UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Dipartimento di scienze economiche, aziendali, matematiche e statistiche "Bruno de Finetti"

Statistica e crimine: il caso di Kristen Gilbert

Francesco Pauli (DEAMS, Università di Trieste)

Sommario

Verrà illustrato l'uso che è stato fatto dell'analisi statistica in un'investigazione criminale: un test d'ipotesi compariva tra gli elementi portati dall'accusa contro un'assassina seriale in Massachussetts nel 1996.

Sommario

I fatti

Tra il 1992 e il 1996 al *Leeds Veterans Affairs Medical Center* in Massachusetts si verifica un certo numero di decessi anomali.

È bene notare che in un ospedale è normale che le persone muoiano, in particolare nell'ospedale in questione sono ricoverate persone anziane e in condizioni di salute anche critiche, tuttavia alcuni elementi fanno propendere per la conclusione che alcune morti non siano naturali:

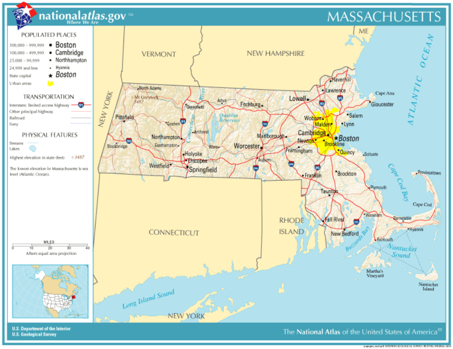
- i pazienti in questione passano da uno stato stabile all'arresto cardiaco senza ragione apparente;
- vi sono state mancanze di epinefrina, farmaco che può essere usato per provocare un attacco cardiaco.

Per questi decessi un gruppo di infermiere accusa, nel 1996, la collega Kristen Gilbert.

L'infermiera Kristen Gilbert

Kristen Gilbert

- nata Kristen Strickland il 13 novembre del 1967 a Fall River, Massachusetts;
- diplomata infermiera nel 1988 (Greenfield Community College);
- dal 1989 (22 anni) lavora, come infermiera, presso il reparto C del *Leeds Veterans Affairs Medical Center* in Massachusetts;



Indizi

A carico di KG vi sono diversi indizi

- è sovente l'ultima operatrice ad avere accesso ai pazienti che decedono;

Indizi

A carico di KG vi sono diversi indizi

- è sovente l'ultima operatrice ad avere accesso ai pazienti che decedono;
- è spesso la prima a rispondere alle emergenze;

agisce in modo calmo ed efficiente, questo fatto è inizialmente considerato indice di professionalità ma le frutta poi il soprannome di angel of death (angelo della morte);

Indizi

A carico di KG vi sono diversi indizi

- è sovente l'ultima operatrice ad avere accesso ai pazienti che decedono;
- è spesso la prima a rispondere alle emergenze;
- testimone sull'epinefrina;

> *un'infermiera in particolare testimonia sul fatto che, almeno in un'occasione, KG era in possesso di epinefrina senza motivo;*

Indizi

A carico di KG vi sono diversi indizi

- è sovente l'ultima operatrice ad avere accesso ai pazienti che decedono;
- è spesso la prima a rispondere alle emergenze;
- testimone sull'epinefrina;
- movente: il collega;

avrebbe un (futile) movente: 'fare colpo' sull'amante (un collega di lavoro, in particolare un addetto alla sicurezza che veniva chiamato durante le emergenze) e sui colleghi;

Indizi

A carico di KG vi sono diversi indizi

- è sovente l'ultima operatrice ad avere accesso ai pazienti che decedono;
- è spesso la prima a rispondere alle emergenze;
- testimone sull'epinefrina;
- movente: il collega;
- un numero sproporzionato di decessi avviene durante il suo turno;

Indizi

A carico di KG vi sono diversi indizi

- è sovente l'ultima operatrice ad avere accesso ai pazienti che decedono;
- è spesso la prima a rispondere alle emergenze;
- testimone sull'epinefrina;
- movente: il collega;
- un numero sproporzionato di decessi avviene durante il suo turno;

I primi due elementi sono impressioni che difficilmente potranno avere un peso.

Testimonianza e movente sono tradizionali indizi che gli investigatori valuteranno con i consueti metodi.

Anche l'ultimo punto, così scritto, è una mera impressione, su esso tuttavia possiamo dire qualcosa di più dal punto di vista statistico.

L'indizio e la statistica

- Si può rendere più precisa – e scientifica – l'affermazione secondo cui un numero sproporzionato di decessi avviene durante il turno di KG?
- È, cioè, un indizio? O può diventare una prova?
- Non c'è un numero 'giusto': che a ogni turno si verifichi un numero diverso di decessi è normale.
- Il numero di decessi per turno è un numero aleatorio.
- Dobbiamo perciò valutare se il numero osservato di decessi nei turni di KG è o meno troppo diverso da quello relativo agli altri turni.
- Troppo diverso: la discrepanza è difficilmente attribuibile al caso.

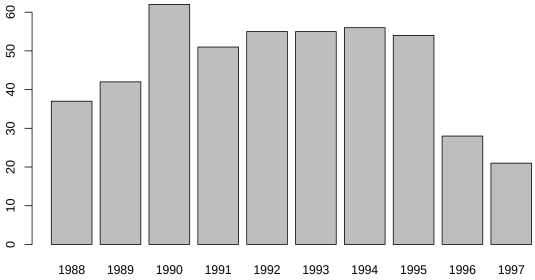
Sommario

Guardiamo i dati: numero di decessi per anno e turno

	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	Tot
Giorno	15	13	22	9	11	9	15	6	10	5	115
Sera	11	12	10	31	27	30	23	38	11	9	202
Notte	11	17	30	11	17	16	18	10	7	7	144
Totale	37	42	62	51	55	55	56	54	28	21	461

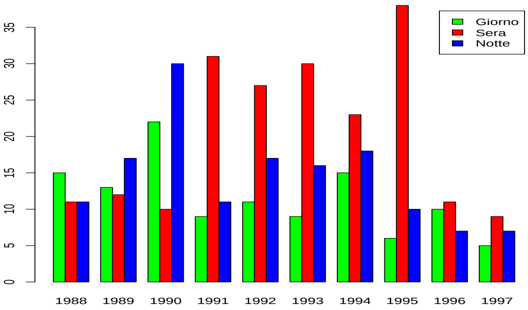
Guardiamo i dati: numero di decessi per anno e turno

	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	Tot
Giorno	15	13	22	9	11	9	15	6	10	5	115
Sera	11	12	10	31	27	30	23	38	11	9	202
Notte	11	17	30	11	17	16	18	10	7	7	144
Totale	37	42	62	51	55	55	56	54	28	21	461

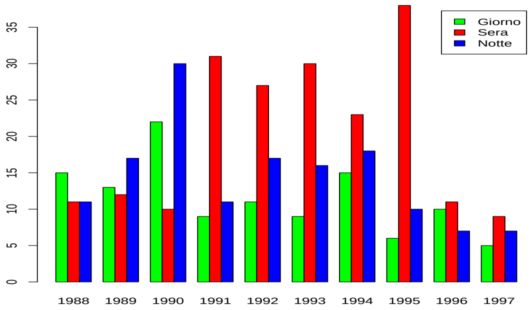


Guardiamo i dati: numero di decessi per anno e turno

	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	Tot
Giorno	15	13	22	9	11	9	15	6	10	5	115
Sera	11	12	10	31	27	30	23	38	11	9	202
Notte	11	17	30	11	17	16	18	10	7	7	144
Totale	37	42	62	51	55	55	56	54	28	21	461

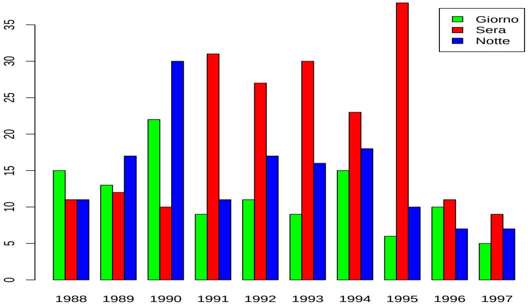


Guardiamo i dati: numero di decessi per anno e turno



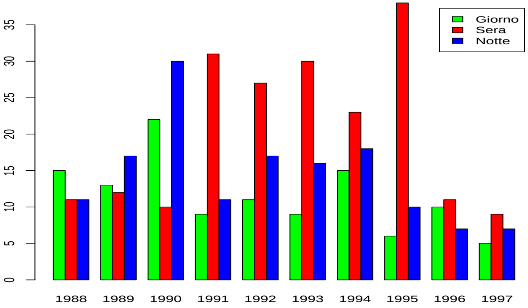
- KG lavora nel turno di notte nel 1990, nel turno serale dal 1991 a inizio 1996 (e le prime accuse sono di inizio 1996).

Guardiamo i dati: numero di decessi per anno e turno



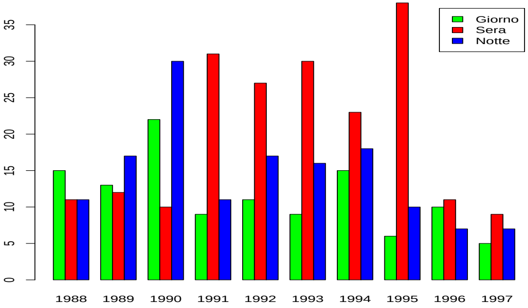
- KG lavora nel turno di notte nel 1990, nel turno serale dal 1991 a inizio 1996 (e le prime accuse sono di inizio 1996).
- Nei turni in cui lavora KG muoiono effettivamente più pazienti.

Guardiamo i dati: numero di decessi per anno e turno



- KG lavora nel turno di notte nel 1990, nel turno serale dal 1991 a inizio 1996 (e le prime accuse sono di inizio 1996).
- Nei turni in cui lavora KG muoiono effettivamente più pazienti.
- Soprattutto, si noti che negli altri periodi non ci sono turni con un numero così sbilanciato di decessi.

Guardiamo i dati: numero di decessi per anno e turno



- KG lavora nel turno di notte nel 1990, nel turno serale dal 1991 a inizio 1996 (e le prime accuse sono di inizio 1996).
- Nei turni in cui lavora KG muoiono effettivamente più pazienti.
- Soprattutto, si noti che negli altri periodi non ci sono turni con un numero così sbilanciato di decessi.
- Questa, comunque, non è ancora un'affermazione precisa.

Guardiamo i dati: decessi e presenza di KG

Consideriamo i turni da settembre 1994 a febbraio 1996 (547 giorni, 1641 turni) per i quali ci sono le seguenti informazioni:

- numero di decessi nel turno;
- infermieri di turno, in particolare, se KG è di turno.

Data	Turno	Decessi	KG è di turno
1 sett 1994	giorno		
1 sett 1994	sera		
1 sett 1994	notte		
2 sett 1994	giorno		
2 sett 1994	sera		
2 sett 1994	notte		
3 sett 1994	giorno		
3 sett 1994	sera		
3 sett 1994	notte		
⋮	⋮	⋮	⋮

Guardiamo i dati: decessi e presenza di KG

Consideriamo i turni da settembre 1994 a febbraio 1996 (547 giorni, 1641 turni) per i quali ci sono le seguenti informazioni:

- numero di decessi nel turno;
- infermieri di turno, in particolare, se KG è di turno.

Data	Turno	Decessi	KG è di turno
1 sett 1994	giorno		
1 sett 1994	sera	uno o più	sì
1 sett 1994	notte		
2 sett 1994	giorno		
2 sett 1994	sera		
2 sett 1994	notte		
3 sett 1994	giorno		
3 sett 1994	sera		
3 sett 1994	notte		
⋮	⋮	⋮	⋮

Guardiamo i dati: decessi e presenza di KG

Consideriamo i turni da settembre 1994 a febbraio 1996 (547 giorni, 1641 turni) per i quali ci sono le seguenti informazioni:

- numero di decessi nel turno;
- infermieri di turno, in particolare, se KG è di turno.

Data	Turno	Decessi	KG è di turno
1 sett 1994	giorno		
1 sett 1994	sera	uno o più	sì
1 sett 1994	notte		
2 sett 1994	giorno	zero	no
2 sett 1994	sera		
2 sett 1994	notte		
3 sett 1994	giorno		
3 sett 1994	sera		
3 sett 1994	notte		
⋮	⋮	⋮	⋮

Guardiamo i dati: decessi e presenza di KG

Consideriamo i turni da settembre 1994 a febbraio 1996 (547 giorni, 1641 turni) per i quali ci sono le seguenti informazioni:

- numero di decessi nel turno;
- infermieri di turno, in particolare, se KG è di turno.

Data	Turno	Decessi	KG è di turno
1 sett 1994	giorno		
1 sett 1994	sera	uno o più	sì
1 sett 1994	notte		
2 sett 1994	giorno	zero	no
2 sett 1994	sera		
2 sett 1994	notte	uno o più	no
3 sett 1994	giorno		
3 sett 1994	sera		
3 sett 1994	notte		
⋮	⋮	⋮	⋮

Guardiamo i dati: decessi e presenza di KG

Consideriamo i turni da settembre 1994 a febbraio 1996 (547 giorni, 1641 turni) per i quali ci sono le seguenti informazioni:

- numero di decessi nel turno;
- infermieri di turno, in particolare, se KG è di turno.

Data	Turno	Decessi	KG è di turno
1 sett 1994	giorno		
1 sett 1994	sera	uno o più	sì
1 sett 1994	notte		
2 sett 1994	giorno	zero	no
2 sett 1994	sera		
2 sett 1994	notte	uno o più	no
3 sett 1994	giorno		
3 sett 1994	sera	zero	sì
3 sett 1994	notte		
⋮	⋮	⋮	⋮

Guardiamo i dati: decessi e presenza di KG

Consideriamo i turni da settembre 1994 a febbraio 1996 (547 giorni, 1641 turni) per i quali ci sono le seguenti informazioni:

- numero di decessi nel turno;
- infermieri di turno, in particolare, se KG è di turno.

		Decessi nel turno		
		1+	0	Tot
KG in servizio	sì	40	217	257
	no	34	1350	1384
	Tot	74	1567	1641

Guardiamo i dati: decessi e presenza di KG

Consideriamo i turni da settembre 1994 a febbraio 1996 (547 giorni, 1641 turni) per i quali ci sono le seguenti informazioni:

- numero di decessi nel turno;
- infermieri di turno, in particolare, se KG è di turno.

		Decessi nel turno		
		1+	0	Tot
KG in servizio	sì	40	217	257
	no	34	1350	1384
	Tot	74	1567	1641

$\rightarrow p_0 = 74/1641 = 0.045$

- In 74 dei 1641 turni presi in considerazione (4.5%) c'è stato almeno un decesso.

Guardiamo i dati: decessi e presenza di KG

Consideriamo i turni da settembre 1994 a febbraio 1996 (547 giorni, 1641 turni) per i quali ci sono le seguenti informazioni:

- numero di decessi nel turno;
- infermieri di turno, in particolare, se KG è di turno.

		Decessi nel turno			
		1+	0	Tot	
KG in	sì	40	217	257	$\rightarrow p_1 = 40/257 = 0.156$
servizio	no	34	1350	1384	
	Tot	74	1567	1641	$\rightarrow p_0 = 74/1641 = 0.045$

- Nei turni in cui è presente KG la percentuale sale al 15%.

Sommario

Verifichiamo l'ipotesi

Abbiamo due ipotesi

Ipotesi nulla: nei turni con KG la probabilità di un decesso è la stessa che negli altri;

Ipotesi alternativa: nei turni con KG la probabilità di un decesso è più alta che negli altri.

In 40 dei 257 turni di KG si è verificato un decesso, se è vera l'ipotesi nulla sono troppi?

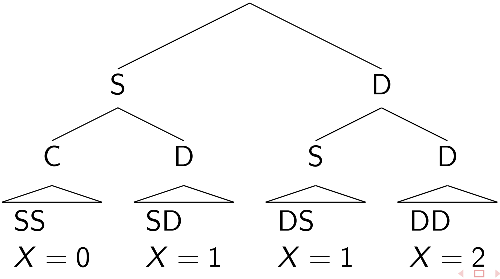
o, in altri termini,

Se è vera l'ipotesi nulla in quanti turni di KG si dovrebbero essere verificati decessi?

Occorre ragionare su come si comporta la variabile aleatoria numero di turni con decessi.

Numero di turni con decessi su due turni

- Consideriamo due turni, ciascuno può avere uno o più decessi (D) o nessuno (S)
- Definiamo $X =$ numero di turni con decesso tra i due turni.
- Ragioniamo ritenendo i turni indipendenti e assumendo che la probabilità di avere almeno un decesso sia p_0, la stessa per tutti.
- X è una v.a. discreta con valori possibili $0, 1, 2$.
- Otteniamo la distribuzione di probabilità di X considerando i possibili esiti



Numero di turni con decessi su due turni

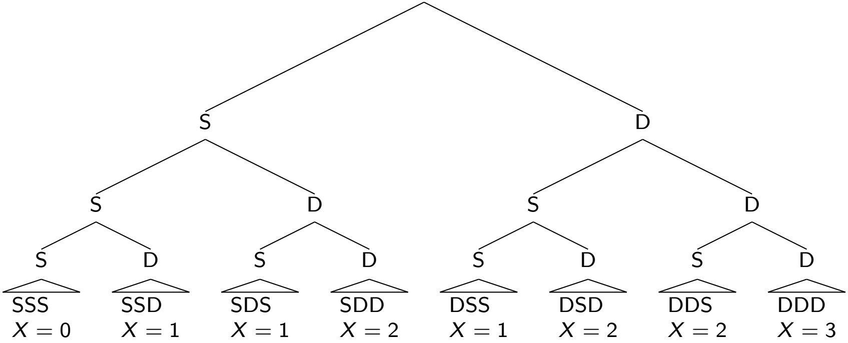
- Consideriamo due turni, ciascuno può avere uno o più decessi (D) o nessuno (S)
- Definiamo $X =$ numero di turni con decesso tra i due turni.
- Ragioniamo ritenendo i turni indipendenti e assumendo che la probabilità di avere almeno un decesso sia p_0, la stessa per tutti.
- X è una v.a. discreta con valori possibili $0, 1, 2$.
- Otteniamo la distribuzione di probabilità di X considerando i possibili esiti

Esiti	Pr	X
SS	$(1-p_0)^2$	0
SD	$p_0(1-p_0)$	1
DS	$p_0(1-p_0)$	1
DD	p_0^2	2

X	Pr
0	$P(SS) = (1-p_0)^2$
1	$P(SD \cup DS) = 2p_0(1-p_0)$
2	$P(DD) = p_0^2$

Numero di turni con decessi su tre turni

- Con tre turni, X ha valori $0, 1, 2, 3$.



Numero di turni con decessi su tre turni

- Con tre turni, X ha valori $0, 1, 2, 3$.

Esiti	Pr	X
SSS	$(1-p_0)^3$	0
SSD	$p_0(1-p_0)^2$	1
SDS	$p_0(1-p_0)^2$	1
DSS	$p_0(1-p_0)^2$	1
SDD	$p_0^2(1-p_0)$	2
DDS	$p_0^2(1-p_0)$	2
DSD	$p_0^2(1-p_0)$	2
DDD	p_0^3	3

X	Pr
0	$(1-p_0)^2$
1	$3p_0(1-p_0)^2$
2	$3p_0^2(1-p_0)$
3	p_0^3

Numero di turni con decesso su n turni

- X ha valori possibili $0, 1, 2, \ldots, n$.
- Gli esiti possibili, del tipo

$$DSDDSDD...DS$$

  sono 2^n.
- Ciascun esito ha probabilità $p_0^{\#D}(1-p_0)^{n-\#D}$
- Per trovare $P(X=x)$ basta contare quanti ce ne sono con x decessi, si trova che sono

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

- Si ha allora

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p_0^x (1-p_0)^{n-x}.$$

Parentesi: il coefficiente binomiale $\binom{n}{x}$

- Con questo simbolo si indica il numero di possibili sottoinsiemi di x elementi da un insieme di n.

Parentesi: il coefficiente binomiale $\binom{n}{x}$

- Con questo simbolo si indica il numero di possibili sottoinsiemi di x elementi da un insieme di n.
- Ad esempio se l'insieme di $n = 5$ elementi è $\{a, b, c, d, e\}$ ha senso chiedersi quanti sono i sottoinsiemi di 0, 1, 2, 3, 4, 5 elementi, li si elenca nel seguito

0	1	2	3	4	5
$\emptyset$	a	ab	abc	$abcd$	$abcde$
	b	ac	abd	$abce$	
	c	ad	abe	$abde$	
	d	ae	acd	$acde$	
	e	bc	ace	$bcde$	
		bd	ade		
		be	bcd		
		cd	bce		
		ce	bde		
		de	cde		
$\binom{5}{0} = 1$	$\binom{5}{1} = 5$	$\binom{5}{2} = 10$	$\binom{5}{3} = 10$	$\binom{5}{4} = 5$	$\binom{5}{5} = 1$

Parentesi: il coefficiente binomiale $\binom{n}{x}$

- Con questo simbolo si indica il numero di possibili sottoinsiemi di x elementi da un insieme di n.
- In generale è

$$\binom{n}{s} = \frac{n!}{s!(n-s)!}$$

dove

$$n! = n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot 3\cdot 2\cdot 1$$

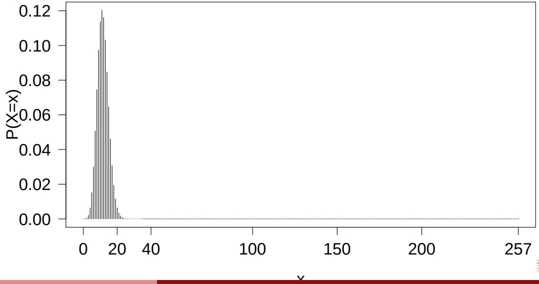
- Alcuni esempi
  - Il numero di coppie che si possono formare in un gruppo di 15 individui è $\binom{15}{2} = 105$.
  - Il numero di cinquine che possono essere estratte al lotto (su 90 numeri) è $\binom{90}{5} = 43\,949\,268$

Numero aleatorio di turni con decessi su 257

- Se i turni sono 257, quanti quelli osservati;
- X ha valori da 0 a 257,
- la probabilità la calcoliamo in base all'ipotesi nulla:
  - la stessa per tutti i 1641 turni considerati;
  - $p_0 = 74/1641 = 0.045$.

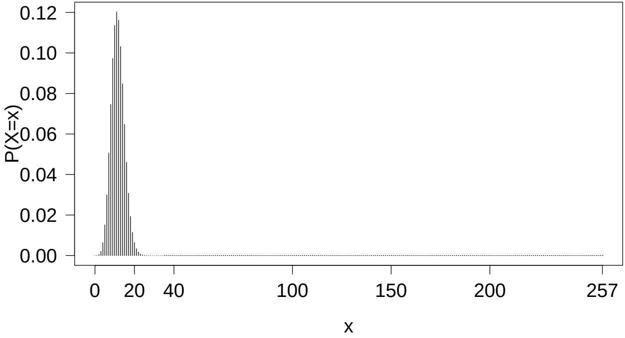
La distribuzione di X è

$$P(X = x) = \binom{257}{x} p_0^x (1 - p_0)^{257-x}.$$



Il valore p

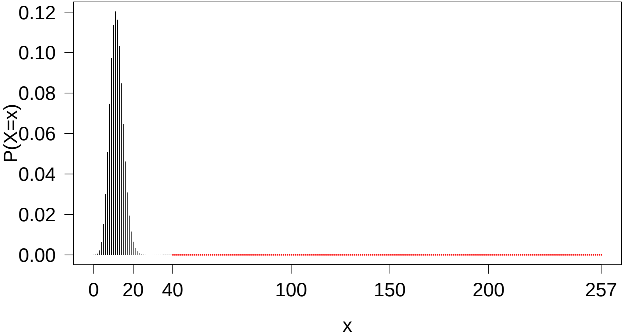
La distribuzione di probabilità del numero X di turni con decessi sui 257 in cui opera KG è, se è vera l'ipotesi nulla, una binomiale,



$$P(X = x) = \binom{257}{x} p_0^x (1 - p_0)^{257-x}.$$

Il valore p

La distribuzione di probabilità del numero X di turni con decessi sui 257 in cui opera KG è, se è vera l'ipotesi nulla, una binomiale,



$$P(X = x) = \binom{257}{x} p_0^x (1 - p_0)^{257-x}.$$

Allora la probabilità di osservare 'per caso' 40 o più decessi è

$$P(X \geq 40) = \sum_{x=40}^{257} \binom{257}{x} p_0^x (1 - p_0)^{257-x} = 2.680078 \times 10^{-12}.$$

Il valore p

- Questa misura dell'attendibilità dell'ipotesi nulla è detta valore p.
- Il valore p è la probabilità di osservare un campione che si discosta dall'ipotesi nulla quanto o più del campione osservato.
- (Confrontiamo quello che si è osservato con quello che ci si aspettava di osservare secondo un dato modello matematico.)
- Più è basso il valore p meno crediamo all'ipotesi nulla, valori inferiori a 0.001 sono già considerati una forte evidenza contraria.

Sommario

Una visione alternativa

Quello visto non è l'unico modo di formalizzare e affrontare la questione, consideriamo queste altre ipotesi

Ipotesi nulla: il fatto che KG sia presente in un turno e il fatto che in quel turno si verifichi un decesso sono fatti indipendenti

Ipotesi alternativa: le due circostanze non sono indipendenti.

- Prima abbiamo confrontato il numero osservato di turni con decessi col numero che ci si sarebbe atteso nell'ipotesi nulla.
- Qui confrontiamo l'intera tabella osservata con quella attesa nell'ipotesi di indipendenza.
- Costruiamo una distanza tra le due, che ci si attende essere bassa se è vera l'ipotesi nulla.

Una visione alternativa: test di indipendenza

L'indipendenza corrisponde al prodotto delle frequenze (probabilità).

Cioè: se c'è indipendenza in una tabella la frequenza relativa della cella è il prodotto delle frequenze marginali.

		Decessi nel turno		
		1+	0	Tot
KG	sì	40	217	257
	no	34	1350	1384
	Tot	74	1567	1641

Una visione alternativa: test di indipendenza

L'indipendenza corrisponde al prodotto delle frequenze (probabilità).

Cioè: se c'è indipendenza in una tabella la frequenza relativa della cella è il prodotto delle frequenze marginali.

		Decessi nel turno		
		1+	0	Tot
KG	sì	40/1641	217/1641	257/1641
	no	34/1641	1350/1641	1384/1641
	Tot	74/1641	1567/1641	1641/1641

Passo alle frequenze relative, cioè divido per il totale.

Una visione alternativa: test di indipendenza

L'indipendenza corrisponde al prodotto delle frequenze (probabilità).

Cioè: se c'è indipendenza in una tabella la frequenza relativa della cella è il prodotto delle frequenze marginali.

		Decessi nel turno		
		1+	0	Tot
KG	sì	0.024	0.132	0.157
	no	0.0207	0.823	0.843
	Tot	0.0451	0.955	1

Passo alle frequenze relative, cioè divido per il totale.

Una visione alternativa: test di indipendenza

L'indipendenza corrisponde al prodotto delle frequenze (probabilità).

Cioè: se c'è indipendenza in una tabella la frequenza relativa della cella è il prodotto delle frequenze marginali.

		Decessi nel turno		
		1+	0	Tot
KG	sì			0.157
	no			0.843
	Tot	0.0451	0.955	1

Calcoliamo la tabella indipendente.

Una visione alternativa: test di indipendenza

L'indipendenza corrisponde al prodotto delle frequenze (probabilità).

Cioè: se c'è indipendenza in una tabella la frequenza relativa della cella è il prodotto delle frequenze marginali.

		Decessi nel turno		
		1+	0	Tot
KG	sì	0.157×0.0451	0.157×0.955	0.157
	no	0.843×0.0451	0.843×0.955	0.843
	Tot	0.0451	0.955	1

Calcoliamo la tabella indipendente.

Una visione alternativa: test di indipendenza

L'indipendenza corrisponde al prodotto delle frequenze (probabilità).

Cioè: se c'è indipendenza in una tabella la frequenza relativa della cella è il prodotto delle frequenze marginali.

		Decessi nel turno		
		1+	0	Tot
KG	sì	0.00706	0.150	0.157
	no	0.03800	0.805	0.843
	Tot	0.0451	0.955	1

Calcoliamo la tabella indipendente.

Una visione alternativa: test di indipendenza

L'indipendenza corrisponde al prodotto delle frequenze (probabilità).

Cioè: se c'è indipendenza in una tabella la frequenza relativa della cella è il prodotto delle frequenze marginali.

		Decessi nel turno		
		1+	0	Tot
KG	sì	0.00706×1641	0.150×1641	0.157×1641
	no	0.03800×1641	0.805×1641	0.843×1641
	Tot	0.0451×1641	0.955×1641	1×1641

Ritorniamo ai valori assoluti, moltiplicando per il totale.

Una visione alternativa: test di indipendenza

L'indipendenza corrisponde al prodotto delle frequenze (probabilità).

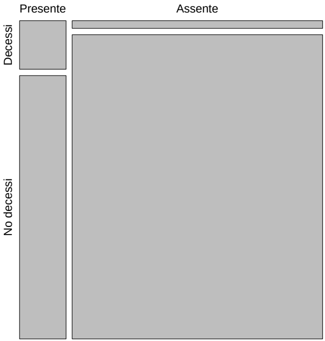
Cioè: se c'è indipendenza in una tabella la frequenza relativa della cella è il prodotto delle frequenze marginali.

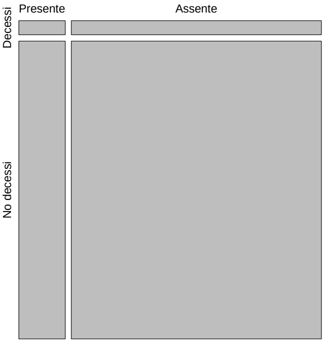
		Decessi nel turno		
		1+	0	Tot
KG	sì	11.59	245.41	257
	no	62.41	1321.59	1384
	Tot	74	1567	1641

Ritorniamo ai valori assoluti, moltiplicando per il totale.

Una visione alternativa: test di indipendenza

È possibile un confronto grafico.





Una visione alternativa: test di indipendenza

Osservata

	1+	0
sì	40	217
no	34	1350

Attesa (indipendenza)

	1+	0
sì	11.59	245.41
no	62.41	1321.59

- Si misura la distanza tra le due con

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \frac{(40-11.59)^2}{11.59} + \frac{(217-245.41)^2}{245.41} + \frac{(34-62.41)^2}{62.41} + \frac{(1350-1321.59)^2}{1321.59} \\ &= 83.46\end{aligned}$$

- Pure da questo otteniamo un valore p: la probabilità di osservare un valore almeno altrettanto elevato della distanza sopra.
- Nel caso specifico il valore p è inferiore a 2.2×10^{-16}.

Sommario

È vera prova?

L'uso nel processo di questo elemento dà luogo a un interessante dibattito tra l'accusa e la difesa, lo ripercorriamo brevemente citando stralci dalla sentenza della corte d'appello che dirime la questione.
(*United States Court of Appeals for the First Circuit,*
United States, Appellant, v. Kristen Gilbert, Defendant, Appellee.)

L'oggetto del dibattito è l'utilizzo di

> *evidence pertaining to the perceptions of the nurses in Ward C that, between the fall of 1995 and February 1996, there was a marked increase in the number of cardiac emergencies and deaths when Gilbert was on duty.*
> (l'indizio relativo alla percezione delle infermiere che nel reparto C, tra l'autunno del 1995 e il febbraio del 1996, si sia verificato un rilevante aumento delle emergenze cardiache e delle morti mentre KG era in servizio)

Di fronte alla corte distrettuale

L'accusa sostiene la rilevanza sulla base del fatto che

> *the evidence of a perceived rise in the number of emergencies in Ward C is straightforward intrinsic evidence tending to prove causation.*
>
> (il percepito aumento del numero di emergenze è un elemento che, direttamente e intrinsecamente, tende a provare la causalità)

Dall'altra parte KG sostiene che esso dev'essere escluso in quanto

> *it lacks a proper foundation, calls for speculative opinions, and is more prejudicial than probative.*
>
> (tale elemento manca di una vera base, porta a opinioni speculative ed è più indiziario che probatorio.)

Di fronte alla corte distrettuale

L'accusa sostiene la rilevanza sulla base del fatto che

> *the evidence of a perceived rise in the number of emergencies in Ward C is straightforward intrinsic evidence tending to prove causation.*
> (il percepito aumento del numero di emergenze è un elemento che, direttamente e intrinsecamente, tende a provare la causalità)

Dall'altra parte KG sostiene che esso dev'essere escluso in quanto

> *it lacks a proper foundation, calls for speculative opinions, and is more prejudicial than probative.*
> (tale elemento manca di una vera base, porta a opinioni speculative ed è più indiziario che probatorio.)

La corte (di primo grado) dà ragione a KG,

> *The district court excluded this evidence under Rule 403 as impressionistic, lacking an objective basis, and thus posing a substantial risk of unfair prejudice.*
> (La corte distrettuale non ammise questo indizio in quanto approssimativo, mancante di una base oggettiva e quindi pregiudizievole.)

la corte ritenne cioè che non si sarebbe dovuta presentare alla giuria la questione del numero di decessi in quanto questa l'avrebbe probabilmente mal interpretata.

Di fronte alla corte d'appello

L'accusa si appella contro questa decisione

> *the government renews its argument that testimony from members of Ward C's staff as to a noticeable increase in the number of codes beginning in the fall of 1995 through mid-February 1996 should be admitted to prove the truth of the matter asserted and, by inference, causation.*
> (l'accusa rinnova la richiesta di includere nel processo le testimonianze in questione in quanto probatorie della veridicità di quanto sostenuto [dall'accusa] e, per inferenza, della causalità)

Di fronte alla corte d'appello

L'accusa si appella contro questa decisione

> *the government renews its argument that testimony from members of Ward C's staff as to a noticeable increase in the number of codes beginning in the fall of 1995 through mid-February 1996 should be admitted to prove the truth of the matter asserted and, by inference, causation.*
> (l'accusa rinnova la richiesta di includere nel processo le testimonianze in questione in quanto probatorie della veridicità di quanto sostenuto [dall'accusa] e, per inferenza, della causalità)

La corte d'appello conferma la decisione della corte distrettuale, asserendo che

> *As direct evidence of causation, this inherently speculative evidence is at best cumulative of the government's toxicological evidence and Gilbert's two admissions to Perrault.*
> (Come prova diretta di rapporto causa-effetto, gli elementi addotti sono speculativi e, al più cumulativi con le prove tossicologiche e le ammissioni di colpa di KG)

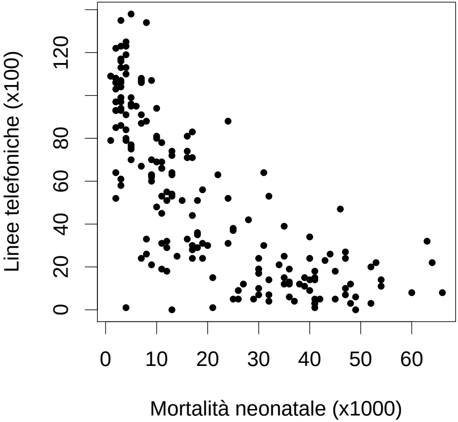
Chi ha ragione dal punto di vista scientifico?

- Dal punto di vista strettamente scientifico la corte ha ragione:
- è vero infatti che i numeri mostrano un'associazione che non è attribuibile al caso tra i turni di KG e i decessi;
- non è vero che questo mostra che la causa dei decessi è KG, cioè l'associazione non è una prova di causalità;
- spiegazioni alternative sono infatti altrettanto compatibili con i dati: ad esempio, banalmente, che un altro operatore che condivide i turni di KG sia il vero responsabile.

La correlazione non prova un rapporto di causa effetto

Per 187 paesi delle nazioni unite si sono rilevati

- il tasso di mortalità neonatale ($\times 1000$ individui);
- la percentuale di linee telefoniche ($\times 100$ individui).
- vi è una correlazione negativa tra le due quantità.

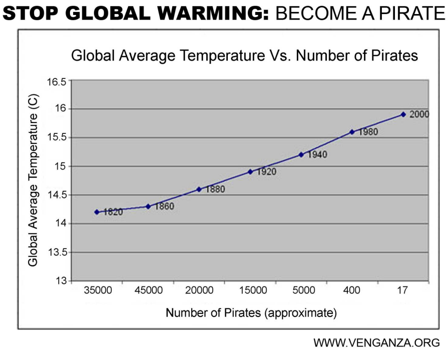


Possiamo ridurre la mortalità infantile distribuendo telefoni?

Un esempio meno serio

Negli ultimi due secoli

- è aumentata la temperatura media del pianeta;
- è diminuito il numero di pirati;
- esiste cioè una correlazione (negativa) statisticamente significativa tra il numero di pirati e la temperatura media globale.



Possiamo mitigare il riscaldamento globale incoraggiando la pirateria?

Sommario

Epilogo

- Quella che secondo l'accusa era una 'prova statistica' viene dunque declassata a semplice indizio.
- In particolare, è significativo che
  - viene usata per giustificare l'incriminazione,
  - ma non nel processo vero e proprio (per stabilire la colpevolezza).
- Anche senza tale elemento, comunque la giuria ritenne KG colpevole di tre omicidi di I grado e uno di II grado oltre a due tentati omicidi;
- l'infermiera fu condannata all'ergastolo senza libertà su parola nel 2001;
- è attualmente detenuta.

Fonti

- Cobb G.W. e Gehlbach *Statistics in the Courtroom: United States v. Kristen Gilbert*, `http://statweb.calpoly.edu/bchance/stat512/hw/CobbGehlbach.pdf`
- Sentenza della corte d'appello Nos. 00-1810, 00-1893, 00-1902 `http://www.ca1.uscourts.gov/cgi-bin/getopn.pl?OPINION=00-1810.01A`
- Braun, W.J. *Statistics in the Courtroom*, Course notes, `www.stats.uwo.ca/faculty/braun/ss1023/notes/courtroom.ppt`
- About.com, `http://crime.about.com/od/serial/p/kristengilbert.htm`
- CBS, `http://www.cbsnews.com/stories/2001/03/26/national/main281605.shtml`
- Forensic Nurse Magazine, `http://www.forensicnursemag.com/webx/391webx1.html`
- Commento al processo scritto dal giudice della corte distrettuale, apparso su Daily Hampshire Gazette, August 22, 2002, `http://www-unix.oit.umass.edu/~leg485/ponsor.htm`
- `http://law.jrank.org/pages/3844/Kristen-Gilbert-Trial-2000-01.html`
- Devlin K. e Lorden G. *The Numbers Behind Numb3rs: Solving Crime With Mathematics*, Penguin 2007 (trad. it. *Il matematico e il detective*, Longanesi 2008)

Esperimento casuale

- Un esperimento casuale è un esperimento il cui risultato non può essere previsto con certezza.

Esperimento casuale

- Un esperimento casuale è un esperimento il cui risultato non può essere previsto con certezza.
- Ad esempio,
  - estraggo una carta da un mazzetto di 10 di cui 5 rosse e 5 nere;
  - gli esiti possibili sono carta Rossa e carta Nera;
  - non c'è modo di prevedere il risultato.

Esperimento casuale

- Un esperimento casuale è un esperimento il cui risultato non può essere previsto con certezza.
- Ad esempio,
  - estraggo una carta da un mazzetto di 10 di cui 5 rosse e 5 nere;
  - gli esiti possibili sono carta Rossa e carta Nera;
  - non c'è modo di prevedere il risultato.
- Il fatto di non poter prevedere con certezza (predire) il risultato non significa che non possiamo dire nulla;

Esperimento casuale

- Un esperimento casuale è un esperimento il cui risultato non può essere previsto con certezza.
- Ad esempio,
  - estraggo una carta da un mazzetto di 10 di cui 5 rosse e 5 nere;
  - gli esiti possibili sono carta Rossa e carta Nera;
  - non c'è modo di prevedere il risultato.
- Il fatto di non poter prevedere con certezza (predire) il risultato non significa che non possiamo dire nulla;
- Consideriamo un altro esempio,
  - per 4 volte, estraggo una carta da un mazzetto di 10 di cui 5 rosse e 5 nere;
  - conto il numero di rosse;
  - gli esiti possibili sono cinque: 0, 1, 2, 3, 4;
  - se dovessi fare una previsione direi 3, non è detto che sia così ma ha senso, perchè?

Esperimento casuale

- L'esperimento è: per 4 volte, estraggo una carta da un mazzetto di 10 di cui 5 rosse e 5 nere;
- l'esito è il numero di rosse;

Esperimento casuale

- L'esperimento è: per 4 volte, estraggo una carta da un mazzetto di 10 di cui 5 rosse e 5 nere;
- l'esito è il numero di rosse;
- Questo è una variabile aleatoria, perchè non lo prevedo con certezza;

Esperimento casuale

- L'esperimento è: per 4 volte, estraggo una carta da un mazzetto di 10 di cui 5 rosse e 5 nere;
- l'esito è il numero di rosse;
- Questo è una variabile aleatoria, perchè non lo prevedo con certezza;
- ed è distribuita secondo una binomiale, non lo prevedo ma conosco le probabilità dei possibili esiti.

Effettuiamo l'esperimento

1. Formare coppie di studenti.
2. Ciascuna coppia di studenti ha un mazzo di 10 carte, metà rosse, metà nere
3. Si ripete per 4 volte l'estrazione di una carta dal mazzo di 10 (quindi la carta estratta viene reimmessa nel mazzo ogni volta, ovviamente può essere estratta più d'una volta).
4. A ogni estrazione si annota se la carta uscita è rossa o nera.
5. Alla fine, si conta il numero di rosse osservato.

Mettiamo insieme i risultati e vediamo cosa è successo.

Distribuzione binomiale

Le frequenze "limite" per il numero R di rosse ottenute effettuando 4 estrazioni (con rimpiazzo) da un mazzo di 10 carte con 5 rosse e 5 nere sono

$$P(R = r) = \binom{4}{r} \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

Distribuzione binomiale

Le frequenze "limite" per il numero R di rosse ottenute effettuando 4 estrazioni (con rimpiazzo) da un mazzo di 10 carte con 5 rosse e 5 nere sono

$$P(R = r) = \binom{4}{r} \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

r	0	1	2	3	4
$P(R = r)$	0.0625	0.2500	0.3750	0.2500	0.0625

Distribuzione binomiale

Le frequenze "limite" per il numero R di rosse ottenute effettuando 4 estrazioni (con rimpiazzo) da un mazzo di 10 carte con 5 rosse e 5 nere sono

$$P(R = r) = \binom{4}{r} \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

Questo è un caso particolare, che si può generalizzare per due aspetti

Distribuzione binomiale

Le frequenze "limite" per il numero R di rosse ottenute effettuando 4 estrazioni (con rimpiazzo) da un mazzo di 10 carte con 5 rosse e 5 nere sono

$$P(R = r) = \binom{4}{r} \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

Questo è un caso particolare, che si può generalizzare per due aspetti

- se effettuo n estrazioni, R può valere un intero da 0 a n e la legge è

$$P(R = r) = \binom{n}{r} \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

Distribuzione binomiale

Le frequenze "limite" per il numero R di rosse ottenute effettuando 4 estrazioni (con rimpiazzo) da un mazzo di 10 carte con 5 rosse e 5 nere sono

$$P(R=r)=\binom{4}{r}\left(\frac{1}{2}\right)^4$$

Questo è un caso particolare, che si può generalizzare per due aspetti

- se effettuo n estrazioni, R può valere un intero da 0 a n e la legge è

$$P(R=r)=\binom{n}{r}\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

- se nel mazzo ci sono M carte, di cui m rosse (e non metà)

$$P(R=r)=\binom{n}{r}\left(\frac{m}{M}\right)^r\left(1-\frac{m}{M}\right)^{n-r}$$

Distribuzione binomiale

Infine, per dare la scrittura più generale possibile, diciamo $p = m/M$ e allora

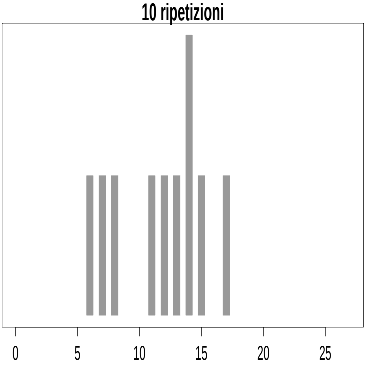
$$P(R = r) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$$

p può essere qualunque numero tra 0 e 1.

Numero aleatorio di turni con decessi

- Ciascun turno è un'estrazione;
- "rosso" è il fatto che si verifichi almeno un decesso;
- la probabilità la calcoliamo in base all'ipotesi nulla:
  - la stessa per tutti i 1641 turni considerati;
  - $p_0 = 74/1641 = 0.045$.

(estraiamo da un mazzo di 1641 carte di cui 74 rosse).



Numero aleatorio di turni con decessi

- Ciascun turno è un'estrazione;
- "rosso" è il fatto che si verifichi almeno un decesso;
- la probabilità la calcoliamo in base all'ipotesi nulla:
  - la stessa per tutti i 1641 turni considerati;
  - $p_0 = 74/1641 = 0.045$.

  (estraiamo da un mazzo di 1641 carte di cui 74 rosse).

La distribuzione "limite" è

$$P(X = x) = \binom{257}{x} p_0^x (1 - p_0)^{257-x}.$$