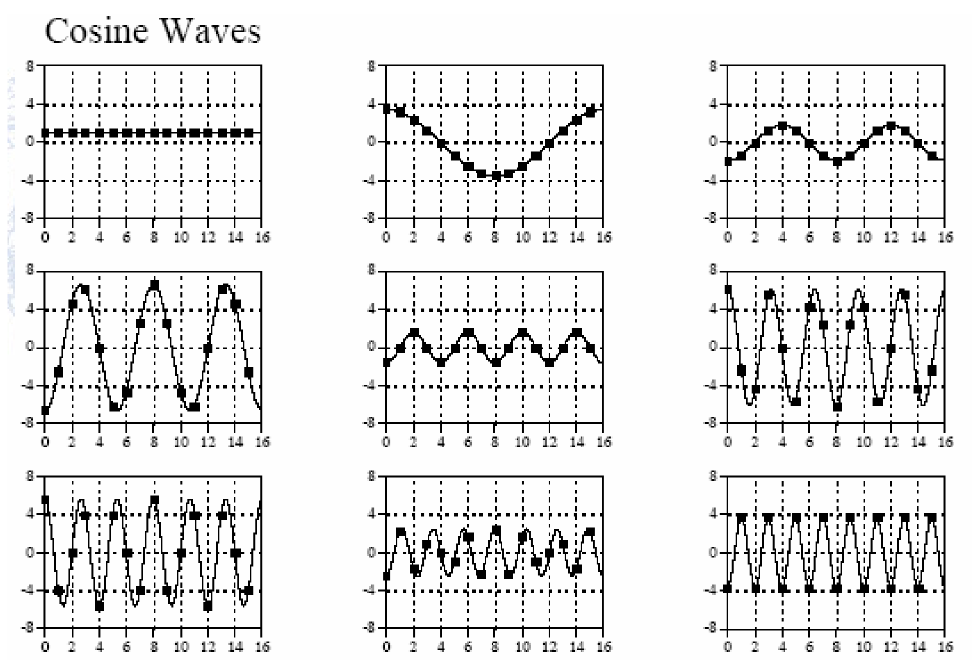
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

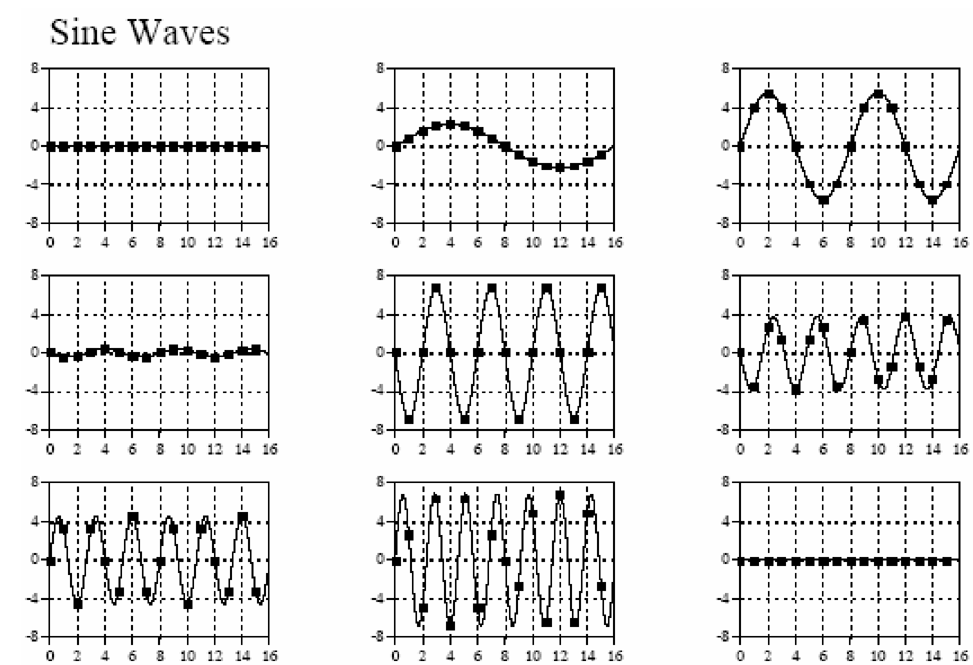
Il segnale



si ottiene come somma di…



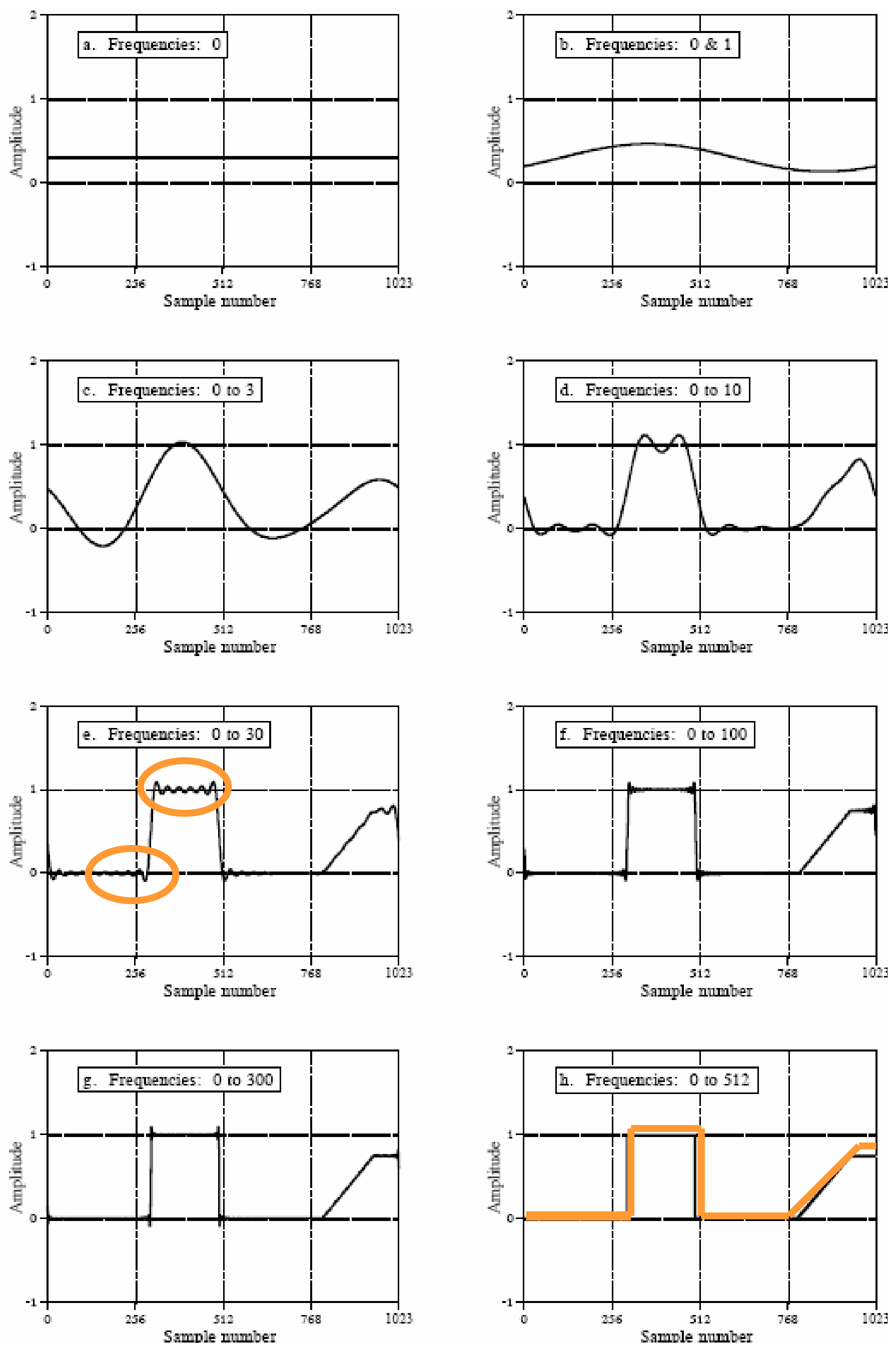
+



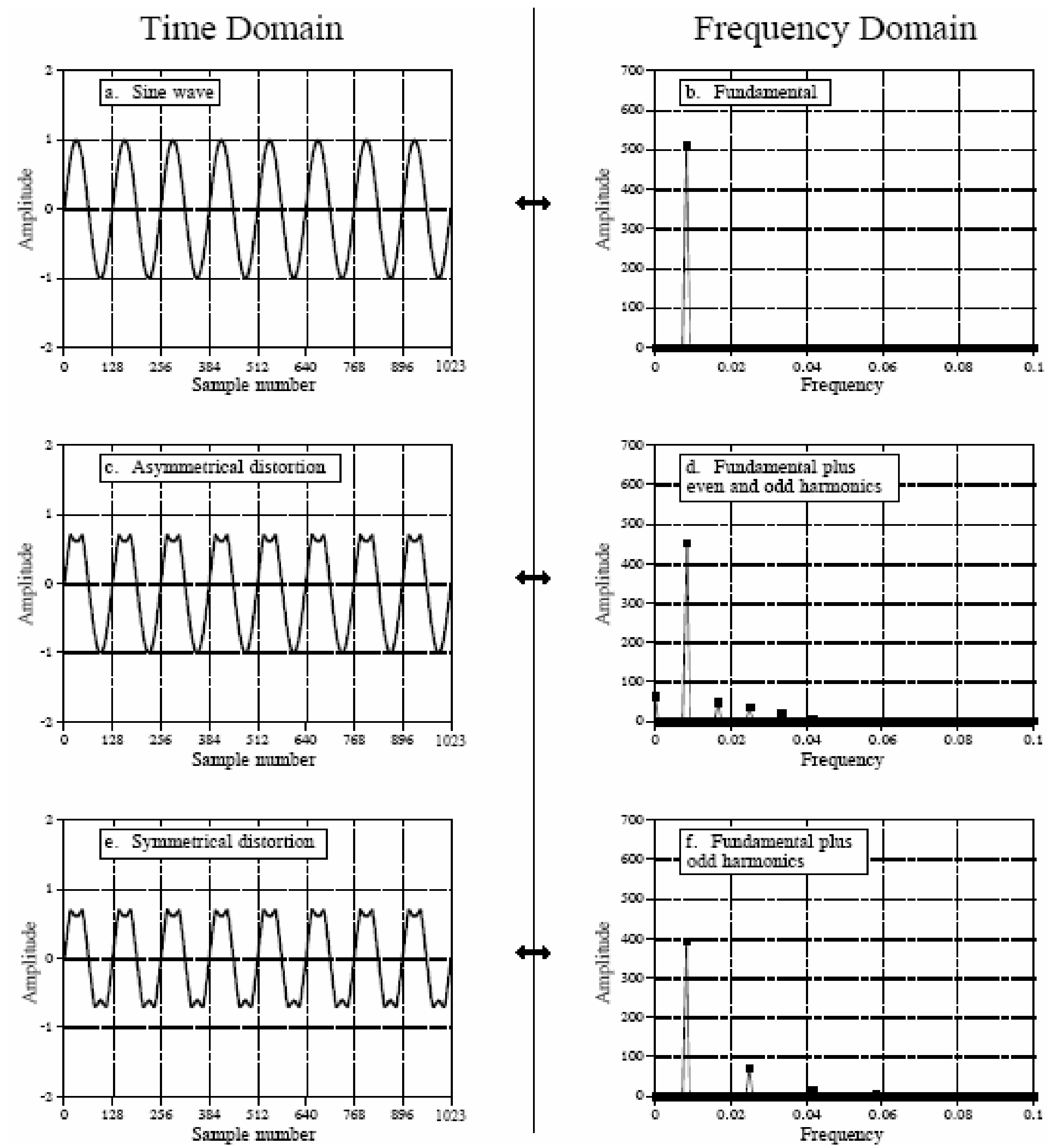
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

..effetto di Gibbs…



..rappresentazione di armoniche…



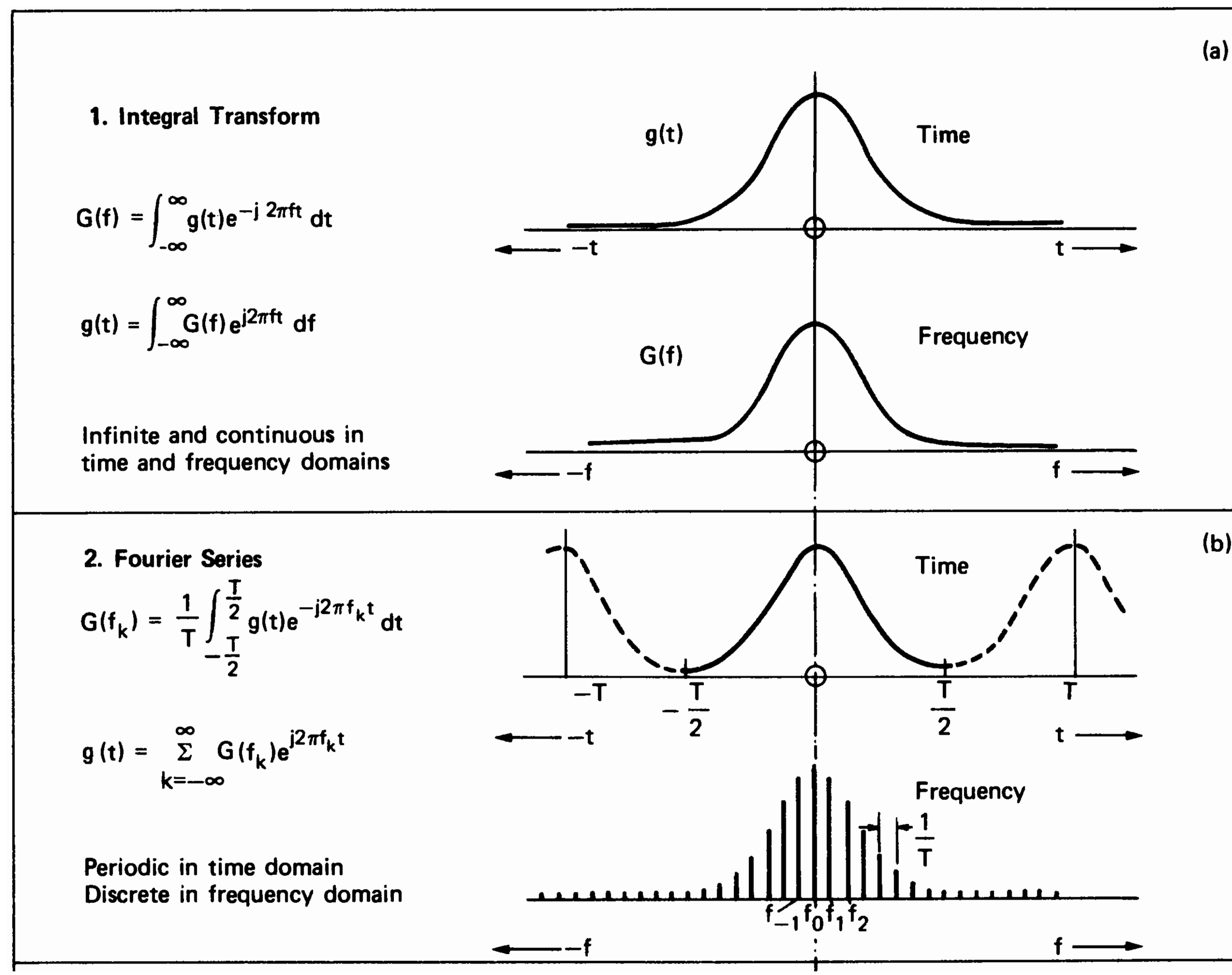
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Non tutti i segnali sono periodici continui
per cui sono state sviluppate versioni alternative della trasformata…

Segnale aperiodico continuo
Integrale di Fourier

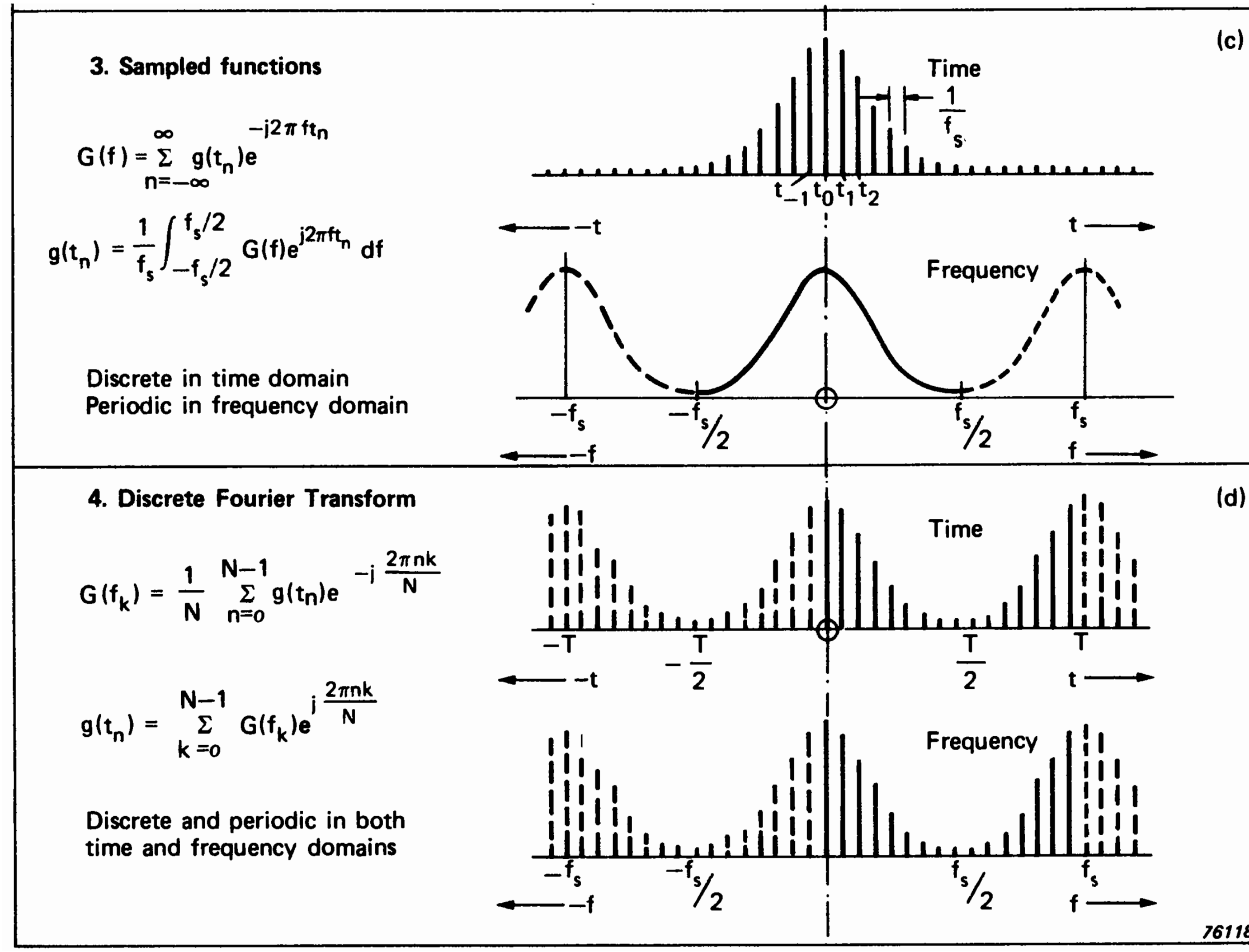
Segnale periodico continuo
Serie di Fourier



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Segnale campionato aperiodico
Trasformata Discreta
nel Tempo di Fourier



Segnale campionato periodico
Trasformata Discreta
di Fourier

NB quando il segnale è campionato la trasformata nel dominio della frequenza è periodica!

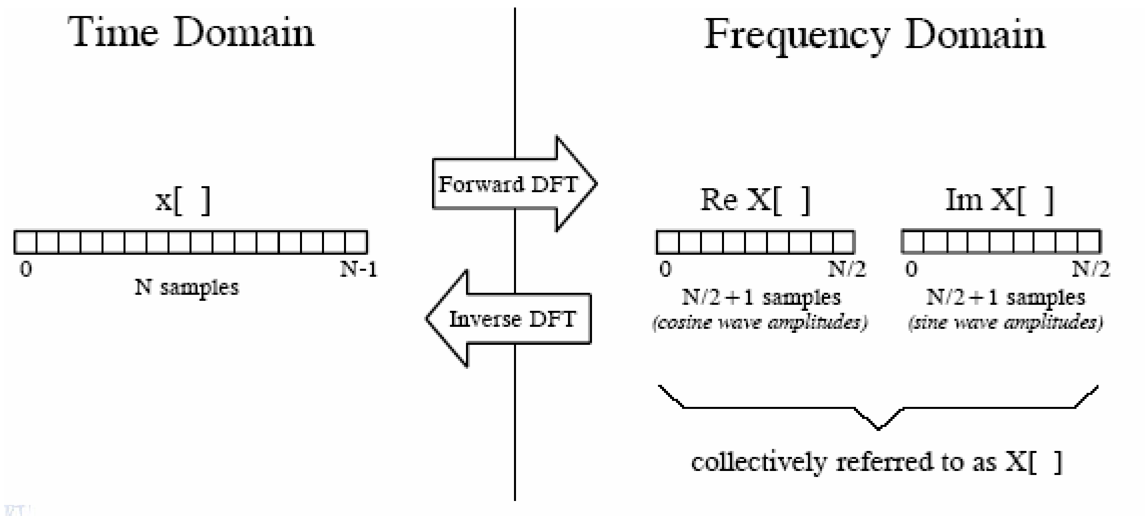
NB bisogna fare in modo di lavorare su un numero finito di campioni, nel domino t ed f, questi devono essere rappresentativi del segnale!

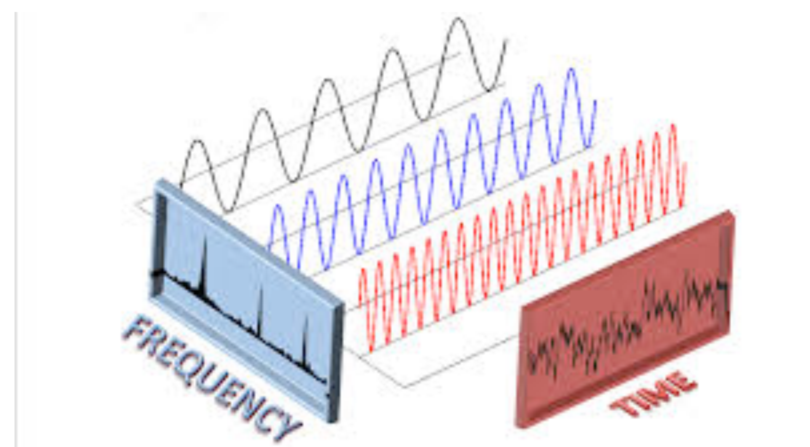
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

..si campioneranno N istanti di tempo..(funzione a valori reali)

..per avere N/2 linee spettrali nel dominio della frequenza (funzione a valori complessi) (N/2 parte reale + N/2 parte immaginaria) ..



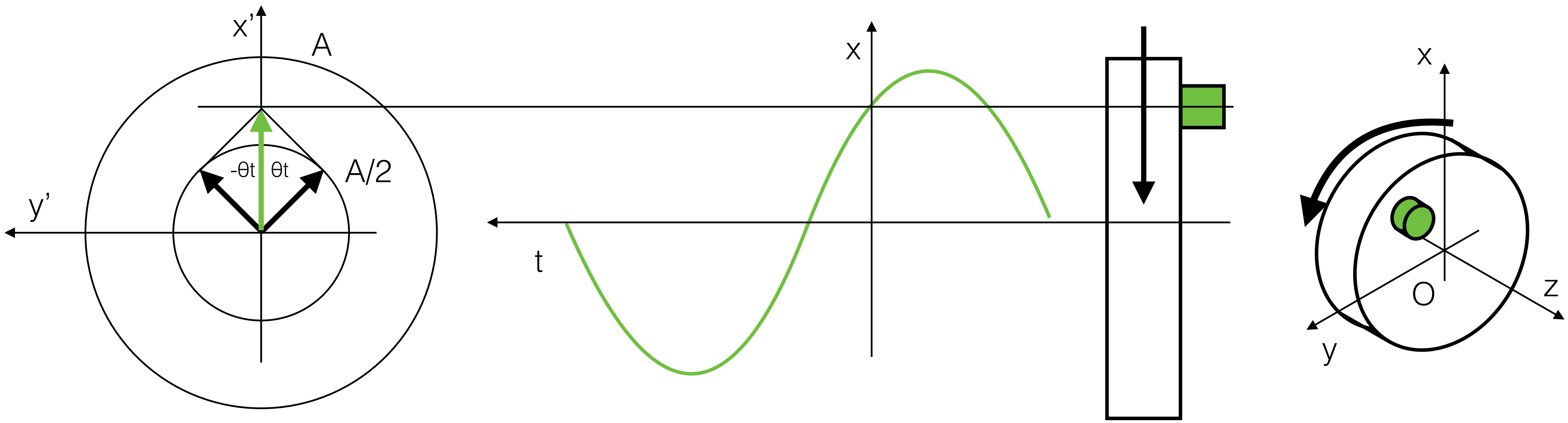


..segnale
> è la somma di componenti armoniche
> ognuna di queste è somma di 2 vettori contro-rotanti…

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

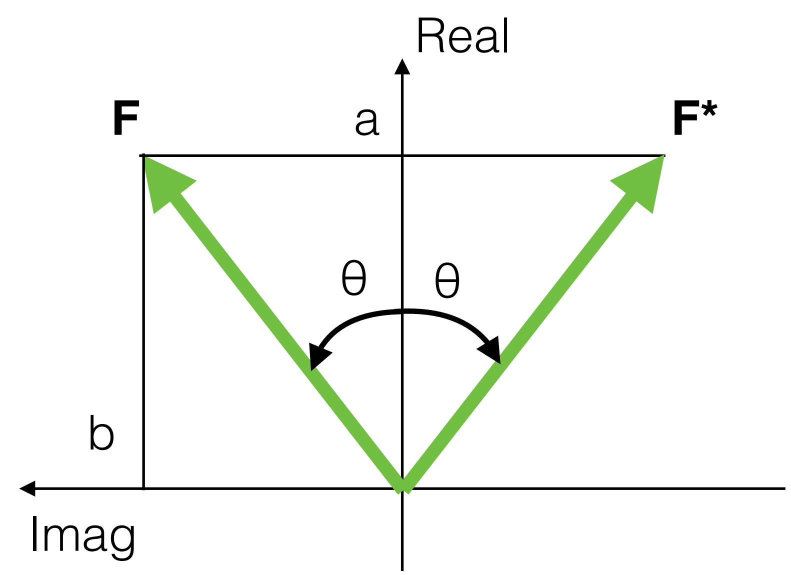
..ogni componente armonica è la somma di due vettori contro-rotanti..



..ricordiamo la notazione di Eulero…

$$F = a + jb$$

$$F = \left|F\right| e^{j\theta}$$



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Serie di Fourier… segnale periodico (di periodo T_0) e continuo

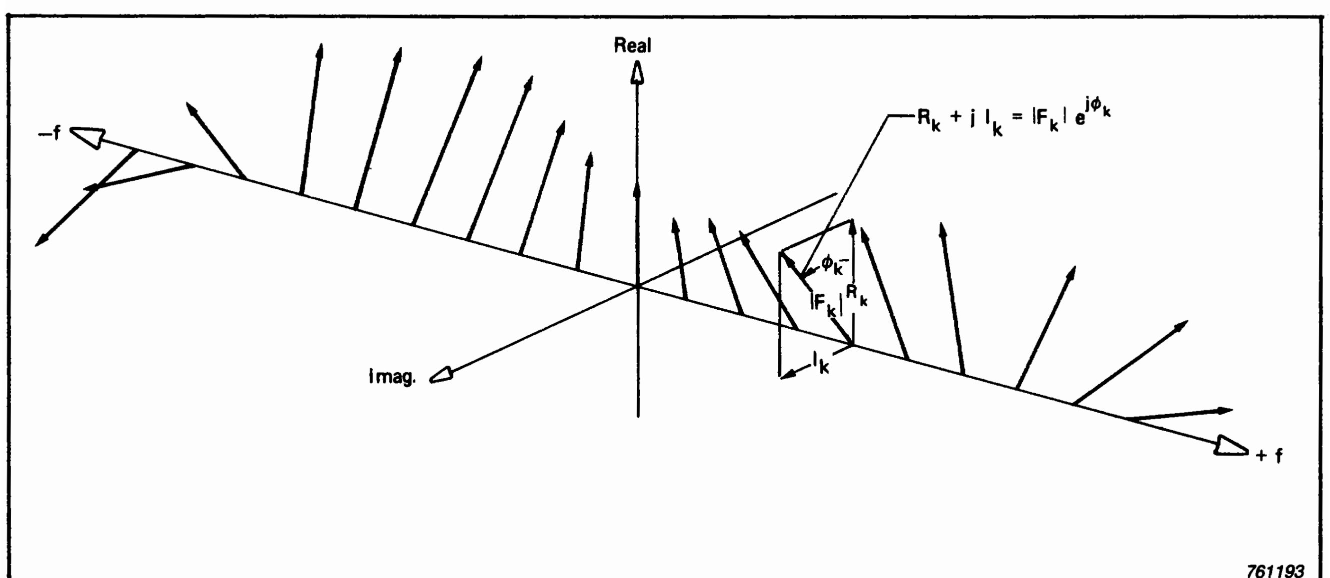
$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)$$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ frequenza fondamentale

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

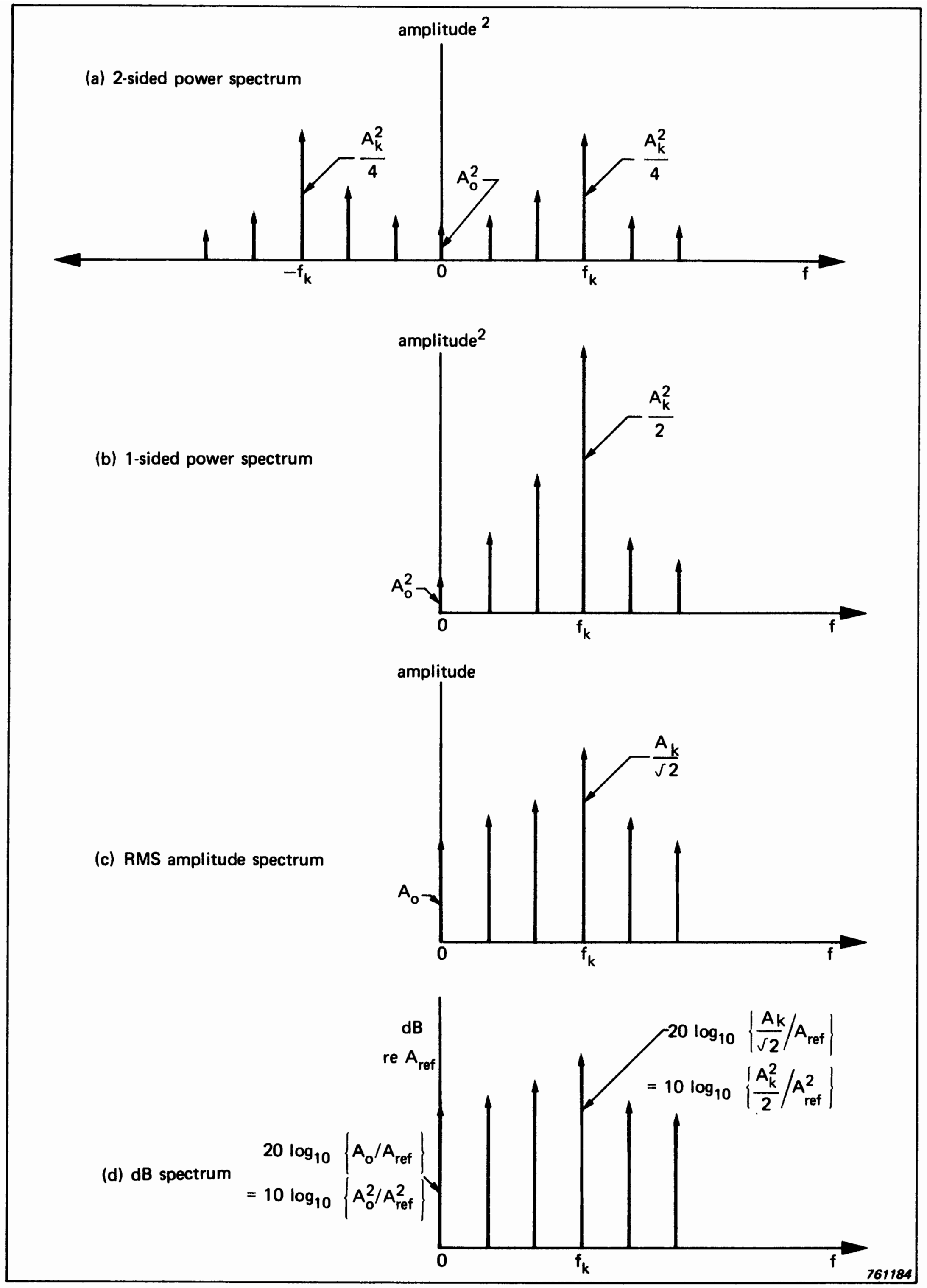
$c_n = \frac{1}{2}(a_n \pm b_n)$ $c_n = c_{-n}^*$ simmetria Hermitiana

la trasformata (spettro) è DISCRETA, definita per $1^*\omega_0$ $2^*\omega_0$ $3^*\omega_0$ $4^*\omega_0$….



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier



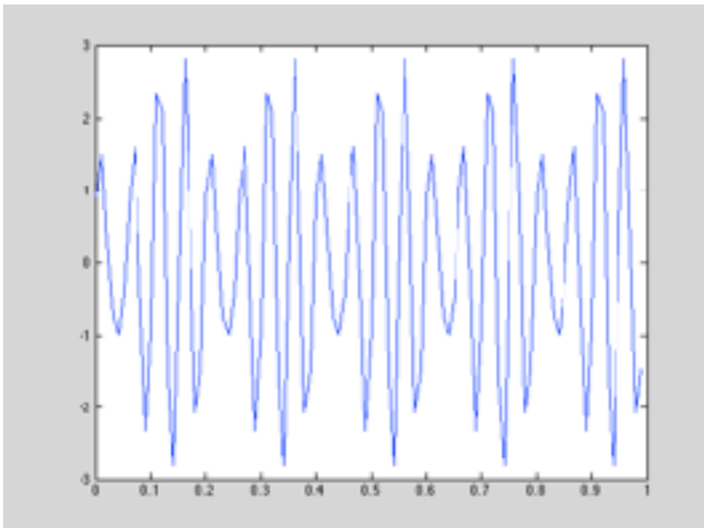
NB è definita da -inf a +inf..
la rappresentazione grafica deve essere opportunamente modificata!

NMB attenzione a quando si utilizza matlab per calcolare la trasformata

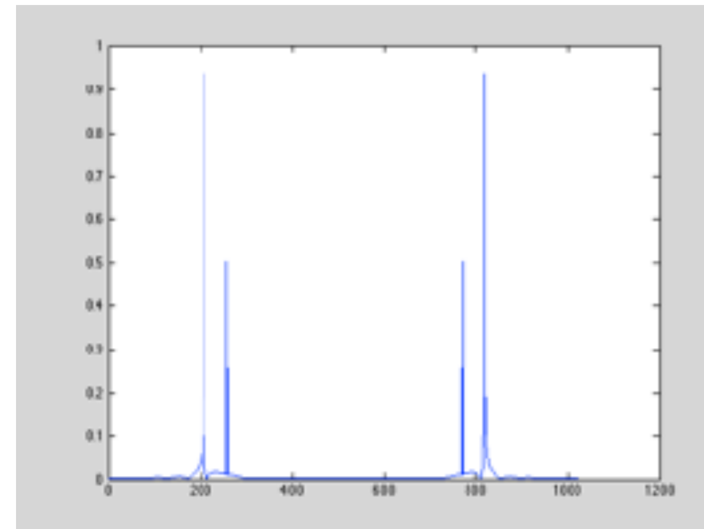
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

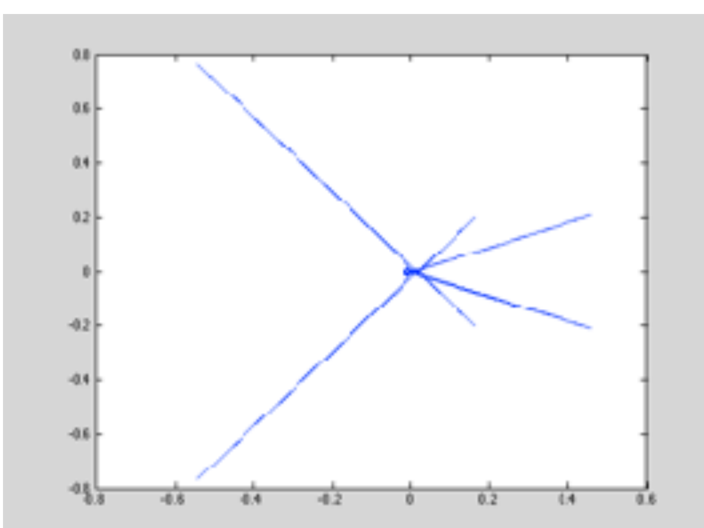
```
>> t=0:0.01:10;
>> a=sin(2+pi*50*t)+2*sin(2*pi*120*t);
>> plot(t(1:100),a(1:100))
```



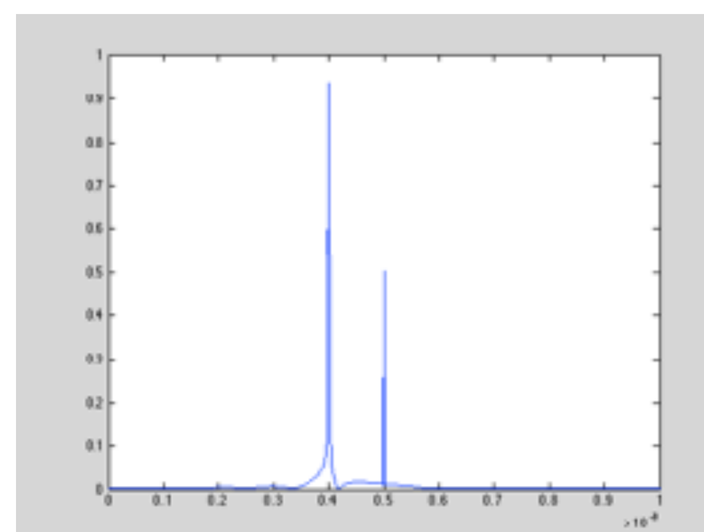
```
>> plot(abs(A))
```



```
>> nfft=2^nextpow2(size(t,2));
>> A=fft(a,nfft)/size(t,2);
>> f=(1/1000)*linspace(0,1,nfft/2+1);
>> plot(A)
```



```
>> plot(f,abs(A(1:nfft/2+1)))
```



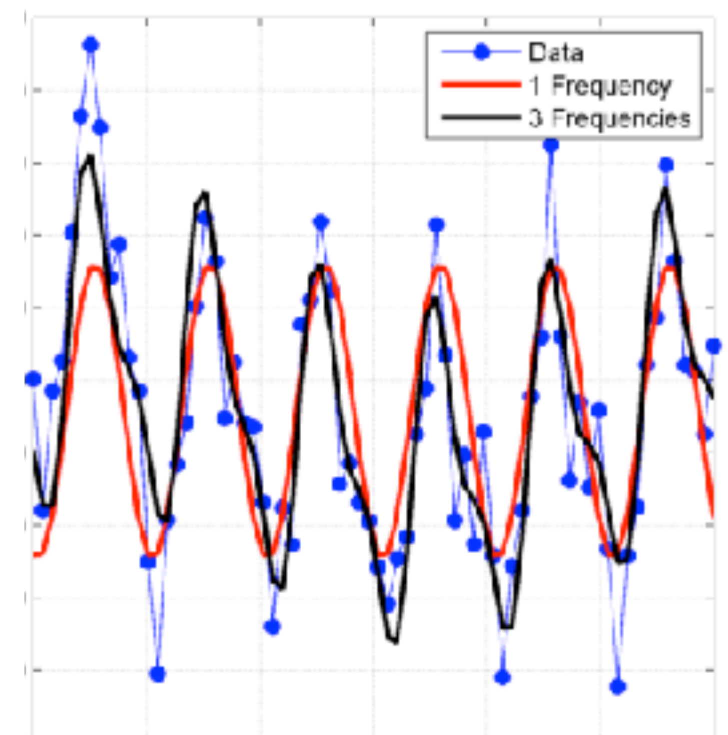
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

..quante componenti prendere nella sommatoria?

$$f(t)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t)+b_n \sin(n\omega_0 t)$$

..quando la potenza del segnale ricostruito è "prossima" a quella del segnale originale..



$$P_m=\frac{1}{T}\int_0^T \left[f(t)\right]^2 dt=\sum_{n=0}^{\infty}\left|c_n\right|^2$$

Teorema di Perceval
(1755-1836)

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Integrale di Fourier… se il segnale non è periodico ma continuo..
(si immagina di avere il periodo fondamentale T_0 infinito..
frequenza fondamentale ω_0 infinitesima..)

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t}\, dt$$

funzione continua in ω..

$$F(\omega) = F^*(-\omega)$$

Simmetria Hermitiana..

Trasformata Discreta… se il segnale non è periodico, ma continuo e campionato, la funzione integrale diventa una sommatoria…

$$\hat{F}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} f(k\Delta t) e^{-jk\omega\Delta t}$$

Il campionamento "approssima" la funzione,
la trasformata sarà approssimata…

$$\hat{F}(\omega) = \hat{F}^*(-\omega)$$

Simmetria Hermitiana..

$$\hat{F}(\omega) = \hat{F}\left(\omega + \frac{2\pi}{\Delta t}\right)$$

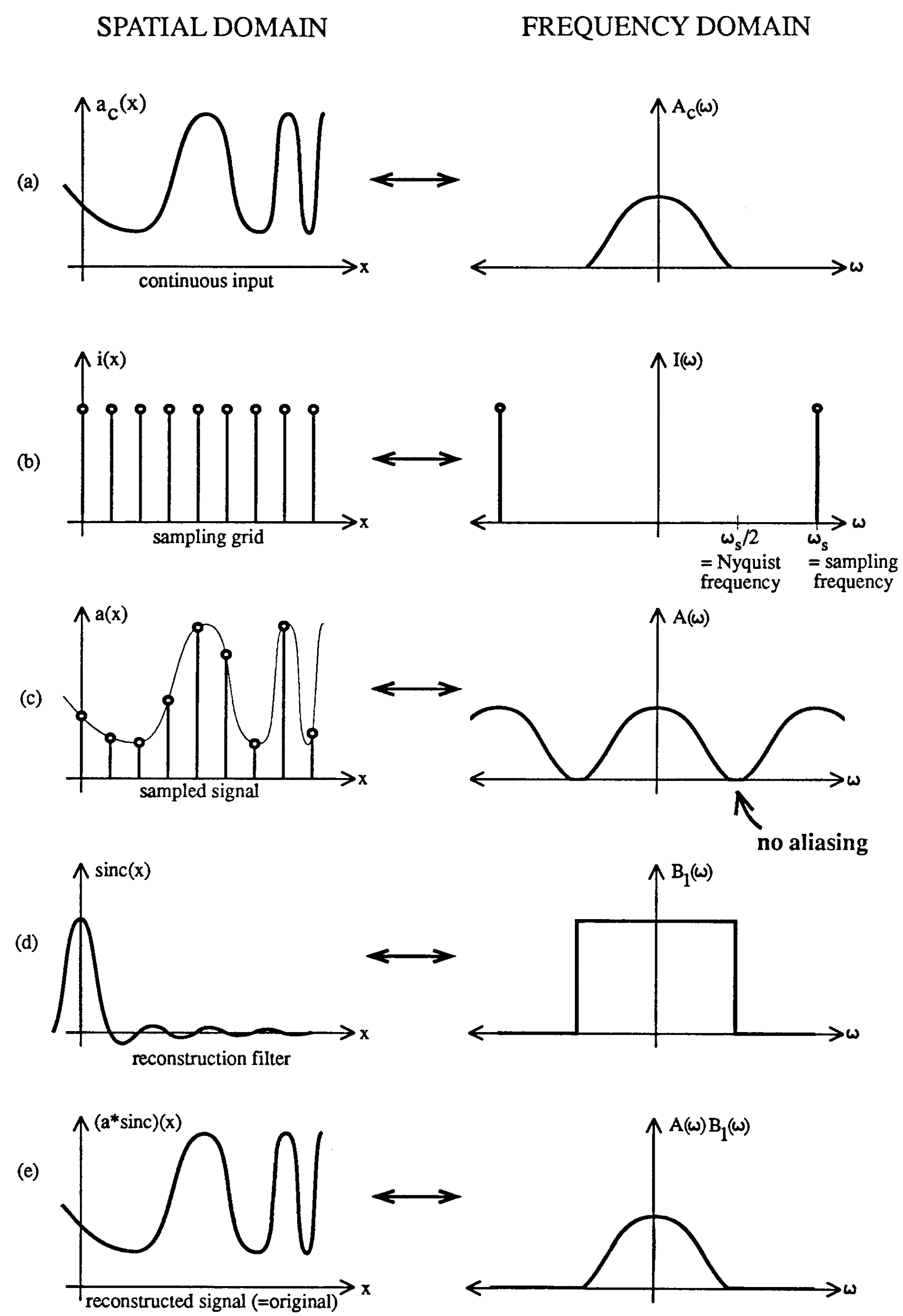
Periodicità..

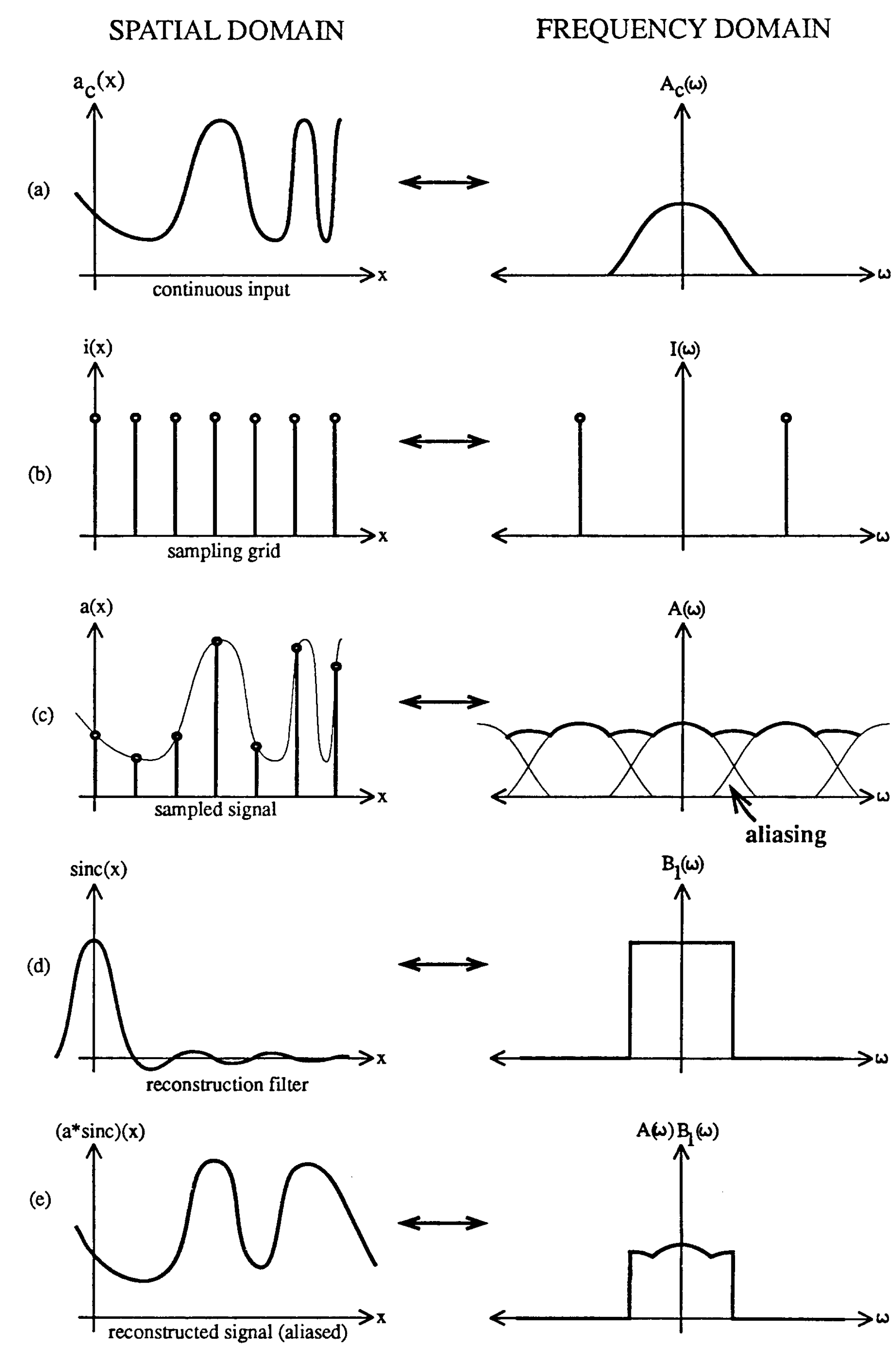
Se non ci sono componenti al di fuori dell'intervallo.. $\left(-\frac{2\pi}{\Delta t}, +\frac{2\pi}{\Delta t}\right)$

non c'è **ALIASING** ..altrimenti si!

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier



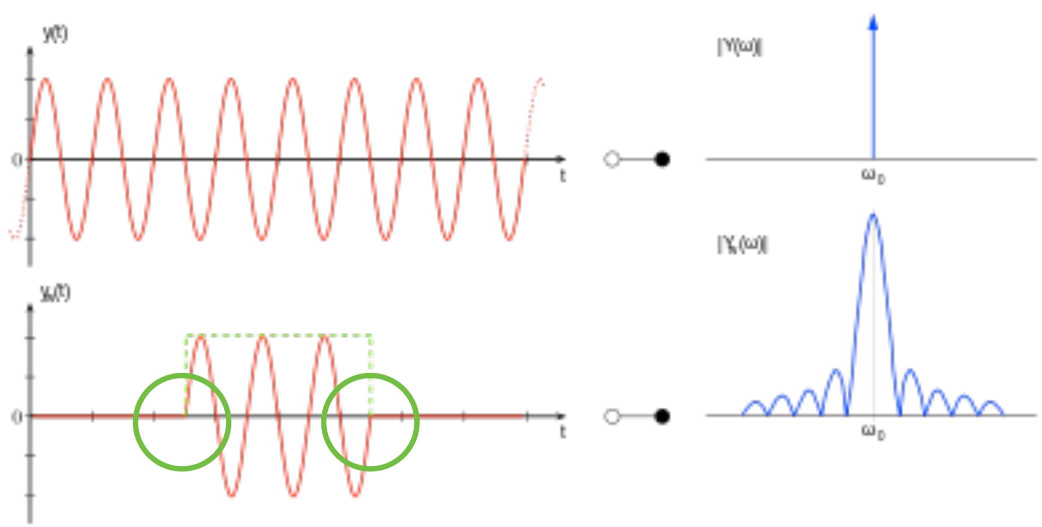


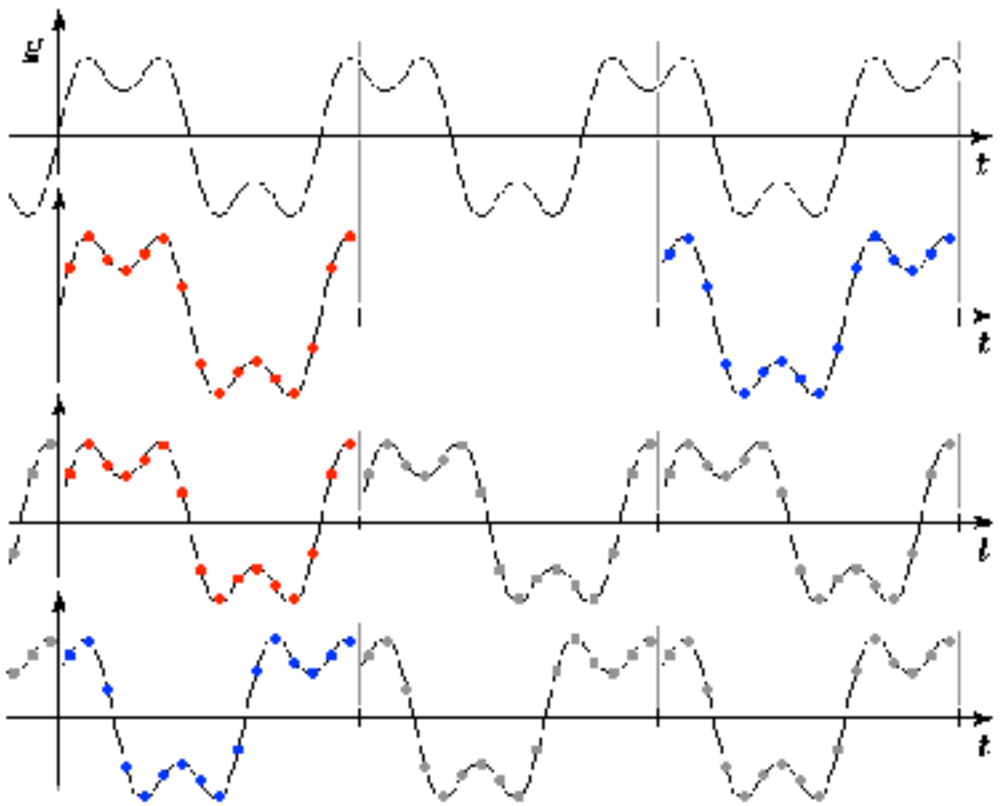
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Dovendo lavorare con un numero finito di campioni N nel dominio del tempo, non è detto che questi rappresentino un numero intero di periodi del segnale…> un nuovo problema: il **LEAKAGE**

$$N\Delta t \neq kT_0$$





Le componenti spettrali si ridistribuiscono attorno al valore corretto..
(componenti spurie, di ampiezza sbagliata)

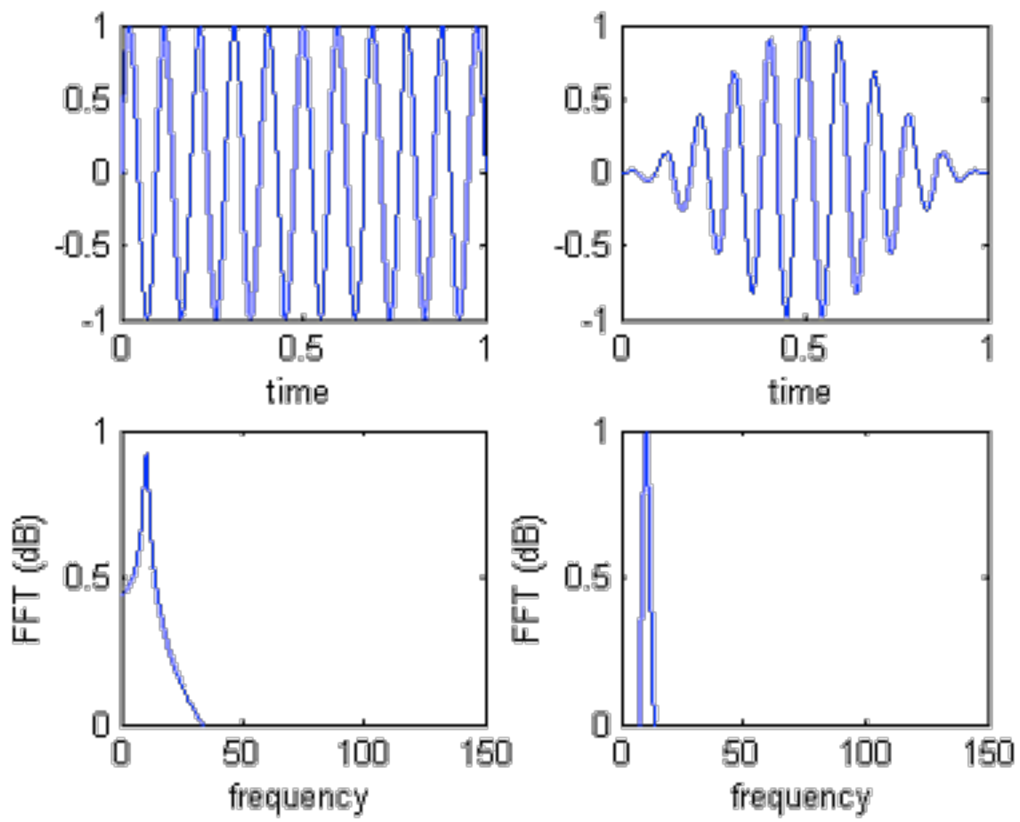
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

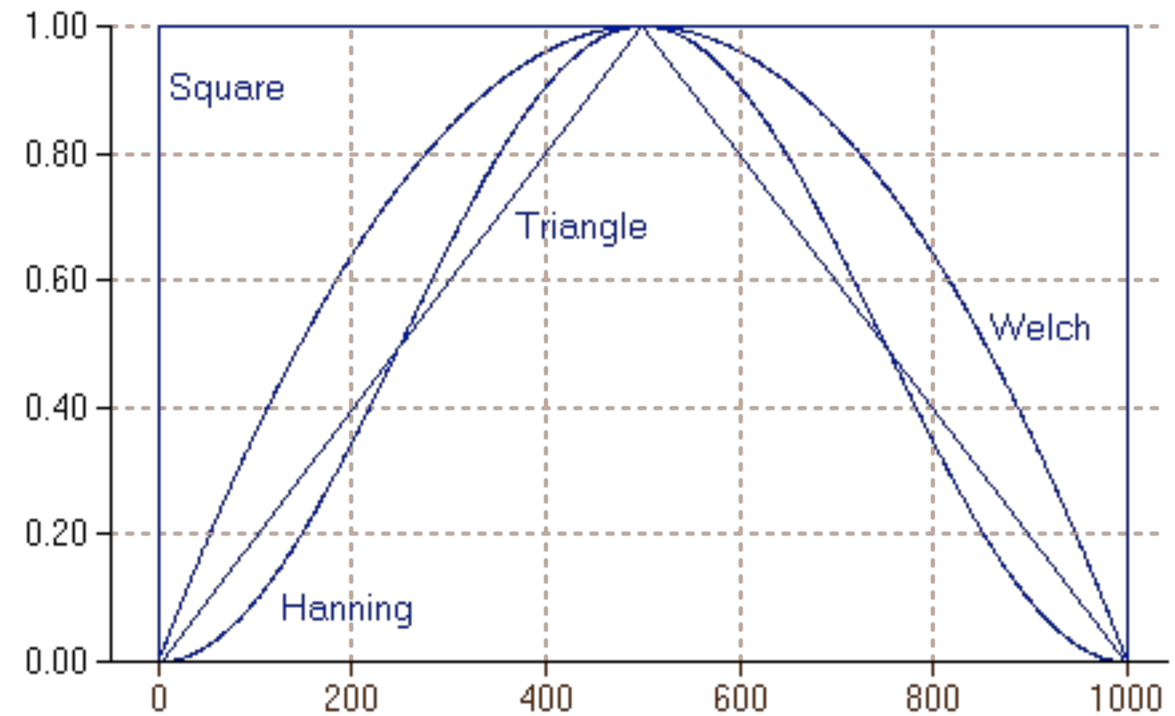
Luigi BREGANT
bregant@units.it

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Si può ridurre il Leakage, moltiplicando il segnale campionato per opportune finestre di pesatura (segnale inizia e finisce a zero…)

- finestra di shoebox,Hanning, Hamming, Barlett, KaiserBessel…
- correzione energetica del segnale





..le finestre di pesatura lavorano come i filtri..

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier

Proprietà della trasformata… $x(t), y(t), h(t) \Leftrightarrow X(\omega), Y(\omega), H(\omega)$

Linearità… $$\boxed{\alpha x(t)+\beta y(t) \Leftrightarrow \alpha X(\omega)+\beta Y(\omega)}$$

Scalaggio nel tempo / frequenza… $x(kt) \Leftrightarrow \frac{1}{|k|} X\left(\frac{\omega}{k}\right)$ $\quad \frac{1}{|k|} x\left(\frac{t}{k}\right) \Leftrightarrow X(k\omega)$

Scorrimento nel tempo / frequenza… $x(t \pm t_o) \Leftrightarrow X(\omega) e^{\pm j\omega t_0}$ $\quad x(t) e^{\pm j\omega t_0} \Leftrightarrow X(\omega \mp \omega_0)$

Integrale… $\int x(t) dt \Leftrightarrow \frac{X(\omega)}{j\omega}$

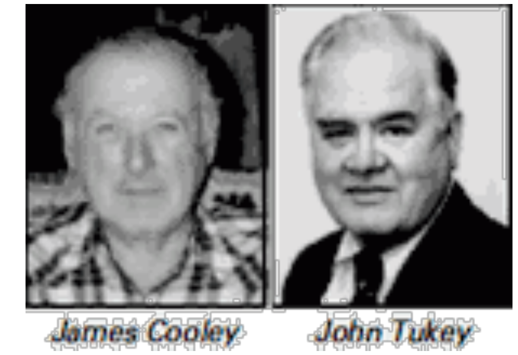
Derivata… $\frac{\partial x(t)}{\partial t} \Leftrightarrow j\omega X(\omega)$

Convoluzione / Prodotto… $h(t) = \int x(t) y(t-\tau) d\tau \Leftrightarrow H(\omega) = X(\omega) Y(\omega)$

$h(t) = x(t) y(t) \Leftrightarrow H(\omega) = \int X(\omega) Y(\omega - \nu) d\nu$

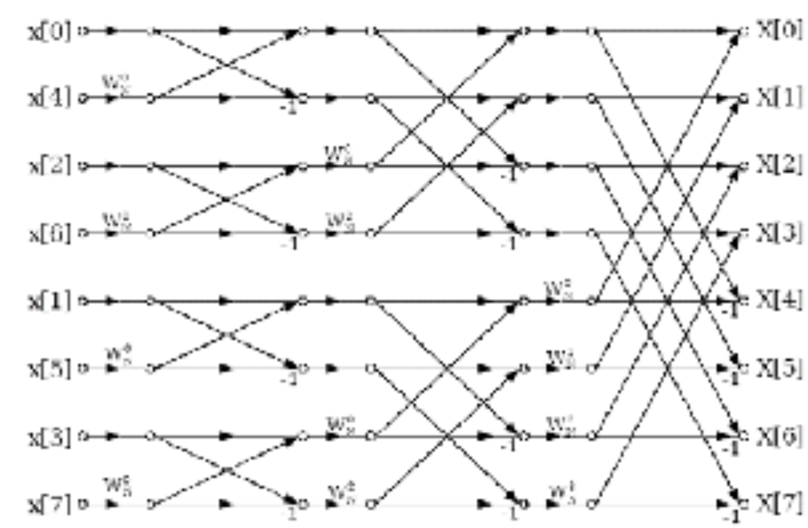
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - trasformata di Fourier



Esistono diversi algoritmi per calcolare la DFT.. il più comune è quello della FFT (Cooley-Tukey 1965) (proposta da Gauss 1777-1855)

Lavora con $N=2^X$ dividendo i campioni in gruppi e facendo un opportuna CL di questi..



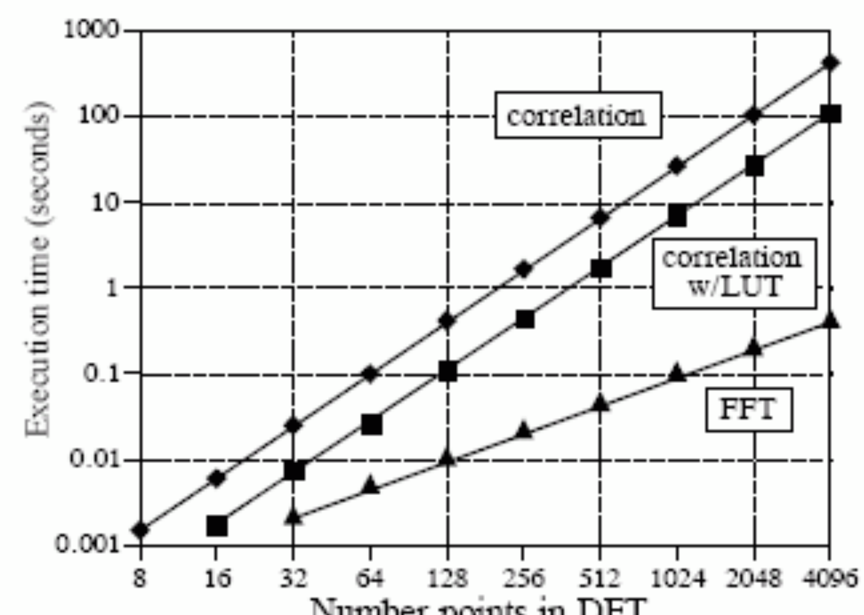
es presi 8 campioni ..

li “assembla” in 4 gruppi da 2 valori ..

poi in 2 gruppi da 4 valori ..

poi in 1 gruppo da 8 valori ..

ridurendo il numero di operazioni algebriche complesse necessarie ..



$$F(n)=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} f(k\Delta t)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} \qquad f(k\Delta t)=\sum_{k=0}^{N-1} F(n\Delta\omega)e^{j\frac{2\pi}{N}nk}$$

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - funzioni nel dominio del tempo e della frequenza

A partire dai segnali del tempo è possibile valutare una serie di scalari
e funzioni derivate che esprimono le caratteristiche del segnale stesso…

massimo / minimo / scarto $\max\left[x(t)\right] \quad \min\left[x(t)\right] \quad \max\left[x(t)\right]-\min\left[x(t)\right]$

RMS $RMS = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left[x(t)\right]^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i(t)^2}$

Varianza $\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left[x_i(t)-\bar{x}\right]^2}{N}$

Skewness $\mu_3 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left[x_i(t)-\bar{x}\right]^3}{N}\left(\frac{1}{\sigma_x^3}\right)$

Kurtosis $\mu_4 = \frac{\sum_{i=1}^{N}\left[x_i(t)-\bar{x}\right]^4}{N}\left(\frac{1}{\sigma_x^4}\right)$

…e tutte le funzioni statistiche del caso…

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - funzioni nel dominio del tempo e della frequenza

Segnale x(t) | Spettro X(ω)

Auto-correlazione

$$R_{xx}(t) = \lim_{T\to\infty} \int_T x(t)x(t+\tau)d\tau$$

Auto-spettro

$$S_{xx}(\omega) = \left[X(\omega)X^*(\omega) \right]$$

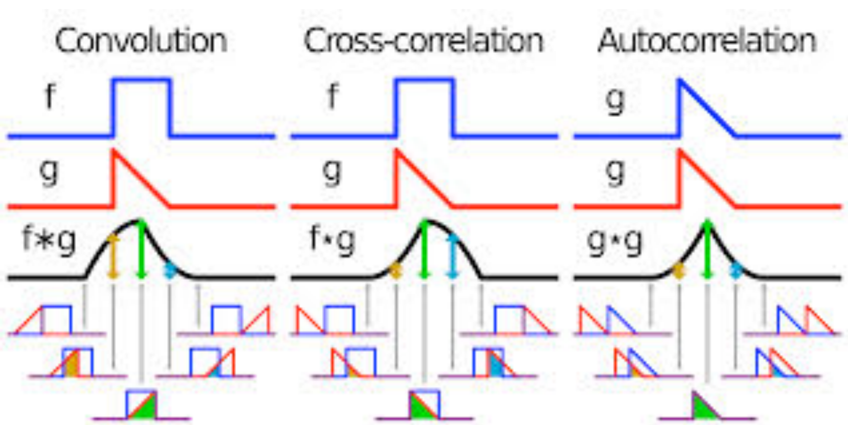
Cross-correlazione

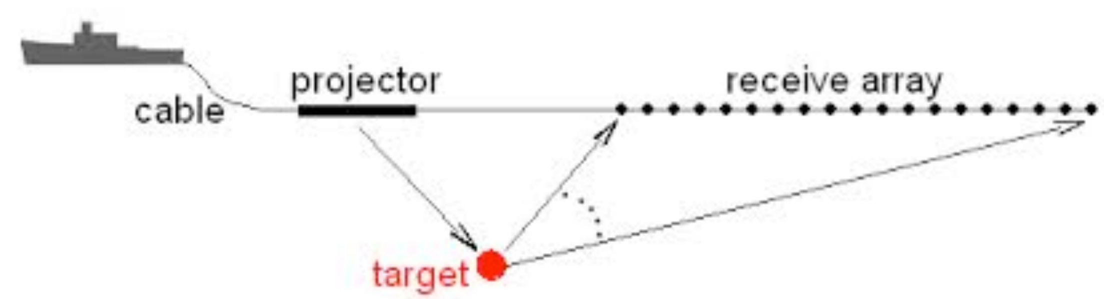
$$R_{xy}(t) = \lim_{T\to\infty} \int_T x(t)y(t+\tau)d\tau$$

Cross-spettro

$$S_{xy}(\omega) = \left[X(\omega)Y^*(\omega) \right]$$

per evidenziare similarità, ritardi,… tra segnali nei due dominii





E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - funzioni nel dominio del tempo e della frequenza

Auto-spettro

$$S_{xx}(\omega) = \left[X(\omega) X^*(\omega) \right]$$

Funzione reale, non ci sono informazioni di fase
Media il segnale ed il rumore
Non richiede trigger
Attenzione allo scalaggio:

Power Spectrum	$(EU)^2$
Power Spectral Density	$(EU)^2/Hz$
Energy Spectral Density	$(EU)^2 s/Hz$

Cross-spettro

$$S_{xy}(\omega) = \left[X(\omega) Y^*(\omega) \right]$$

Funzione complessa, ci sono informazioni di fase
Evidenzia le parti comuni nei due segnali
Non richiede trigger

Coerenza

$$\gamma_{xy}^2(\omega) = \frac{\left[S_{xy}(\omega) S_{xy}^*(\omega) \right]}{\left[S_{xx}(\omega) S_{yy}(\omega) \right]}$$

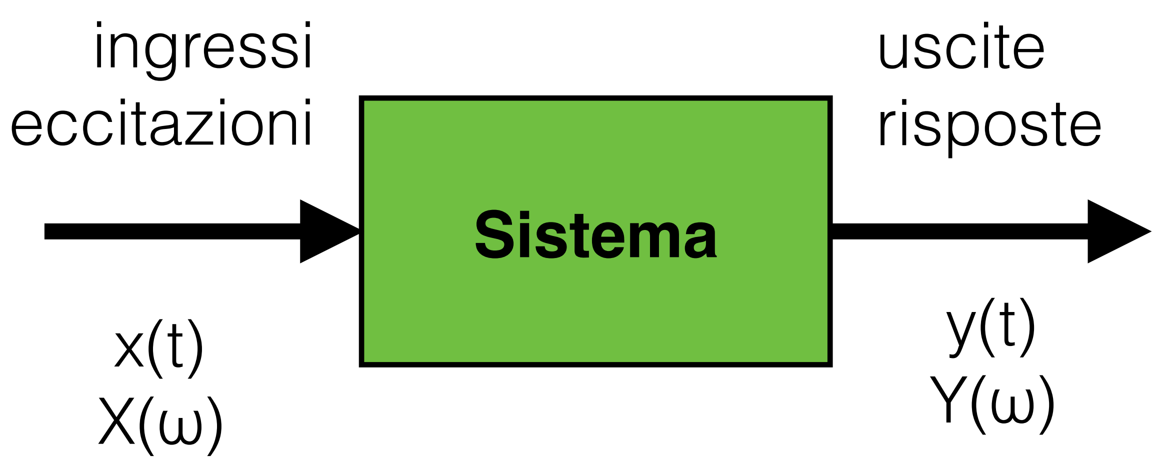
Funzione reale, compresa tra 0-1
Evidenza la correlazione tra i due segnali

..altre funzioni dipendente dall'applicazione
Coherent Power, Referenced CrossPower…

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - analisi dei sistemi

..Supponiamo di avere un sistema dinamico..
misuriamo le diverse eccitazione e le risultanti risposte..



sia con rappresentazione
continua (t) - (ω)
che
discreta (kΔt) - (kΔω)

..se valgono le solite condizioni di
Sistema Lineare, Tempo Invariante..

..il sistema può essere descritto completamente
funzioni di risposta all'impulso o in frequenza
(dirette o di trasferimento)

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - analisi dei sistemi

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)h(t-\tau)d\tau$$

..la risposta del sistema è la convoluzione tra eccitazione e risposta all'impulso..

$$Y(\omega) = X(\omega)H(\omega)$$

..o il prodotto tra eccitazione del sistema e funzione di risposta in frequenza ..

$$X^*(\omega)Y(\omega) = X^*(\omega)X(\omega)H(\omega)$$

$$Y^*(\omega)Y(\omega) = Y^*(\omega)X(\omega)H(\omega)$$

$$H(\omega) = \frac{X^*(\omega)Y(\omega)}{X^*(\omega)X(\omega)} = \frac{S_{xy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} = H_1(\omega)$$

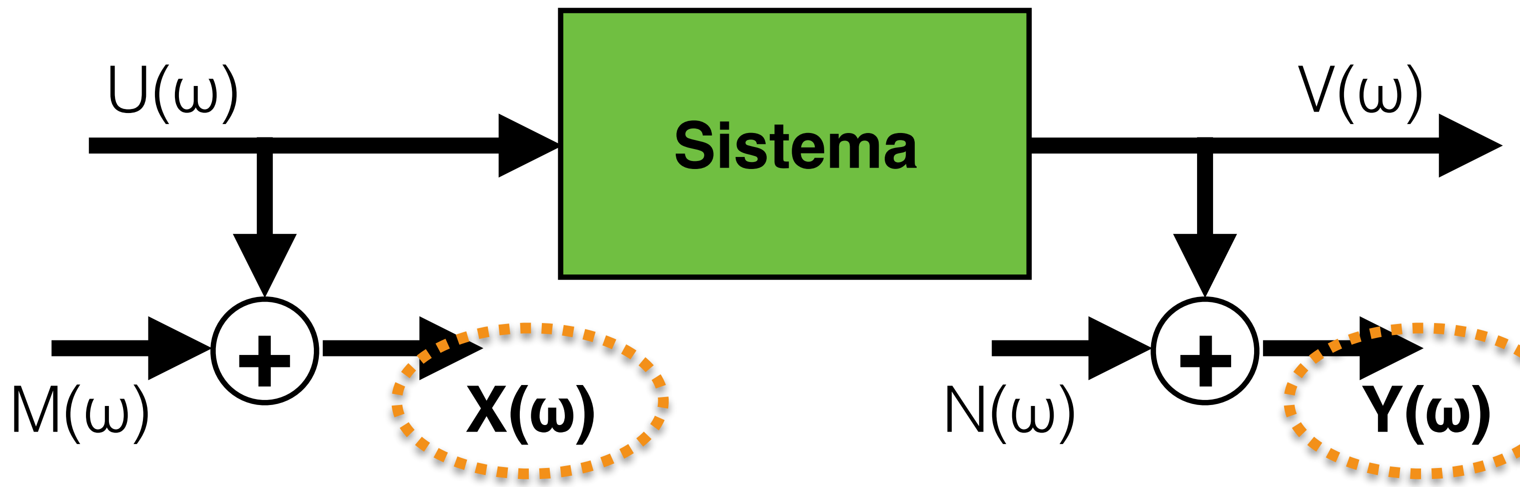
$$H(\omega) = \frac{Y^*(\omega)Y(\omega)}{Y^*(\omega)X(\omega)} = \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{yx}(\omega)} = H_2(\omega)$$

..stime della FRF partendo dai dati sperimentali misurati .. (ideale)

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - analisi dei sistemi

Nel caso reale, c'è rumore sia in ingresso M che in uscita N..
si misurano X e Y, ma non si sa con certezza cosa entra ed esce dal sistema U e V



Si immagina che il rumore sia scorrelato dall'eccitazione e dalla risposta

$$S_{MN}(\omega)=S_{MU}(\omega)=S_{MY}(\omega)=S_{NV}(\omega)=S_{NX}(\omega)=0$$

$$Y(\omega)=V(\omega)+N(\omega)=H(\omega)\big(X(\omega)-M(\omega)\big)+N(\omega)$$

..moltiplicando per i complessi coniugati dell'eccitazione o della risposta misurata..

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - analisi dei sistemi

..si ottengono due stime della FRF, una sotto-stimante una sovra-stimante quella ideale.. in entrambi i casi la fase è corretta.

$$H_1(\omega) = \frac{S_{xy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} = H(\omega)\frac{1}{1+\frac{S_{MM}(\omega)}{S_{UU}(\omega)}} \qquad H_2(\omega) = \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{yx}(\omega)} = H(\omega)\left(1+\frac{S_{NN}(\omega)}{S_{VV}(\omega)}\right)$$

..per il modulo $\quad \left|H_1(\omega)\right| \le H(\omega) \le \left|H_2(\omega)\right|$

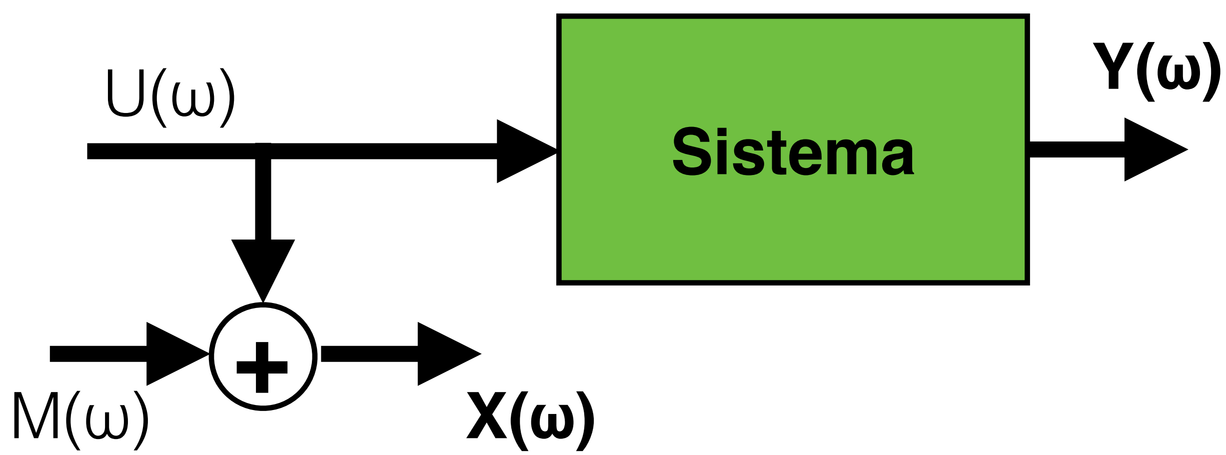
..la coerenza è sempre <1 $\quad \gamma^2(\omega) = \frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} = \frac{1}{\left(1+\frac{S_{MM}(\omega)}{S_{UU}(\omega)}\right)\left(1+\frac{S_{NN}(\omega)}{S_{VV}(\omega)}\right)}$

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - analisi dei sistemi

..nel caso di rumore ad una sola “estremità” le cose si semplificano un po’…

..rumore in ingresso…



$$S_{MU}(\omega)=S_{MY}(\omega)=0$$

$$Y(\omega)=H(\omega)X(\omega)=H(\omega)\big(U(\omega)+M(\omega)\big)$$

sottostima di H

$$H_1(\omega)=\frac{S_{xy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)}=H(\omega)\frac{1}{1+\dfrac{S_{MM}(\omega)}{S_{UU}(\omega)}}$$

$$H_2(\omega)=\frac{S_{yy}(\omega)}{S_{yx}(\omega)}=H(\omega)$$

H corretta

..le fasi sono corrette in entrambi le stime

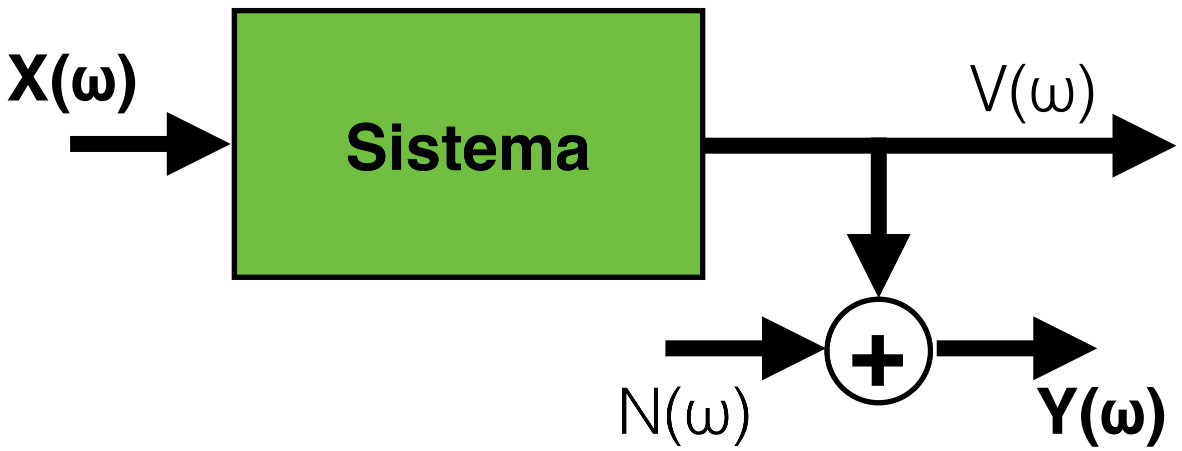
..coerenza sempre <1

$$\gamma^2(\omega)=\frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)}=\frac{1}{\left(1+\dfrac{S_{MM}(\omega)}{S_{UU}(\omega)}\right)}$$

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - analisi dei sistemi

..rumore in uscita…



$$S_{NV}(\omega) = S_{NX}(\omega) = 0$$

H corretta

$$H_1(\omega) = \frac{S_{xy}(\omega)}{S_{xx}(\omega)} = H(\omega)$$

$$Y(\omega) = V(\omega) + N(\omega) = H(\omega)X(\omega) + N(\omega)$$

$$H_2(\omega) = \frac{S_{yy}(\omega)}{S_{yx}(\omega)} = H(\omega)\left(1 + \frac{S_{NN}(\omega)}{S_{VV}(\omega)}\right)$$

sovrastima di H

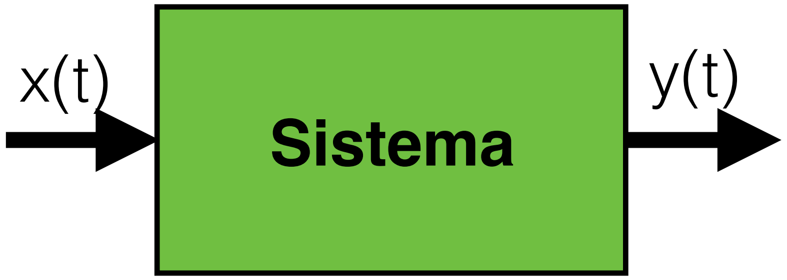
..le fasi sono corrette in entrambi le stime

..coerenza sempre <1

$$\gamma^2(\omega) = \frac{H_1(\omega)}{H_2(\omega)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{S_{NN}(\omega)}{S_{VV}(\omega)}\right)}$$

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - eccitazione dei sistemi



Come si sceglie x(t)?

eccitazione transitoria

martelli strumentati
cavi tensionati / bulloni esplosivi
microrazzi
bump test…

eccitazione stazionaria

shakers (elettro- oleo- piezo- dinamici, inerziali,..)
vibrodine
…

eccitazione operativa

funzionamento impianto

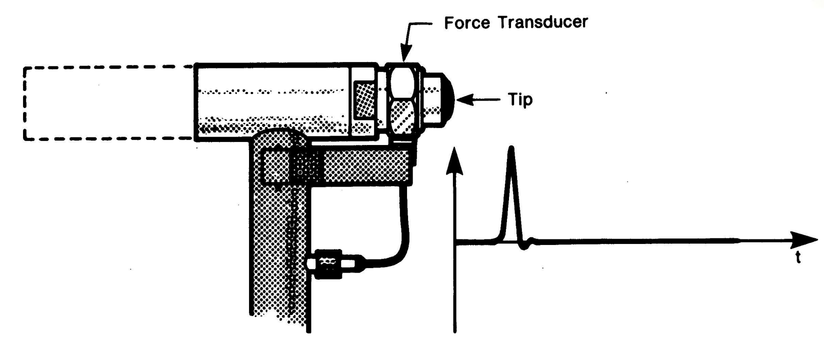
E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - eccitazione dei sistemi

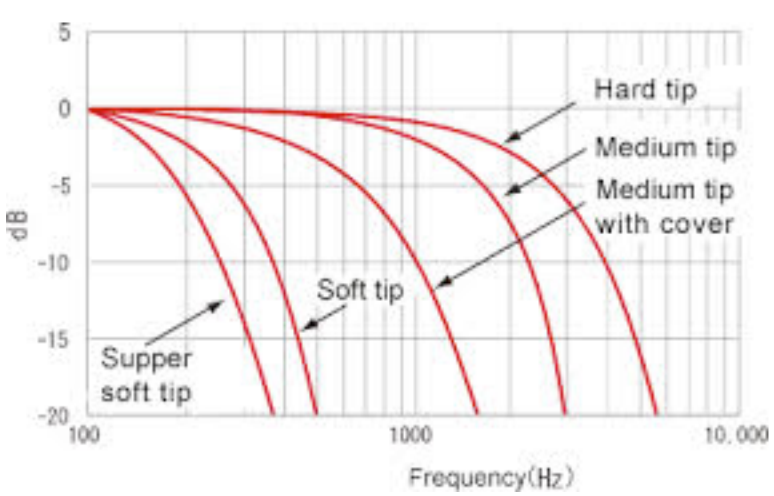
Impulsiva:
molto facile, rapida, economica,…

la forza misurata non è esattamente quella iniettata nella struttura

$$F_{real} = F_{meas} \frac{M + m_{tip}}{M}$$



..cambiando la massa del martello e la rigidezza della punta si modifica la durata del contatto martello-struttura ed il range di frequenza…



..alto fattore di cresta..
non va bene per misurare strutture non lineari..

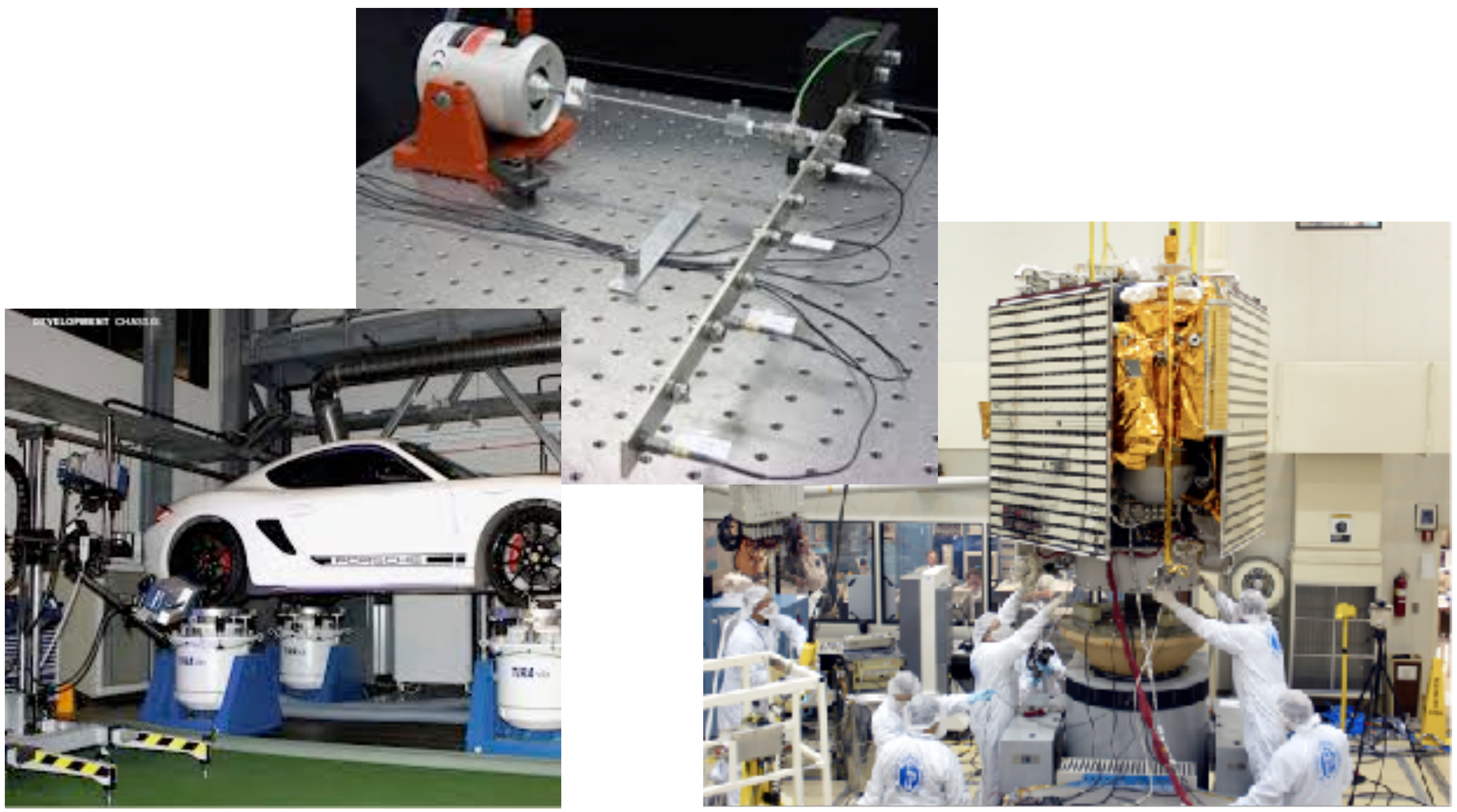
..segnale transitorio..no leakage!

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Analisi del segnale - eccitazione dei sistemi

Shaker:
molto controllabile (segnale), costosa, più difficile da allestire…

si aggiunge alla struttura la “dinamica” dell’armatura dello shaker/stinger/cella



E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Suono e Rumore

Shaker - segnali

sinusoidali: una frequenza alla volta.. set-transitorio-misura-set-transitorio-misura
molto lento, molto controllabile in frequenze ed ampiezza
ottimo per lo studio dei transitori e delle non linearità

random: ampiezza di eccitazione con distribuzione gaussiana,
range di frequenza esteso, segnale continuo..problema di leakage
media le non linearità

pseudo random: segnale random di lunghezza T ripetuto > segnale periodico
eccitazione armonica a freq definte, segnale periodico..no leakage
non media le non linearità

periodic random: combinazione di segnali pseudo-random
segnale periodico.. no leakage, lento
variando le parti pseudorandom si mediano le non linearità

burst random: segnale random seguito da una fase senza eccitazione

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro

Luigi BREGANT
bregant@units.it

E' vietato ogni utilizzo diverso da quello inerente la preparazione dell'esame del corso di Meccanica delle Vibrazioni @Units
E' espressamente vietato l'utilizzo per qualsiasi scopo commerciale e/o di lucro