

Cognome Nome Corso di Studi.....

Istruzioni per gli esercizi:

Per ciascuna domanda rispondere fornendo solo il risultato finale: la grandezza incognita espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date o di quelle ottenute in altre risposte, e poi il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e con le unità di misura appropriate.

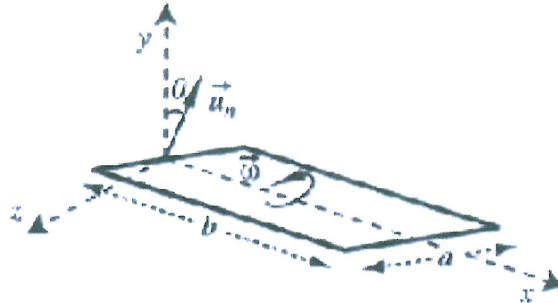


Fig. 1

1. Due piani infiniti e paralleli, di materiale isolante, posti a distanza $d = 10$ cm, sono caricati con densità superficiale uniforme $\sigma_1 = \sigma$ (positiva, a sinistra) e $\sigma_2 = -3\sigma$ (a destra). A metà tra i due piani poniamo un dipolo elettrico \vec{p} orientato parallelo ai piani, con modulo $p = 3 \times 10^{-15}$ Cm. Misuriamo che il lavoro fatto dal campo elettrico per portare il dipolo in posizione di equilibrio è $W = 5 \times 10^{-12}$ J. Supponendo che l'asse x sia perpendicolare ai due piani:

a. Calcolare il valore del campo elettrico tra i due piani e la direzione di equilibrio del dipolo elettrico.

$$\vec{E} = \frac{W}{p} \hat{u} = 1.67 \frac{\text{kJ}}{\text{m}}, \quad \vec{p} = p \hat{u}$$

b. Ricavare le due densità superficiali di carica σ_1 e σ_2 .

$$\vec{E} = \frac{2\sigma}{\epsilon_0}, \quad \sigma = \frac{\epsilon_0}{2} E = \frac{\epsilon_0 W}{2p} = 7.38 \text{ nC/m}^2$$

$\sigma_1 = \sigma$
 $\sigma_2 = -3\sigma = 22.11$

c. Una carica $q = -800$ nC viene emessa dal piano caricato positivamente, con energia cinetica $K = 3 \times 10^{-8}$ J. Determinare il punto più lontano a cui arriva la carica: toccherà il piano di destra?

$$x = -\frac{K}{qE} = 2.25 \times 10^{-5} \text{ m} \quad \text{NO}$$

2. Una spira rettangolare di lato $a = 10 \text{ cm}$ e $b = 20 \text{ cm}$, è impernata in modo da ruotare attorno all'asse x come mostrato nella figura 1. La spira è immersa in un campo magnetico, allineato con l'asse y , variabile lungo la componente x come $\vec{B} = \alpha x \hat{j}$, con $\alpha = 0.03 \text{ T m}^{-1}$. La spira ha una resistenza $R = 3 \Omega$ e ruota con velocità angolare $\omega = 25 \text{ rad s}^{-1}$. Indicando con $\theta = \omega t$ l'angolo tra la normale al piano della spira e l'asse y , calcolare:

a. Il valore del flusso del campo magnetico $\Phi(\theta)$ in funzione dell'angolo θ e il suo valore per $\theta = 0$.

$$\Phi(\theta) = \alpha \frac{ab^2}{2} \cos \theta, \quad \Phi(0) = \frac{\alpha ab^2}{2} = 6 \times 10^{-5} \text{ Wb}$$

b. Il massimo valore della corrente indotta i che circola nella spira.

$$\mathcal{E} = -\frac{\alpha ab^2 \omega}{2} \sin \theta, \quad i = \frac{\alpha ab^2 \omega}{2R} \sin \theta = 0.5 \text{ mA} \times \sin \theta$$

c. Il massimo momento meccanico che la spira subisce.

$$M_{\text{max}} = i_{\text{max}} \times \frac{\alpha ab^2}{2} = \frac{\alpha^2 a^2 b^4}{4R} = 3 \times 10^{-8} \text{ Nm}$$

3. Consideriamo un circuito RLC in serie a corrente alternata, dove induttore e condensatore sono posizionati vicini. Si ha che $R = 50 \Omega$, $L = 150 \text{ mH}$, $C = 4 \mu\text{F}$, $\mathcal{E}_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$ e la frequenza $\nu = 50 \text{ Hz}$.

a. Calcolare la corrente i_{eff} nel circuito.

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 796 \Omega \quad Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} = 750 \Omega$$

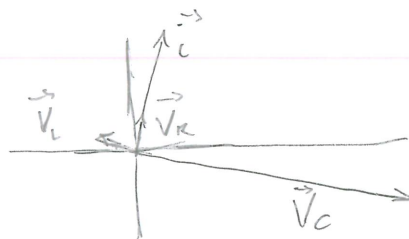
$$X_L = \omega L = 47.1 \Omega \quad i_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{eff}}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}} = 0.29 \text{ A}$$

b. Calcolare la differenza di potenziale ai capi dei tre elementi del circuito (R, L e C) e illustrare il loro sfasamento con il metodo dei fasori.

$$V_R = i_{\text{eff}} R = 14.5 \text{ V}$$

$$V_L = i_{\text{eff}} X_L = 13.7 \text{ V}$$

$$V_C = i_{\text{eff}} X_C = 230.8 \text{ V}$$



c. Calcolare la differenza di potenziale ai capi della serie LC e lo sfasamento con la corrente.

$$V_{LC} = |X_C - X_L| i_{\text{eff}} = 217.2 \text{ V} \quad 30^\circ \text{ anticipo}$$