

Esame di Fisica della materia 25/09/2018

Esercizi:

1) Si consideri un atomo di Idrogeno e si consideri il protone come una sfera di dimensione finita caratterizzata da una densità di carica uniforme di raggio $R = 10^{-13} \text{ cm}$. In queste condizioni il potenziale è dato da:

$$V(r) = -\frac{e^2}{r} \quad \text{per } r > R$$

$$V(r) = \frac{3e^2}{2R^3}(R^2 - r^2/3) \quad \text{per } r < R$$

Si calcolino le correzioni all'energia degli stati calcolati con carica uniforme per:

- $n = 1$, states
- $n = 2$, $l = 0$ states
- Si discutano i risultati ottenuti.

2) Si consideri il ground state dell'atomo di idrogeno.

- Si calcoli il valore di aspettazione dell'energia potenziale in tale stato
- Si calcoli il valore di aspettazione dell'energia cinetica nello stesso.
- Si calcoli il valore della distanza dal nucleo a cui la densità di elettroni ha un massimo.
- Si calcoli il raggio medio dell'atomo.

Domande:

- Si dimostri che $[L^2, L_z] = 0$ partendo dalle definizioni di $L_x = -i\hbar(y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y})$, $L_y = -i\hbar(z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z})$, $L_z = -i\hbar(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x})$
- Per un sistema di due elettroni, si dimostri che gli stati definiti dai prodotti $\alpha(1)\beta(2)$ e $\beta(1)\alpha(2)$ non sono autostati dell'operatore di spin totale S^2 .
- Si descrivano vantaggi e limiti dell'approssimazione di dipolo elettrico.
- Si discuta graficamente la dipendenza radiale delle funzioni d'onda di atomi idrogenoidi sottolineando la differenza tra stati con numero quantico $l=0$ o diverso da zero (per $n=1, 2$ e 3).
- Si discuta (anche graficamente) la densità di carica per i due orbitali leganti ed antileganti della molecola di H_2^+ in funzione della distanza tra i due atomi.

Shell	Quantum numbers			Spectroscopic notation	Wave function $\psi_{nlm}(r, \theta, \phi)$
	n	l	m		
K	1	0	0	1s	$\frac{1}{\sqrt{\pi}} (Z/a_0)^{3/2} \exp(-Zr/a_0)$
L	2	0	0	2s	$\frac{1}{2\sqrt{2\pi}} (Z/a_0)^{3/2} (1 - Zr/2a_0) \exp(-Zr/2a_0)$
		1	0	2p ₀	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi}} (Z/a_0)^{3/2} (Zr/a_0) \exp(-Zr/2a_0) \cos \theta$
			± 1	2p _{± 1}	$\mp \frac{1}{8\sqrt{\pi}} (Z/a_0)^{3/2} (Zr/a_0) \exp(-Zr/2a_0) \sin \theta \exp(\pm i\phi)$

Tabella: Funzioni d'onda atomo di idrogeno in coordinate polari.