

**ANALISI COMPLESSA
SECONDO FOGLIO 2019**

- (1) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_{|z-i|=1} \frac{dz}{1+z^2}, \quad \int_{|z|=1} \frac{\text{Log}(9+z^3)}{z} dz.$$

- (2) Sia $\Omega \subset \mathbb{C}$ un aperto connesso, e sia $f \in H(\Omega)$. Sia $l = \{z = x + iy \mid ax + by + c = 0\}$ una retta del piano, ove $a, b, c \in \mathbb{R}$ e si suppone $a^2 + b^2 > 0$. provare che se $f(\Omega) \subset l$ allora f è costante.
- (3) Sia $f \in H(\mathbb{C})$ tale che esistono $\alpha, M \in \mathbb{R}$, $M > 0$, tali che $|f(z)| \leq M|z|^\alpha$ per ogni z t.c. $|z| \geq 1$. provare che $f \equiv 0$ se $\alpha < 0$ e che f è un polinomio in z di grado $N \leq \alpha$ se $\alpha \geq 0$.
- (4) Sia $f \in H(\mathbb{C})$ non costante. Provare che per ogni $w \in \mathbb{C}$ esiste una successione $\{z_n\} \subset \mathbb{C}$ t.c. $f(z_n) \rightarrow w$ per $n \rightarrow \infty$.
Sugg.: Considerare la funzione $\frac{1}{f(z)-w}$.