Regole del corso di Analisi Matematica 1 Ingegneria A.A. 2019-20, docente S. Cuccagna.

Libro consigliato : “ANALISI MATEMATICA :.Dal calcolo all’analisi” Volume 1, Conti, Ferrario, Terracini Verzini, Apogeo ed. Il docente mette a disposizione i suoi appunti sul Moodle

Esame. Ci saranno 7 appelli nel corso dell’anno solare 2019. Gli scorsi anni si sono avuti 3 appelli nella sessione invernale in Genn-Febb, 3 nella sessione estiva in Giugno-Luglio, 1 nella sessione autunnale in Sett.

Obiettivi formativi. Gli studenti devono acquisire le nozioni di base del calcolo differenziale e integrale delle funzioni di una variabile, devono essere in grado di enunciare correttamente le definizioni ed i teoremi principali della materia, devono conoscere le dimostrazioni di questi ultimi. Tutte queste nozioni sono fornite agli studenti durante il corso e si possono ritrovare negli appunti del docente. Infine, gli studenti devono essere in grado di applicare queste nozioni sia risolvendo problemi di teoria che esercizi su specifici esempi.

Regole d’esame. L’esame verte sugli argomenti trattati durante le lezioni e consiste di due prove scritte , la prima di esercizi, la seconda teorica (ma che può contenere esercizi di natura teorica). Di solito nel medesimo appello la prova teorica è svolta due giorni dopo la prova di esercizi. Per essere ammessi alla prova teorica bisogna avere riportato almeno 15/30 nella prova di esercizi. Dopo le due prove scritte ci può essere anche un colloquio, a discrezione del docente o su richiesta dello studente.

La prima prova scritta, che dura 2 ore, consiste di 4 esercizi ad ognuno dei quali è assegnato un punteggio di 8 punti (il voto massimo è di 32 punti, col voto 31-32 corrispondente al 30 e lode). La prova scritta teorica (che dura 1 ora) richiede sia di sapere enunciati e dimostrazioni fatti in classe, che la capacità di applicare le nozioni apprese svolgendo semplici esercizi teorici. Il voto finale è basato su quello della prova di esercizi che viene confermato se prova teorica ed il colloquio confermano le indicazioni sulla comprensione della materia dello studente emerse dalla prova di esercizi o viene modificato in presenza di nuove indicazioni.

In appelli con pochi studenti non c’è la prova scritta teorica e si fa invece un colloquio orale.

Chi ad un appello (ad esempio primo appello della sessione invernale) ha riportato un voto maggiore o uguale a 15 nella prima prova scritta (prova di esercizi) e non si sente pronto per la prova teorica, può conservare il voto della prova di esercizi e presentarsi alla prova teorica in un altro appello, sempre però nella stessa sessione di esami .

Le iscrizioni agli esami devono avvenire tramite il sito esse3.

Per vecchi esami (parte esercizi) si rimanda ai siti http://www.dmi.units.it/~omari/Didattica.html e http://www.dmi.units.it/~cuccagna/didattica e su Moodle per gli esami dell’a.a. 2018-19.

Materiale coperto nel corso di Analisi Matematica 1 Ingegneria A.A. 2018-19, docente S. Cuccagna.

Lunedì 17 settembre, 2 ore Numeri naturali. Principio di induzione. Teorema sulle dimostrazioni per induzione. Esempi di dimostrazione per induzione: dimostrazione della disuguaglianza di Bernoulli . Sommatorie e loro proprietà (senza dim.). Dimostrazione per induzione della formula per somme geometriche di ragione r e della formula per somme aritmetiche.

Mercoledì 19 Settembre 2 ore. Fattoriali e coefficienti binomiali. Enunciato della formula di Newton per i binomi. Dimostrazione di un lemma preliminare alla formula di Newton per i binomi. Triangolo di Tartaglia. Dimostrazione della formula di Newton per i binomi. Insieme dei numeri complessi C . Somma e prodotto in C. R come sottoinsieme di C , numero i=(0,1) e verifica che i^2=-1.

Giovedì 20 Settembre 2 ore. Complesso coniugato di z. Valore assoluto |z|. Esistenza di 1/z se z≠0 (con dim.). Svolgimento di vari esercizi sui numeri complessi.

Venerdì 21 Settembre 2 ore Polinomi e loro radici. Divisione tra polinomi. Teorema fondamentale dell'algebra, versione 1, sull'esistenza di una radice in C per ogni polinomio di grado ≥ 1 . Teorema fondamentale dell'algebra, versione 2, sulla fattorizzazione in polinomi di grado 1. Molteplicità delle radici di un polinomio. Dimostrazione che la versione 1 e la versione 2 sono equivalenti. Esercizio 1.12 dagli appunti risolto in due modi: come conseguenza dell'esercizio 1.7; mediante induzione rispetto ad n. Risoluzione dell'esercizio 2 dell'esame del 10 settembre 2018.

Lunedì 24 Settembre 2 ore . Svolgimento dell ' esercizio 2 dall'esame del 4 luglio 2016. Formule di De Moivre (solo l'enunciato senza la dimostrazione) . Dimostrazione del teorema sulle radici n esime dell'unità. Esempio z^2 =1 e z^4 =1. Radici n-esime di un numero complesso qualsiasi: esempio con le radici ottave di 1+i. Vari esercizi con risoluzioni di equazioni usando la formula di De Moivre.

Mercoledì 26 Settembre 2 ore. Un esercizio sulla formula di De Moivre Dimostrazione che $\sqrt{2}$ non esiste in Q. Un esercizio d'esame sui numeri complessi. Classi separate. Elementi di separazione. Assioma di separazione in R. Retta reale estesa. Definizione di estremo superiore.

Giovedì 27 settembre 2 ore Teorema sull'esistenza dell'estremo superiore di qualsiasi sottoinsieme di R (con dim.). Definizione di massimo di un insieme. Teorema sull'estremo inferiore (solo enunciato), definizione di minimo. Definizione di sottoinsieme limitato (superiormente , inferiormente) di R. supN=infinito (con dim.). Principio di Archimede (con dim.). Densità di Q in R (con dim.).

Venerdì 28 Settembre 2 ore. Vari esempi di funzione: funzione di Heaviside, funzione segno, funzione di Dirichlet, funzione parte intera. Prodotto cartesiano di una coppia ordinata di insiemi. Grafico di una funzione . Esercizi tra cui: dimostrazione che se X è un sottoinsieme di Y allora supX è minore o uguale di sup Y e inf Y è minore o uguale di inf X.

Lunedì 1 Ottobre 2 ore Immagine, contro immagine. Funzioni iniettive, suriettive e biettive. Funzioni inverse di funzioni biettive. Relazione tra grafico di una funzione biettiva e della sua inversa. Esempi: arcoseno ed arcotangente. Funzioni pari, dispari, crescenti, strettamente crescenti, decrescenti, strettamente decrescenti. Un esercizio: dimostrazione che ogni sottoinsieme non vuoto di R con un numero finito di elementi ha massimo.

Mercoledì 3 Ottobre 2 ore Definizione della funzione valore assoluto |x| e proprietà. In particolare, dimostrazione della disuguaglianza triangolare. Distanza tra due punti della retta. Successioni. Definizione di limite di una successione (nel caso di limite finito). Vari esempi. Definizione di $\lim_{x \to +\infty} f(x) = L$ per L numero reale e per una funzione a valori reali definita su un sottoinsieme X di R con supX=$+\infty$. Un esempio.

Giovedì 4 Ottobre 2 ore Esempio: $\lim_{n \to +\infty} \sin(x)$ non esiste. Teorema dell'unicità del limite (con dim solo nel caso di limiti reali). Definizione di $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. Per b>1 verifica di $\lim_{n \to +\infty} b\text{^}\{n\}$ = $+\infty$. Regole (solo enunciato, senza dimostrazioni) della somma , del prodotto e del quoziente per limiti per $x \to +\infty$. Limite per $x \to +\infty$ di un polinomio.

Venerdì 5 Ottobre 2 ore Limite per $x \to +\infty$ di una funzione razionale. Razionalizzazioni. Verifica che ogni sottoinsieme di N ha minimo. Teorema del confronto (solo enunciato). Teorema dei Carabinieri (con dim.) Per b>0 il limite di b^{1/n} è 1; per b>1 il limite di b^{n} è + infinito; per b>1 il limite di b^{n}/n e di b^{n}/n^2 è + infinito .

Lunedì 8 ottobre 2 ore. Dimostrazione che $\lim_{x \to +\infty} f(x) = sup f(X)$ per funzione crescenti. Verifica per b>1 il limite di b^{x} per $x \to +\infty$ è + infinito. Definizione del numero di Neper. Definizione di . Dimostrazione che $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ per una funzione definita in un insieme X con inf X =$-\infty$. Definizione di punti di accumulazione di un insieme: caso di intervalli, di Q, e di un insieme con un numero finito di elementi.

Mercoledì 10 Ottobre 2 ore Definizione di $\lim_{x \to y} f\,(x) = L$ per L in R per y un punto di accumulazione del dominio di f . Qualche esempio. Definizione di funzione continua. Verifica della continuità di sin (x) e di cos (x) in 0.

Giovedì 11 Ottobre 2 ore Verifica della continuità di sin (x) e di cos (x) in tutto R. Verifica di $\lim_{x \to 0} sin(x)/x$=1 . Definizione di limite destro e limite sinistro. Caratterizzazione del limite in termini di limiti destro e sinistro. Verifica, per esercizio ed usando la definizione di continuità (e non la regola del prodotto per i limiti), che x^2 è una funzione continua in R.

Venerdì 12 Ottobre 2 ore Teorema sui limite destro e sinistro per funzioni monotone(solo enunciato). Un esempio: la funzione parte intera. Verifica che b^x è continua. Verifica che x_0 è un punto di accumulazione di X se e solo se è di accumulazione per almeno uno tra gli insiemi { x in X t.c. x<x_0} e { x in X t.c. x>x_0}. Verifica che se esiste una successione strettamente monotono in X con limite un numero reale x_0, allora x_0 è un punto di accumulazione di X.

Lunedì 15 Ottobre 2 ore Successioni di intervalli dimezzati e teorema su tali successioni (con dim). Sottosuccessioni di una successione. Chiusura di un sottoinsieme di R, sottoinsiemi chiusi di R. Sottoinsiemi limitati di R. Teorema di Bolzano Weierstrass per successioni in [a,b] (con dimostrazione). Punti di massimo e punti di minimo di una funzione a valori reali. Enunciato del teorema di Weierstrass per f:[a,b] →R continue; cenni al caso f:X→R con X compatto.

Martedì 16 Ottobre 2 ore Dimostrazione del teorema di Weierstrass per f:[a,b] →R continue. Vari esempi. Verifica che se f continua definita in R ed a valori in R ha limite $\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$ allora f ha punti di massimo in R. Dimostrazione che se { n_k} è una successione strettamente crescente di numeri naturali, allora n_k $\geq k$ per ogni k. Dimostrare che se {x_n} è una successione con limite L, allora ogni sua sottosuccessione ha limite L.

Mercoledì 17 Ottobre 2 ore Punti isolati. Teorema della costanza del segno (con dim.). Teorema degli zeri (con dim.). Teorema dei valori intermedi. Esempio dell'esistenza di uno zero reale per polinomi a coefficienti reali di grado dispari. Verifica che una funzione della forma f(x)=x^{100}- x^{96}+x^{33}+1 non è come funzione di R in sé ne' suriettiva ne' iniettiva.

Giovedì 18 Ottobre 2 ore Teorema sulla continuità delle funzioni inverse di funzioni strettamente monotone definite su intervalli (senza dim.). Esempio: continuità delle funzioni x ^{1/n} . Definizione delle funzioni esponenziali e relative proprietà (senza le dimostrazioni). Definizione e continuità delle funzioni logaritmo. Continuità della composizione di due funzioni continue (senza dim.). Esempio: continuità di x^a. $\lim_{y\to 0} \log(1+y)/y = 1(con\ dim)$, $\lim_{x\to 0}(e^x - 1)/x = 1$ (con dim), $\lim_{x\to 0}[(x+1)^a - 1]/x = a$ (dim. non richiesta) . Rapporti incrementali e significato geometrico. Retta tra due punti. Definizione di derivata.

Venerdì 19 ottobre 2 ore Funzioni C^1. Definizione di retta tangente. Dim . di (c) '=0, $(x^a)' = a\ \ x^{a-1}$ (regola della potenza). $(e^x)' = e^x$ con dim, (sin x)' = cos x (con dim.) e (cos x)'=-sinx (senza dim)). (log x)'=1/x. Differenziabilità implica continuità (con dim.) Regole della somma, del prodotto (con dim.) e del quoziente (solo enunciata). Dimostrazione di (f/g)' = (f'g-fg')/g^2 assumendo (1/g)' =-g'/g^2 . Calcolo di (tan x)'. . Verifica che se f continua definita in R ed a valori in R ha limite $\lim_{x\to\infty} f(x) = +\infty$ allora f ha punti di minimo in R.

Lunedì 22 Ottobre 2 ore Regola della catena (con dim). Esempio: calcolo di (a^x) '. Teorema della derivata della funzione (con dim.). Esempio: derivata di arcsin(x) e di arctan(x). Funzioni iperboliche sh(x), ch(x) e th(x). Verifica di ch^2(x)-sh^2(x)=1. Verifica che (sh(x))'=ch(x). Verifica che sh(x) è dispari. Verifica che ch(x) ≥ 1 per ogni x.

Mercoledì 24 ottobre Derivata destra e derivata sinistra. Derivate di |x|. Definizione di punti di massimo e di minimo relativo. Definizione di punti critici. Teorema di Fermat (con dim.). Due esempi. Dimostrazione di 1+x $\leq e^x$ su R.

Giovedì 25 Ottobre Lezione cancellata

Venerdì 26 ottobre 2 ore Teorema di Rolle (con dim.). Teorema di Lagrange (con dim). Prima regola dell'Hopital (con dim.). Un esempio. Dimostrazione che f'(x_0) esiste se e solo se esistono f'_d(x_0) e f'_s(x_0) e se sono uguali. Verifica che $\lim_{x\to+\infty} x\ e\ \hat{}\{-x\} = 0$.

Lunedì 29 , lezione cancellata: al posto della lezione si svolgerà il tutorato.

Mercoledì 31 e Venerdì 2 novembre, lezioni cancellate

Lunedì 5 novembre 2 ore Teorema di Cauchy (con dim). Seconda regola dell'Hopital (con dim.). Esempi. Terza regola dell'Hopital (senza dim.). Gerarchie all'infinito.

Martedì 6 novembre 2 ore di Analisi Matematica 1 nella fascia 14-16 (al posto della lezione di geometria) Derivate di ordine superiore. Calcolo delle derivate di x^a (con dim.). Lemma sull'unico polinomio di grado minore o uguale ad n le cui derivate nello 0 sono date da n+1 numeri preassegnati.

Mercoledì 7 novembre 2 ore . Calcolo delle derivate (1+x)^a (senza dim.), sin (x) (con dim.), e^x (con dim.) di cos(x) (senza dim.) di log(1+x) (con dim.). Funzione C^n. Regolarità di una funzione ottenuta "attaccando" due funzioni C^n. Risposta alla domanda 1 dell'esercizio 1 dell'esame del 8 giugno 2015.

Giovedì 8 novembre 2 ore Completamento della soluzione dell'esercizio 1 dell'esame del 8 giugno 2015. Definizione di polinomio di Taylor e di polinomio di McLaurin. Derivazione dei polinomi di McLaurin di e^x e sin(x).

Venerdì 9 novembre 2 ore Formula di Lagrange per il resto (solo enunciato). Applicazione della formula di Lagrange: approssimazione di e con un numero razionale con errore inferiore a 10^{-3}. Definizione di o piccolo, in particolare o(1) ed o(g(x)): vari esempi.

Lunedì 12 novembre 2 ore Polinomi di McLaurin di log(1+x) , di log (1+x) e di cos(x) (per questi ultimi, presentata la formula senza dimostrazione). Enunciato della formula di Peano per il resto (senza dim.) . Lemma sul fatto che se p(x) è un polinomio di grado minore o uguale di n con p(x)= o((x-x_0)^n) allora p(x) è il polinomio nullo (solo enunciato).Dimostrazione che se f(x)=p(x) + o((x-x_0)^n) con p(x) è un polinomio di grado minore o uguale di n, allora p è il polinomio di Taylor di ordine n di f in x_0. Utilizzo della formula di Peano per il calcolo di vari polinomi di Taylor, ad esempio per 1/(1-x) , 1/(1+x) , 1/(1+x^2),
x^2 sin (x^3).

Mercoledì 14 novembre. Lezione cancellata.

Giovedì 15 novembre 2 ore Definizione di funzione convessa. Caratterizzazione in termini della crescenza in x di $\frac{f(x)-f(y)}{x-y}$ per ogni fissato y (con dim.). Caratterizzazione delle funzioni convesse in termini della loro derivata prima (con dim.). Corollario di caratterizzazione delle funzioni convesse in termini della loro derivata seconda (con dim.).

Venerdì 16 novembre 2 ore Funzioni concave. Flessi. Un esempio. Un esercizio sui polinomi di McLaurin. Un esercizio sugli o piccoli. Inizio dello svolgimento di un esercizio sui limiti dell'esame del 13 gennaio 2014.

Lunedì 19 novembre 2 ore Completamento dell'esercizio sui limiti dell'esame del 13 gennaio 2014. 2 Decomposizioni Δ di intervalli e loro calibro | Δ |. Raffinamenti di decomposizioni Somme S(Δ) e s(Δ) associate ad una data funzione f. Calcolo di S(Δ) e s(Δ) per funzioni costanti e per la funzione di Dirichlet.

Martedì 20 novembre lezione di Analisi Matematica I dalle 16 alle 18 al posto del tutorato di analisi matematica . Calcolo di S(Δ) e s(Δ) per funzioni crescenti. Lemma sul fatto che s(Δ) ≤s(Δ') ≤S(Δ') ≤S(Δ) se Δ ' è un raffinamento di Δ (dimostrazione parziale). Lemma sul fatto che date due decomposizione esiste una decomposizione che è un raffinamento di entrambe (solo enunciato). s(Δ') ≤S(Δ) per ogni coppia Δ ', Δ (con dim.). Definizione di integrale superiore e di integrale inferiore. Calcolo dell'integrale superiore ed inferiore per funzioni costanti e per la funzione di Dirichlet. Definizione di integrale di Darboux. Theorema con una condizione necessaria e sufficiente perché una funzione sia integrabile secondo Darboux (con dim.).

Mercoledì 21 novembre. Integrabilità per Darboux delle funzioni contine (senza dimostrazione). Integrabilità per Darboux delle funzioni C^1(con dimostrazione). Integrale di Riemann e sua equivalenza con l'integrale di Darboux (senza dim.) . Linearità dell'integrale (senza dim.). Monotonia dell'integrale (solo enunciata). Media di una funzione. Teorema della media (con dim.). Integrabilità dei prodotti (senza dim.).

Giovedì 22 novembre 2 ore Teor. sull'integrabilità di |f(x)| se f(x) è integrabile (senza dim.) e disuguaglianza triangolare (con dim.). Funzioni localmente integrabili. Funzione integrale. Continuità della funzione integrale (con dim.). Teorema fondamentale del calcolo (con dim.).

Venerdì 23 novembre 2 ore Primitive e funzioni primitivabili. Le funzioni continue sono primitivabili. La funzione sign(x) non è primitivabile (con dim.). Teorema di valutazione (con dim). Tabelle di primitive.

Lunedì 26 Novembre 2 ore Calcolo di varie derivate utilizzando il teorema fondamentale del calcolo. Calcolo dei polinomi di McLaurin di arctan(x). Integrali indefiniti. Formula dell'integrazione per parti (senza dim.). Primitive di log (x), arctan(x), di xe^x, di xsin(x) e di e^xsin(x).

Mercoledì 28 Novembre 2 ore Svolgimento dell'esercizio 1 dell'esame del 9/7/2018 e dell'esercizio 4 dell'esame del 16/6/2016

Giovedì 29 novembre 2 ore Formula del cambio di variabile per integrali definiti (con dim.). Vari esempi: integrali di funzioni cos ^m(x) sin ^n(x), 1/(ax^2+bx+c) quando b^2-4ac<0, $\int \sqrt{1-x^2}$, $\int \sqrt{x^2-1}$

Venerdì 30 novembre 2 ore Formula del cambio di variabile per integrali definiti (senza dim.). Esempio: calcolo della lunghezza di una arco di parabola. Funzione inverse di sinh(x) (per x che varia in R) e di cosh(x) (per x che varia in [0,infinito)). Qualche esempio di decomposizione di Hermite di funzioni razionali.

Lunedì 3 dicembre 2 ore Teorema sulla espansione di Hermite per funzioni razionali : enunciato (senza dim.) nel caso R(x)= $\frac{P(x)}{Q(x)}$ con grado P< grado Q . Esempio. Definizione di integrale improprio di una funzione f(x) in un intervallo [a,b) . N+ $\frac{M}{4}$

Mercoledì 5 dicembre 2 ore . Espansione di Hermite per funzioni razionali nel caso R(x)= $\frac{P(x)}{Q(x)}$ con grado Pmaggiore o uguale al grado Q .]. Integrabilità di funzioni x^{-p} in (0,1] e in [1, infinito) ed in (0, 1] : enunciato e dimostrazione . Aut-Aut (con dim.). Teorema del confronto (con dim.) . Integrabilità di funzioni x^{-p} in (0,1] e in [1, infinito) ed in (0, 1] : enunciato e dimostrazione . Aut-Aut (con dim.). Teorema del confronto (con dim.) .

Giovedì 6 dicembre la lezione si svolgerà dalle 11 alle 13. Teorema del confronto asintotico (senza dim.). Alcuni esempi. Definizione di funzione assolutamente integrabile. Esempi. Teorema che assoluta integrabilità implica integrabilità (solo enunciato) .

Venerdì 7 dicembre Verifica che sin(x)/x è integrabile in [1,+\infty) ma che non è assolutamente integrabile. Svolgimento dell'esercizio 4 dall'esame del 4/4/2018.

Lunedì 10 dicembre 2 ore La lezione si svolgerà in aula Ciamician Edificio B anziché in Aula Magna Edificio H3 . Svolgimento dell'esercizio 2 esame del 5/9/16. Calcolo dei limiti nell'esercizio 3 dell'esame del 9/7/2018

Mercoledì 12 2 ore Prime due domande esercizio 3 del 9/9/2018. Esercizio 4 del 4/6/2018.

Giovedì 13 dicembre 2 ore Esercizio 1 esame 4/6/2018. Esercizio 4 esame 22/1/2018.

I ricevimenti nella fascia 11-13 di venerdì 14 e venerdì 21 dicembre sono cancellati.

Venerdì 14 dicembre Esercizio 3 del 18/6/2018.

Mercoledì 19 dicembre: incontro cancellato