

Esercizi di Geometria
Ingegneria Industriale e Navale
2019/2020
primo foglio

September 24, 2019

1. Si determini la matrice 2×3 a coefficienti reali data dal seguente prodotto righe per colonne:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Si considerino le matrici:

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Si calcolino $A \cdot B$ e $B \cdot A$ e si confrontino i risultati. Cosa notate?

3. Sia $A \in M_{2,3}(\mathbb{K})$ la matrice

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Si determini la matrice trasposta:

$${}^t A.$$

Si calcoli, inoltre:

$$A \cdot {}^t A \in M_2(\mathbb{K}), \quad {}^t A \cdot A \in M_3(\mathbb{K}).$$

Cosa notate?

4. Sia $A \in M_3(\mathbb{K})$ la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Si determini ${}^t A$ e si calcoli

$$A + {}^t A.$$

Cosa notate?

5. Sia $A \in M_n(\mathbb{K})$ una matrice quadrata. Definiamo

$$A^k := \underbrace{A \cdot A \cdot \dots \cdot A}_{k \text{ volte}}.$$

Si calcoli

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}^3.$$

6. Una matrice $N \in M_n(\mathbb{K})$ si dice nilpotente se esiste un numero naturale $k \in \mathbb{N}$ tale che

$$N^k = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Si dimostri che per ogni $a, b, c \in \mathbb{K}$ le matrici

$$\begin{pmatrix} 0 & a \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & a & b \\ 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

sono nilpotenti.