

---

**Università degli Studi di Trieste**  
**Corsi di Studi in Matematica e Fisica**  
**Insegnamento di Analisi Reale e Complessa - Modulo A**  
**A.A. 2019/2020**  
**Proff. Enzo Mitidieri e Eva Sincich**

---

**Programma**

**Teoria della misura:** Algebre e sigma-algebre di insiemi. Spazi di misura. Misure finite e sigma-finite. Misure complete, completamento di una misura. Nozione di misura esterna. sigma-algebra degli insiemi misurabili e misura generata dalla misura esterna. Misura esterna di Lebesgue su  $\mathbb{R}^n$  e misura di Lebesgue. Caratterizzazione degli insiemi misurabili. Insieme di Vitali. Insieme di Cantor e funzione di Cantor - Vitali.

**Integrazione:** Funzioni misurabili. Funzioni semplici. Convergenza quasi uniforme. Teorema di Egorov-Severini. Convergenza in misura, e convergenza alla Cauchy in misura. Approssimazione in misura di funzioni misurabili su  $\mathbb{R}^n$  con funzioni a scalino e continue. Teorema di Lusin. Integrale per funzioni semplici e per funzioni nonnegative misurabili. Lemma di Fatou. Teorema della convergenza monotona, sue conseguenze. Integrale di funzioni di segno variabile.

Teorema di convergenza dominata e sue conseguenze. Assoluta continuità dell'integrale. Teorema di derivazione sotto il segno di integrale. Confronto tra integrale di Lebesgue sulla retta, integrale di Riemann e integrali impropri. Costruzione di misure prodotto. Principio di Cavalieri. Teorema di Fubini e Teorema di Tonelli. Misura prodotto su  $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ . Funzione distribuzione, formula di area in  $\mathbb{R}^n$ .

**Spazi  $L^p$ :** Disuguaglianze di Young, Hölder, Minkowsky. Convergenza in  $L^p$  e convergenza in misura. Densità in  $L^p$  delle funzioni semplici nulle fuori da insiemi di misura finita. Caratterizzazione duale della norma  $L^p$ , varie versioni. Disuguaglianza di Chebishev. Completezza degli spazi  $L^p$  (teorema di Riesz-Fisher). Disuguaglianza di Minkowski integrale. Disuguaglianza interpolatoria. Disuguaglianza di Young per convoluzioni, nuclei mollificatori. Approssimazione con funzioni lisce in  $L^p(\mathbb{R}^n)$ .

**Testi di supporto:**

1. H. L. Royden, Real Analysis, MacMillan, 1968 ;
2. A. Tesei, Istituzioni di Analisi Superiore, Bollati Boringhieri, 1997 ;
3. W. Rudin, Real and Complex Analysis, McGraw-Hill, 1987 ;
4. R. L. Wheeden, A. Zygmund, Measure and Integral, M. Dekker, 1977 ;
5. E.H. Lieb, M. Loss, Analysis, American Mathematical Society, 1997.

---

**Esami:** Prova orale

**Ricevimento:** per appuntamento fissato via mail (mitidier@units.it , esincich@units.it)