

Nome e Cognome: _____

A.A. in cui si è seguito il corso: _____

Scrivere le risposte di ciascun quesito negli appositi spazi.

Scrivere lo svolgimento completo in un foglio a parte.

*Concesso l'uso di sola carta e penna.***Esercizio 1. (Punti 8)**

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sin n) \frac{\log(1 + \frac{1}{n!})}{\arctan(2^{-n})}.$$

*carattere della serie:***Esercizio 2. (Punti 8)**Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita come

$$f(x, y) = xy^2 - x^2 - 2y^2 + 2x,$$

determinarne i punti critici e la loro natura. Dire se la funzione ammette massimi e minimi globali nel suo dominio.

Determinare inoltre massimo e minimo assoluto della funzione f ristretta all'insieme

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 - 1 \leq x \leq 7 - y^2\},$$

dopo aver spiegato perché questi esistono.

*punti critici e loro natura:**massimo e minimo assoluti su \mathbb{R}^2 :**massimo e minimo assoluti su E :*

Esercizio 3. (Punti 8)

Calcolare il baricentro del corpo, avente densità costante $\rho = 2$, che si ottiene ruotando l'insieme

$$F = \{(y, z) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq z, y^2 + z^2 \leq 2y\}$$

di un angolo di 2π attorno all'asse y .

Baricentro:

Esercizio 4. (Punti 8)

Risolvere il seguente problema di Cauchy e determinare l'intervallo massimale di esistenza della soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = e^x + e^{-x}, \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 0. \end{cases}$$

Soluzione

intervallo massimale di definizione