

Esame di Fisica della materia 11/09/2018

Esercizi:

1) Effetto Lamb può essere descritto come la conseguenza del fatto che un elettrone non è una carica puntiforme. Un elettrone non puntiforme può essere descritto come una distribuzione di carica, molto piccola, di forma sferica (raggio= r_0) e densità uniforme. Se tale carica è immersa in un potenziale elettrostatico $V(r)$ la sua energia potenziale $U(r)$ è data in prima approssimazione da: $U(r) = V(r) + \frac{r_0^2}{6} \nabla^2 V(r)$ dove r è la posizione del centro della carica ed r_0 è il raggio della distribuzione di carica (con $r_0 \ll r$).

Nell'approssimazione in cui il termine in r_0^2 sia piccolo rispetto all'interazione Coulombiana, si calcolino perturbativamente per un atomo di idrogeno:

- a) Lo shift di Lamb per il livello 1s
 - b) Lo shift di Lamb per il livello 2p.
 - c) Quale dei due livelli dimostra una correzione più importante? Si discuta brevemente il risultato.
- (Suggerimento: $\nabla^2 \left(\frac{1}{r}\right) = -4\pi\delta(r)$)

2) Il Trizio è un isotopo dell'idrogeno dove il nucleo consiste di due neutroni ed un protone, con carica nucleare $Z=1$ soggetto ad un processo di decadimento radiativo che vede gli atomi di Trizio decadere in ioni di He+ con $Z=2$ (2 protoni e un neutrone nel nucleo) attraverso l'emissione di un elettrone di alta energia che sfugge "istantaneamente" al potenziale di attrazione nucleare. Assumiamo che il trizio si trovi al momento del decadimento nello stato elettronico eccitato $\varphi_{tr}(r, t < 0) = A[\psi_{tr,100} + \psi_{tr,200}]$, che il processo di decadimento sia istantaneo e che quindi la funzione d'onda dell'elettrone nello stato elettronico eccitato del trizio non venga perturbata dal processo di decadimento (Suggerimento: si trascurino gli effetti dovuti alla massa nucleare finita):

- a) Si normalizzi la funzione d'onda dello stato $\varphi_{tr}(r, t < 0)$
- b) Si calcoli le probabilità che a seguito del processo di decadimento l'elettrone si trovi nello stato $\psi_{He^+,100}$ dello ione He+ ($Z=2$).
- c) Le probabilità che a seguito del processo di decadimento l'elettrone si trovi nello stato $\psi_{He^+,200}$ dello ione He+
- d) Supponiamo in prima approssimazione che lo stato raggiunto a seguito del decadimento sia una combinazione lineare tra stati dell'atomo con $Z=2$ del tipo: $|\varphi_{He^+}(0^+) \rangle = a|\varphi_{He^+,100} \rangle + b|\varphi_{He^+,200} \rangle$, con $|\varphi_{He^+,nlm} \rangle$ autostati dell'energia dello ione He+ (si trascurino i contributi di n maggiori). Quale sarà la funzione d'onda dello stato al tempo $t=t' > 0$?

Domande:

- 1) Considerando un atomo a due elettroni, cosa si ottiene scambiando le coordinate spaziali di due elettroni in uno stato a spin totale nullo ((Si giustifichi brevemente la risposta data):
 - a) La funzione d'onda cambia segno
 - b) La funzione d'onda resta invariata
 - c) La funzione d'onda ha una forma diversa
- 2) Si dimostri che L^2, S^2, J^2 e J_z formano un set di operatori che commutano.
- 3) Si discutano le correzioni ai livelli energetici nell'atomo di idrogeno dovute alle interazioni di spin orbita.
- 4) Il ground state di un atomo di He è non degenere. Si consideri un atomo di He ipotetico in cui i due elettroni sono sostituiti da due particelle a spin intero e carica negativa -1. Per questo atomo ipotetico qual'è la degenerazione del ground state? (si trascurino le forze dipendenti dallo spin e si giustifichi brevemente la risposta).
- 5) Si descriva l'approx di Born Oppenheimer.

Shell	Quantum numbers			Spectroscopic notation	Wave function $\psi_{nlm}(r, \theta, \phi)$	
	n	l	m			
K	1	0	0	1s	$\frac{1}{\sqrt{\pi}} (Z/a_0)^{3/2} \exp(-Zr/a_0)$	
L	2	0	0	2s	$\frac{1}{2\sqrt{2\pi}} (Z/a_0)^{3/2} (1 - Zr/2a_0) \exp(-Zr/2a_0)$	
			1	0	2p ₀	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi}} (Z/a_0)^{3/2} (Zr/a_0) \exp(-Zr/2a_0) \cos \theta$
			1	± 1	2p _{± 1}	$\mp \frac{1}{8\sqrt{\pi}} (Z/a_0)^{3/2} (Zr/a_0) \exp(-Zr/2a_0) \sin \theta \exp(\pm i\phi)$

Tabella: Funzioni d'onda atomo di idrogeno in coordinate polari.