

Cognome ..... Nome .....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

1. Due sfere conduttrici, di raggi  $R_1=8$  cm ed  $R_2=3$  cm, sono vincolate a stare a distanza  $d=35$  cm. Queste sono caricate con cariche  $Q_1=Q_2=1.4 \times 10^{-10}$  C.

a. Calcolare la differenza di potenziale tra le due sfere, ipotizzando che la carica di una sfera non sia influenzata dall'altra.

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} - \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = 42.0 \text{ V} - 15.7 \text{ V} = 26.3 \text{ V}$$

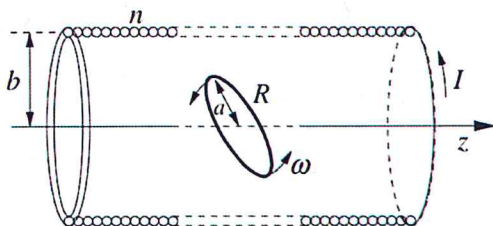
b. Le sfere sono quindi collegate con un filo elettrico di capacità trascurabile. Calcolare le due cariche  $Q_1'$  e  $Q_2'$  dopo l'applicazione del filo elettrico.

$$Q_1' = \frac{2R_1 Q_1}{R_1 + R_2} = 2.04 \times 10^{-10} \text{ C}, \quad Q_2' = \frac{2R_2 Q_2}{R_1 + R_2} = 0.76 \times 10^{-10} \text{ C}$$

c. Calcolare la differenza di energia tra le due configurazioni. Dove è finita l'energia?

$$C_1 = 4\pi\epsilon_0 R_1 \\ C_2 = 4\pi\epsilon_0 R_2$$

$$\Delta U = \left( \frac{Q_1'^2}{2C_1} + \frac{Q_2'^2}{2C_2} \right) - \left( \frac{Q_1^2}{2C_1} + \frac{Q_2^2}{2C_2} \right) = 3.20 \mu\text{J} - 4.04 \mu\text{J} = -0.84 \mu\text{J}$$



2. Una bobina composta da  $N=50$  spire di raggio  $a=3$  cm, con resistenza  $R=42$  m $\Omega$ , è immersa in un solenoide di raggio  $b=25$  cm con  $n=350$  m $^{-1}$  spire per unità di lunghezza, in cui scorre una corrente di  $I=3.2$  A come indicato in figura. La bobina viene fatta ruotare ad una frequenza costante di  $\nu=35$  Hz. Trascuriamo l'effetto della bobina sul solenoide.

a. Calcolare il flusso del campo magnetico del solenoide attraverso la bobina, in funzione del tempo; chiamiamo  $\alpha$  l'angolo tra il momento magnetico della bobina e l'asse del solenoide e  $\omega$  la velocità angolare della bobina.

$$\omega = 2\pi \nu = 220 \text{ rad s}^{-1}, \quad B = \mu_0 n I = 1.41 \text{ mT}$$

$$\Phi = N \pi a^2 \mu_0 n I \cos \omega t = (1.99 \times 10^{-4} \text{ Wb}) \cos \omega t$$

b. Calcolare la corrente  $i(t)$  che scorre nella bobina, in funzione del tempo.

$$i(t) = \frac{1}{R} N \pi a^2 \mu_0 n I \omega \sin \omega t = i_0 \sin \omega t = (1.04 \text{ A}) \sin \omega t$$

c. Trascurando gli attriti, calcolare l'energia media spesa per mantenere in moto la bobina.

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} i_0^2 R = 0.0228 \text{ W}$$

3. Nel circuito qui a lato è applicata una f.e.m.

$$E_1 = E_0 \cos \omega t, \quad \text{con } E_0 = 100 \text{ V e } \omega = 10^4 \text{ rad/s.}$$

Assumendo  $R = 5.0 \text{ k}\Omega$ ,  $R_1 = 12.0 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 8.0 \text{ k}\Omega$  e  $L = 1 \text{ H}$ , calcolare:

a. La differenza di potenziale ai capi dell'induttanza.

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 4.8 \text{ k}\Omega$$

$$V_L = E_0 e^{j\omega t} \omega L R_{12} \frac{\omega L (R + R_{12}) + j R R_{12}}{R^2 R_{12}^2 + \omega^2 L^2 (R + R_{12})^2} = 67.6 \text{ V } e^{j\omega t + j \cdot 13.8^\circ}$$

b. L'impedenza totale del circuito  $Z$ .

$$Z = R + \frac{\omega^2 L^2 R_{12}}{R_{12}^2 + \omega^2 L^2} + j \frac{\omega L R_{12}^2}{R_{12}^2 + \omega^2 L^2} = (8.80 + j 1.87) \text{ k}\Omega = 9.01 e^{j 11.9^\circ} \text{ k}\Omega$$

c. Il valore della corrente che scorre nella resistenza  $R_1$  e il suo sfasamento con la f.e.m.

$$i_1 = \frac{V_L}{R_1} = 3.96 e^{j\omega t + j 13.7^\circ}$$

