

Cognome Nome Corso di Studi.....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

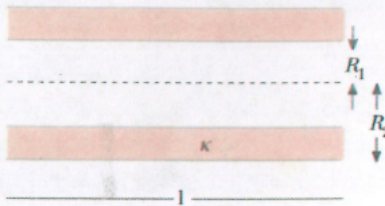


Fig. 1

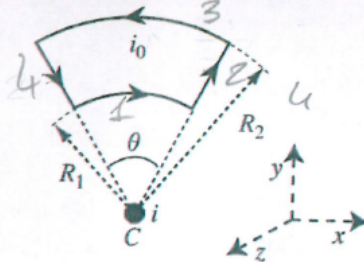


Fig. 2

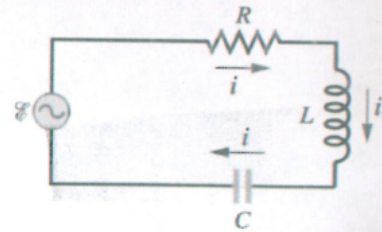


Fig. 3

1. Un condensatore cilindrico, con armature di raggio $R_1 = 5.0 \text{ mm}$ $R_2 = 10.0 \text{ mm}$ lunghe $l = 15.0 \text{ cm}$ (Fig.1) è completamente riempito di un materiale isolante avente costante dielettrica relativa $\kappa = 2.8$. Esso è stato caricato con una carica $q = 2.0 \text{ nC}$ (positiva nell'armatura interna). Calcolare:

a. La densità di carica σ_i sulle due armature.

$$\sigma_1 = \frac{q}{2\pi R_1 l} = 4.24 \times 10^{-7} \text{ C m}^{-2}$$

$$\sigma_2 = \frac{q}{2\pi R_2 l} = 2.12 \times 10^{-7} \text{ C m}^{-2}$$

b. La carica di polarizzazione q_p , che si forma sulla superficie del dielettrico a contatto con le armature e il campo elettrostatico all'interno del dielettrico (in funzione della distanza dal centro del cilindro).

$$\sigma_{1p} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \sigma_1 = 2.72 \times 10^{-7} \text{ C m}^{-2}$$

$$\sigma_{2p} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \sigma_2 = 1.36 \times 10^{-7} \text{ C m}^{-2}$$

$$q_p = \frac{\kappa - 1}{\kappa} q = 1.28 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$E = \frac{1}{\kappa} \frac{q}{2\pi \epsilon_0 r l}$$

$$E_1 = 8571 \frac{\text{N}}{\text{C}}, E_2 = 4285 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

c. La differenza di potenziale ΔV tra le armature.

$$\Delta V = \frac{1}{\kappa} \frac{q}{2\pi \epsilon_0 l} \ln \frac{R_2}{R_1} = -53.4 \text{ V}$$

2. Nel piano ortogonale ad un conduttore cilindrico indefinito C, percorso da una corrente $i = 100 \text{ A}$ (uscende dal piano nella Fig. 2), è posta una spira piana, percorsa dalla corrente $i_0 = 2.0 \text{ A}$ con la forma di un settore di corona circolare tra i raggi $R_1 = 2.0 \text{ cm}$ $R_2 = 4.0 \text{ cm}$ e che sottende un angolo $\theta = 60^\circ$ (Fig.2) . Determinare:

a. Il campo magnetico \vec{B} nel centro del conduttore C.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i_0 \frac{\pi}{3} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \hat{z} = -5,24 \times 10^{-6} \text{ T } \hat{z}$$

b. Il modulo delle forze F_i (con $i = 1, 4$) agenti su ciascuno dei quattro lati della spira, esercitata dal campo magnetico generato dal conduttore cilindrico.

$$F_1 = F_3 = 0, \quad F_2 = F_4 = \frac{\mu_0}{2\pi} i_0 \ln \frac{R_2}{R_1} = 2,77 \times 10^{-5} \text{ N}$$

c. Le direzioni di queste forze e il momento meccanico esercitato sulla spira (assumendo che le forze siano esercitate sul punto medio del rispettivo filo).

$$\vec{F}_4 = -\hat{z} |\vec{F}_4|, \quad \vec{F}_2 = \hat{z} |\vec{F}_2|, \quad \tau = \frac{R_1 + R_2}{2} \times F_4 \hat{y} = 8,32 \times 10^{-7} \text{ Nm}$$

3. Si consideri un circuito RLC come quello mostrato in figura 3, con $R = 5,0 \Omega$, $L = 60 \text{ mH}$, $\nu = 60 \text{ Hz}$, e $\varepsilon_m = 30 \text{ V}$. Si determini:

a. I valori della capacità C per la quale la potenza media dissipata nel resistore sia massima.

$$C = \frac{1}{(2\pi\nu)^2 L} = 0,117 \text{ mF}$$

b. I valori della potenza dissipata massima, e di quella ottenuta con una capacità doppia.

$$Z = R, \quad \langle P \rangle = \frac{\varepsilon_m^2}{2R} = 30 \text{ W}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{4}} = 12,3 \Omega, \quad \langle P \rangle = \frac{\varepsilon_m^2 R}{2Z^2} = 14,9 \text{ W}$$

c. I corrispettivi sfasamenti.

$$Z = R, \quad \phi = 0$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{4}}, \quad \tan \phi = -\frac{\omega L}{2R}, \quad \phi = -66,1^\circ$$