

### Esercizio 0

Calcolare e plottare il calore radiogenico ( $A$ ) presente e andando indietro nel tempo fino a 4.0 Gyr per un campione di granito avente una densità di  $2700 \text{ kgm}^{-3}$ .

$$A = \rho \sum P A_s c$$

$$c_t = c \exp(t \ln 2 / \tau)$$

$$A = \rho \left[ 0.993 c_U A_{U^{238}} \exp(t \ln 2 / \tau_{U^{238}}) + 0.0071 c_U A_{U^{235}} \exp(t \ln 2 / \tau_{U^{235}}) \right. \\ \left. + c_{Th} A_{Th^{232}} \exp(t \ln 2 / \tau_{Th^{232}}) + 0.00012 c_K A_{K^{40}} \exp(t \ln 2 / \tau_{K^{40}}) \right]$$

$c_t$  = concentration of an isotope at time  $t$

$\tau = \ln 2 / \lambda$  = half life with  $\lambda$  decay constant

Radiogenic heat production from the three main heat-producing elements (HPEs)

Isotope	Concentration/ abundance	Heat generation per unit mass
Uranium ( $^{238}\text{U}$ )	4.3 ppm	$96.7 \mu\text{W kg}^{-1}$
Thorium ( $^{232}\text{Th}$ )	12.2 ppm	$26.3 \mu\text{W kg}^{-1}$
Potassium ( $^{40}\text{K}$ )	5.1%	$3.5 \times 10^{-3} \mu\text{W kg}^{-1}$

### Esercizio 1

Utilizzare i dati della tabella sottostante per fare un plot del calore radiogenico vs il flusso di calore superficiale ( $Q_0$ ) e interpolare i valori linearmente per ottenere il flusso di calore ridotto ( $Q_r$ , l'intercetta sull'asse  $Q_0$ ) e la costante di profondità' del calore radiogenico ( $a_r$  o  $D$ , pendenza della retta di interpolazione).

**Table** Radiogenic heat production and surface heat flow values from a range of geological provinces. Data from Roy *et al.* (1968).

Locality	A Radiogenic heat production $10^{-13}$ cal $\text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}$ ( $\mu\text{W m}^{-3}$ )	$Q_0$ Surface heat flow $10^{-6}$ cal $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ ( $\text{mW m}^{-2}$ )	Locality	A Radiogenic heat production $10^{-13}$ cal $\text{cm}^{-3} \text{s}^{-1}$ ( $\mu\text{W m}^{-3}$ )	$Q_0$ Surface heat flow $10^{-6}$ cal $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ ( $\text{mW m}^{-2}$ )
New England			19	6.4 (2.7)	1.06 (44.4)
1	20.7 (8.7)	2.27 (95.0)	20	4.7 (2.0)	0.83 (34.7)
2	21.2 (8.8)	2.15 (90.0)	21	3.2 (1.3)	0.73 (30.5)
3	17.6 (7.4)	1.89 (79.1)	22	1.8 (0.75)	0.62 (25.9)
4	12.9 (5.4)	1.80 (75.3)	23	2.2 (0.92)	0.60 (25.1)
5	11.6 (4.9)	1.63 (68.2)	Basin and Range province		
6	9.6 (4.0)	1.63 (68.2)	24	10.7 (4.5)	2.40 (100.4)
7	7.8 (3.3)	1.34 (56.1)	25	6.0 (2.5)	3.40 (142.3)
8	3.8 (1.6)	1.08 (45.2)	26	7.9 (3.3)	2.30 (96.2)
Central Stable region			27	10.3 (4.3)	2.22 (92.9)
9	7.6 (3.2)	1.46 (61.1)	28	7.1 (3.0)	2.20 (92.0)
10	5.8 (2.4)	1.22 (51.0)	29	6.7 (2.8)	2.20 (92.0)
11	5.5 (2.3)	1.17 (49.0)	30	2.0 (0.84)	2.14 (89.6)
12	1.4 (0.59)	0.82 (34.3)	31	7.7 (3.2)	2.00 (83.7)
13	<0.4 (0.17)	0.81 (33.9)	32	5.7 (2.4)	1.90 (79.5)
14	<0.4 (0.17)	0.79 (33.1)	33	5.3 (2.2)	1.88 (78.7)
15	<0.4 (0.17)	0.81 (33.9)	34	7.7 (3.2)	1.82 (76.1)
Sierra Nevada			35	3.8 (1.6)	1.78 (74.5)
16	8.8 (3.7)	1.30 (54.4)	36	3.1 (1.3)	1.65 (69.0)
17	4.0 (1.7)	1.25 (52.3)	37	6.6 (2.8)	1.64 (68.6)
18	9.6 (4.0)	1.25 (52.3)	38	3.1 (1.3)	1.60 (66.9)

Unità di conversione flusso di calore:  $1 \text{ cal cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \times 10^{-6} = 41.84 \text{ mWm}^{-2}$ .

Unità di conversione calore radiogenico:  $1 \text{ cal cm}^{-3} \text{ s}^{-1} \times 10^{-13} = 0.4184 \mu\text{Wm}^{-3}$ .

## Esercizio 2

- a) **Calcolare e plottare la variazione di temperatura crostale (spessore crostale =35 km) con la profondità in assenza e in presenza di calore radiogenico (costante) usando i seguenti parametri:**

Calore Radiogenico:  $A=0.1 \mu\text{W/m}^3$

Conduttività termica:  $K=3.0 \text{ W/mK}$

Flusso di calore superficiale:  $Q_0=70\text{mW/m}^3$

Flusso di calore residuo:  $Q_r=20\text{mW/m}^3$

**Considerando il calore radiogenico costante, la geoterma puo'essere calcolata come:**

$$T = T_0 + \frac{Q_0}{K} y - \frac{A}{2K} y^2$$

**o come:**

$$T = T_0 + \frac{(Q_m + Ay_c)}{K} y - \frac{A}{2K} y^2$$

con  $y_c=35 \text{ km}$

- b) Calcolare e plottare il calore radiogenico e le variazioni di temperature crostali con la profondità per i seguenti range di valori di calore radiogenico, spessore dello strato arricchito di calore radiogenico e flusso di calore ridotto:

$$A_0 = [1.5:3.5] \mu\text{W}/\text{m}^3$$

$$D = [5:5:15] \text{ km}$$

$$Q_r = [15:5:25] \text{ mW}/\text{m}^3$$

Considerando la variazione di calore radiogenico con la profondità:

$$A(z) = A_0 \exp\left(-\frac{z}{D}\right) \quad q_0 = q_a + A_0 D \quad (3)$$

La geoterma può essere stimata come:

$$T = T_0 + \frac{D^2 A_0}{k} \left[1 - \exp\left(-\frac{z}{D}\right)\right] + \frac{q_a}{k} z \quad (4)$$

### Esercizio 3a-b

- a) Calcolare e plottare la variazione di temperatura con la profondità (1D) fino a 300 km in modo iterativo, usando l'equazione di Hasterock e Chapman (2011).

$$T_{i+1} = T_i + \frac{q_i}{\lambda_i} \Delta z_i - \frac{A_i}{2\lambda_i} \Delta z_i^2$$

$$q_{i+1} = q_i - A_i \Delta z_i$$

e i seguenti valori di input:

$$Q_0 = 70 \text{ mW}/\text{m}^2$$

$$T_0 = 0;$$

$$H_c = 40 \text{ km (Spessore Crostale)}$$

$$A = 2.2-0.2 \mu\text{W}/\text{m}^3 \text{ (variazione continua dalla crosta superiore a quella inferiore)}$$

$$A_{\text{Mantle}} = 0.01 \mu\text{W}/\text{m}^3$$

$$K = 1.5-3.5 \text{ W}/\text{mK} \text{ (variazione continua dalla crosta superiore a quella inferiore)}$$

$$\Delta z = 1000 \text{ m}$$

(per trovare lo step di A e K: differenza tra gli estremi/lunghezza del vettore crosta)

- b) Calcolare la profondità della litosfera corrispondente alla temperatura  $\sim 1350^\circ\text{C}$ .

### Esercizio 3c-d

- c) Calcolare e plottare le variazioni di calore radiogenico in funzione della velocità  $V_p$  (velocità  $V_p = 5.5-7.5$  km/s con uno step di 0.05 km/s) usando le relazioni sottostanti.

$$\text{HeatG1} = \exp(8.85 - 1.33 \cdot V_p); \% \text{ Cull, 1991 (Australia)}$$

$$\text{HeatG2} = \exp(16.5 - 2.74 \cdot V_p);$$

$$\text{HeatG3} = \exp(13.92 - 2.38 \cdot V_p); \% \text{ Cermak et al. (1990)}$$

$$\text{HeatG4} = \exp(12.6 - 2.17 \cdot V_p); \% \text{ Precambrian Cull}$$

$$\text{HeatG5} = \exp(13.7 - 2.17 \cdot V_p); \% \text{ Phanerozoic Cull}$$

- d) Ripetere l'esercizio 3a-b usando le relazioni empiriche tra calore radiogenico e velocità e gli stessi valori per gli altri input.

---

### Esercizi Extra

- a) Ripetere l'esercizio 3a-b usando valori costanti di A e K per ciascuno strato (e.g., valori da Podugu et al., 2017) o alternativamente:
- b) Usare i seguenti dati per stimare la geoterma della litosfera avente i seguenti valori dei parametri termici (riduzione esponenziale del calore radiogenico nella crosta superiore e valori costanti per gli altri strati). Stimare il gradiente geotermico per ciascuno strato e la geoterma in base al gradiente geotermico. Ridurre le discontinuità lungo la geoterma e definire la base della litosfera termica.

$$A_0 = 2.5 \cdot 10^{-6}; \% \text{ Heat generation (Upper Crust)}$$

$$A_1 = 0.15 \cdot 10^{-6}; \% \text{ Heat generation (Middle Crust)}$$

$$A_2 = 0.12 \cdot 10^{-6}; \% \text{ Heat generation (Lower Crust)}$$

$$A_3 = 0.02 \cdot 10^{-6}; \% \text{ Heat generation (Upper Mantle)}$$

$$\% D = 10 \cdot 10^3; \% \text{ Radiogenic Heat layer}$$

$$Q_r = 15 \cdot 10^{-3}; \% \text{ Reduced Surface heat flow}$$

$$Q_0 = 60 \cdot 10^{-3}; \% \text{ Surface heat flow}$$

$$K = 3.0; \% \text{ Thermal Conductivity (Upper Crust)}$$

$$K_{1m} = 3.0; \% \text{ Thermal Conductivity (Middle Crust)}$$

$$K_1 = 3.0; \% \text{ Thermal Conductivity (Lower Crust)}$$

$$K_2 = 4.0; \% \text{ Thermal Conductivity (Upper Mantle)}$$

### Tabella Spessori Crostali

Layers	Cr1	Cr2	Cr3
Topo	0	0	0
Limit UC	15	18	19
Limit MC	28	31	30
Limit LC	41	45	49
Limit Mantle	150	150	150