

---

# Testi del Syllabus

---

Resp. Did. **CUCCAGNA SCIPIO** **Matricola: 015277**

---

Docente **CUCCAGNA SCIPIO, 6 CFU**

---

Anno offerta: **2019/2020**

Insegnamento: **525SM - TOPICS IN ADVANCED ANALYSIS 2**

Corso di studio: **SM34 - MATEMATICA**

Anno regolamento: **2018**

CFU: **6**

Settore: **MAT/05**

Tipo Attività: **C - Affine/Integrativa**

Anno corso: **2**

Periodo: **Primo Semestre**

Sede: **TRIESTE**

---



## Testi in italiano

**Lingua insegnamento** English

**Contenuti (Dipl.Sup.)** Il corso tratta argomenti avanzati nel campo delle equazioni di evoluzione alle derivate parziali. Dopo una prima parte introduttiva su varie nozioni di analisi armonica, il corso introduce varie equazioni di evoluzione, quali Navier Stokes e Schroedinger non lineare, e si occupa del problema di esistenza con dato iniziale prefissato. Più specificamente, verranno trattati i seguenti argomenti.

Preliminari. Teorema di interpolazione di Riesz ed applicazioni. Funzione massimale di Hardy e Littlewood. Interpolazione di Marcinkiewicz. Teorema di Hardy Sobolev Littlewood. Teorema di immersione di Sobolev (caso spazi di Sobolev omogenei in spazi euclidei). Disuguaglianza di Gagliardo Nirenberg. Integrazione di Bochner (cenni). Equazione lineare del calore. Definizione di soluzioni deboli, loro esistenza ed unicità, identità dell'energia. Equazione di Navier Stokes incompressibile. Definizione di soluzioni deboli. Teorema di Leray sull'esistenza globale di soluzioni deboli in dimensioni 2 e 3. Buona positura in spazi di Sobolev. Teorema di Leray sull'unicità delle soluzioni deboli, la loro stabilità e la verifica dell'identità dell'energia in dimensione 2.

Nella seconda parte del corso verranno trattate equazioni di Schroedinger semilineari. Disuguaglianze di Strichartz (versione di Keel-Tao). Buona positura locale in  $H^1$ . Esempi con buona positura globale. Teorema di Tsutsumi sulla buona positura in  $L^2$ .

**Testi di riferimento** Along with some instructor's notes, we will use the following bibliography  
1) Bahouri, Chemin, Danchin: Fourier analysis and nonlinear partial differential equations. Springer  
2) Cazenave: Semilinear Schroedinger Equations. Amer. Mat. Soc.  
3) Cazenave, Haraux: An introduction to semilinear evolution equations. Oxford Univ.Press.  
4) Chemin, Desjardins, Gallagher, Grenier: Mathematical Geophysics. Oxford Univ.Press.  
5) Linares, Ponce: Introduction to nonlinear dispersive equations. Springer

6) Stein: Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions. Princeton University Press.

7) Stein: analysis: real-variable methods, orthogonality, and oscillatory integrals. Princeton University Press.

## Obiettivi formativi

D1. Conoscenza e capacità di comprensione: conoscere alcuni esempi fondamentali di equazioni di evoluzione non lineari alle derivate parziali ed in particolare la nozione di soluzione debole.

D2. Capacità di applicare conoscenza e comprensione: applicare tecniche astratte di analisi funzionale ed armonica su questi esempi di equazioni

D3. Autonomia di giudizio: disporre di una solida base per affrontare fattispecie di equazioni molto generali.

D4. Abilità comunicative: essere in grado di esprimersi in modo appropriato sui temi delle equazioni non lineari di evoluzione, con proprietà di linguaggio e sicurezza di esposizione.

D5. Capacità di apprendimento: essere in grado di consultare articoli di ricerca e di individuare in essi i passaggi richiesti per la comprensione di risultati di ricerca avanzata

## Prerequisiti

Analisi Funzionale ed in particolare Spazi di Sobolev e, in generale, gli argomenti del corso di ADVANCED ANALYSIS Moduli A e B.

## Metodi didattici

L'attività didattica consiste di lezioni alla lavagna nelle quali il docente espone tutti i dettagli del programma, risponde alle domande degli studenti e cerca di coinvolgerli. Agli studenti vengono forniti anticipatamente gli appunti del docente.

## Altre informazioni

The lecture notes and other information will be available through Moodle

## Modalità di verifica dell'apprendimento

La verifica dell'apprendimento avviene tramite un esame orale nel quale lo studente fa un seminario di 30 minuti circa su un tema concordato col docente nel corso del quale dimostra se e in quale grado riesce ad applicare in specifici e concreti contesti analoghi a quelli trattati durante il corso le idee principali presentate dal docente. Il docente potrà chiedere qualche domanda sul programma del corso

## Programma esteso

.



## Testi in inglese

English

The course considers advanced topics in partial differential equations. After an introductory part focused on harmonic analysis, the course introduces various equations, such as Navier Stokes and nonlinear Schroedinger, and looks at the initial value problem.

Preliminaries. Riesz 's Interpolation Theorem and some applications. Maximal function . Marcinkiewicz Interpolation Theorem. Theorem by Hardy Sobolev Littlewood. Sobolev's Embedding for homogenous spaces in  $\mathbb{R}^n$ ). Inequality of Gagliardo Nirenberg. Bochner Integral. Stokes

Equation . Weak solutions, uniqueness, energy identity. Incompressible Navier Stokes Equations. Weak solutions. Leray 's Theorem on global existence of weak solutions in dimensions 2 and 3. Well posedness in Sobolev spaces. Leray 's Theorem of the uniqueness, well posedness in 2D.

In the 2nd part of the course we will consider semilinear Schroedinger Equations. Keel-Tao's proof of Strichartz estimates. Local well posedness in  $H^1$ . Examples of global well posedness. Tsutsumi's of global well posedness in  $L^2$ .

Along with some instructor's notes, we will use the following bibliography

- 1) Bahouri, Chemin, Danchin: Fourier analysis and nonlinear partial differential equations. Springer
- 2) Cazenave: Semilinear Schroedinger Equations. Amer. Mat. Soc.
- 3) Cazenave, Haraux: An introduction to semilinear evolution equations. Oxford Univ.Press.
- 4) Chemin, Desjardins, Gallagher, Grenier: Mathematical Geophysics. Oxford Univ.Press.
- 5) Linares, Ponce: Introduction to nonlinear dispersive equations. Springer
- 6) Stein: Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions. Princeton University Press.
- 7) Stein: analysis: real-variable methods, orthogonality, and oscillatory integrals. Princeton University Press.

The purpose of the course is to introduce the students to the topic of (mainly nonlinear) partial differential equations showing on few paradigmatic examples how they can be treated thinking of them as ordinary differential equations in an infinite dimensional setting, using tools of functional analysis and of harmonic analysis. The course is very advanced, and should be taken only by students with a strong background in functional analysis.

Functional analysis, specifically Sobolev spaces and, broadly speaking, the topics of the 1st year courses ADVANCED ANALYSIS parts A e B.

The course consists of lectures during which the Instructor discusses all the details of the topics covered, answers student's questions and tries to get them involved. The students will receive before the lectures the lecture notes of the Instructor.

The lecture notes and other information will be available through Moodle

The exam consists of a student seminar of about 30 minutes on a topic arranged with the Instructor, during which the student will show whether or not is able to apply the main ideas presented during the lectures by the Instructor in specific and analogous contexts. The Instructor might ask some questions on the topics covered during the course in class.

.