

OSCILLAZIONI LIBERE DELLA TERRA.

Ogni sistema meccanico ha un'oscillazione propria (corda, pendolo...) che può essere eccitata. Ciò vale anche per la Terra che può oscillare in un numero infinito di **modi di oscillazione**, come una gigantesca campana.

Sebbene tali oscillazioni fossero predette teoricamente, non furono osservate fino al 1960, quando vennero sufficientemente eccitate da un grande terremoto in Cile.

Esistono due modi indipendenti di oscillazione:

- **oscillazioni torsionali (o toroidali)** indicate con **T**
in cui lo spostamento è sempre perpendicolare al raggio della Terra, limitato alla crosta ed al mantello e confinato in superfici sferiche concentriche
- **oscillazioni sferoidali** indicate con **S**
in cui lo spostamento ha sia componenti radiali che tangenziali. L'oscillazione sferoidale più semplice è puramente radiale

Ambedue le oscillazioni hanno un numero infinito di **modi** (vedi alcuni esempi in figura).

Le oscillazioni libere vengono di solito misurate da gravimetri ed estensimetri, che hanno periodi di oscillazione dell'ordine dei minuti.

Le oscillazioni toroidali sono equivalenti alle onde di Love, quelle sferoidali alle onde di Rayleigh. Le minime dei periodi di oscillazione (massimo ~ 2500 s per T, ~ 3200 s per S) possono venire usate per studiare a basse frequenze le curve di dispersione.

MODI DI OSCILLAZIONE

$n T_e$

$n S_e$

n = numero di zeri dell'autofunzione lungo il raggio terrestre

l = numero di linee nodali (cioè sulle quali il moto è nullo) sulla superficie terrestre

Ad ogni modo corrisponde un periodo di oscillazione che lo caratterizza!

Modi toroidali

T_0 è indefinito in quanto non è possibile un moto di torsione senza alcun punto fisso (poli)

T_1 $l=1$ per i modi toroidali denota i poli (fissi)
Questo modo non esiste in quanto implica una oscillazione nel tasso di rotazione terrestre



T_2 è il modo toroidale più semplice in cui si ha torsione in direzioni opposte dell'emisfero nord e sud



Modi sferoidali

S_0 È il modo sferoidale più semplice: la terra si "gonfia" e "sgonfia".

S_1 È un modo indefinito, perché implica uno spostamento del centro di gravità (può avvenire solo in presenza di forza esterna)



S_2

È il modo con il periodo più lungo (3233.25 s)



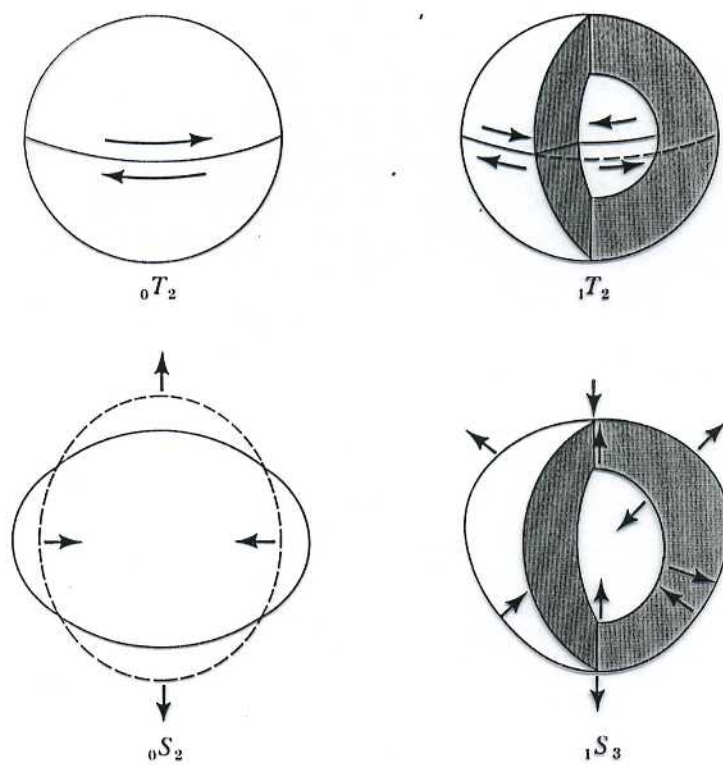
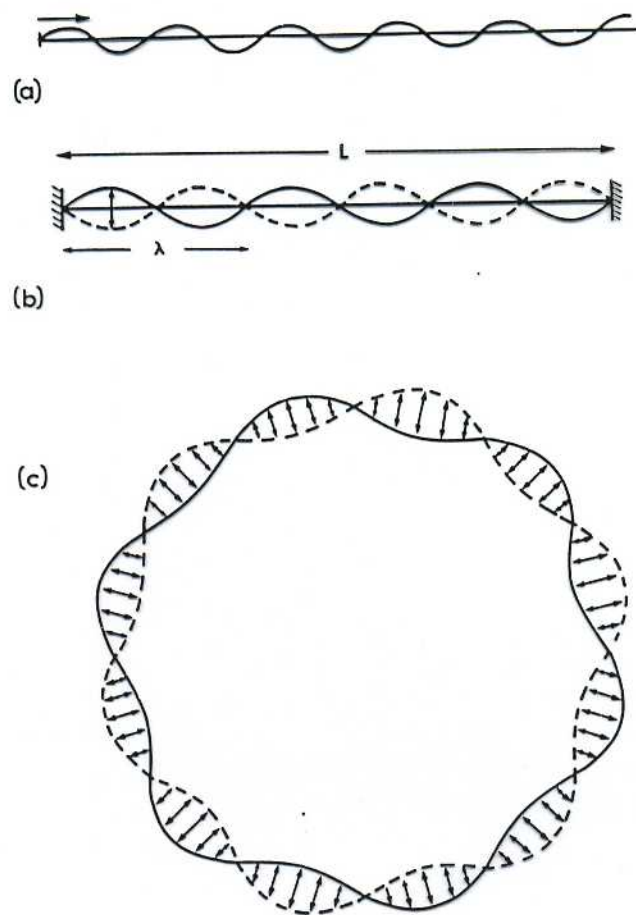
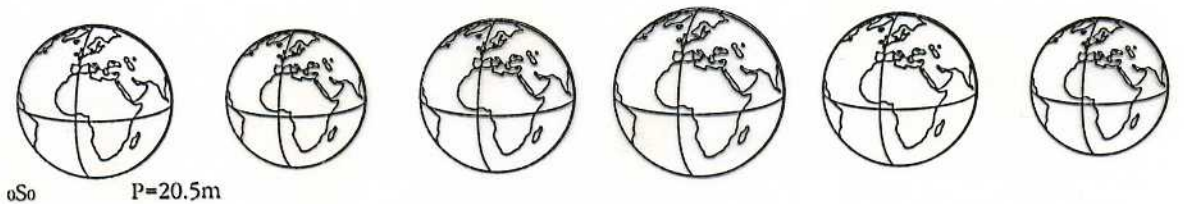
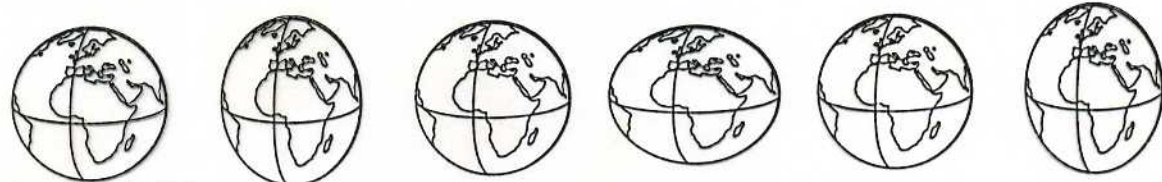


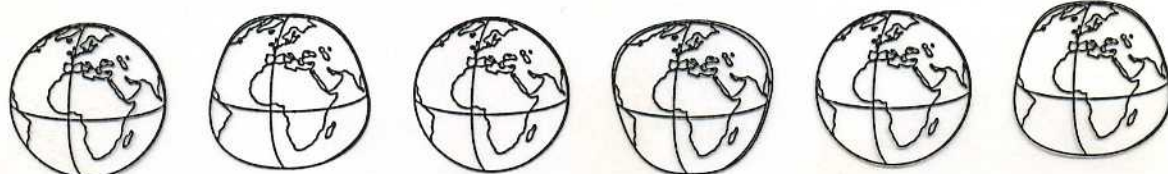
Figure 6.3 Representation of the modes ${}_0T_2$, ${}_1T_2$, ${}_0S_2$, and ${}_1S_3$.



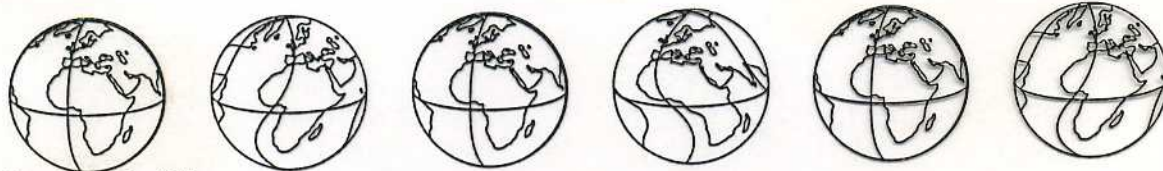
oSo $P=20.5m$



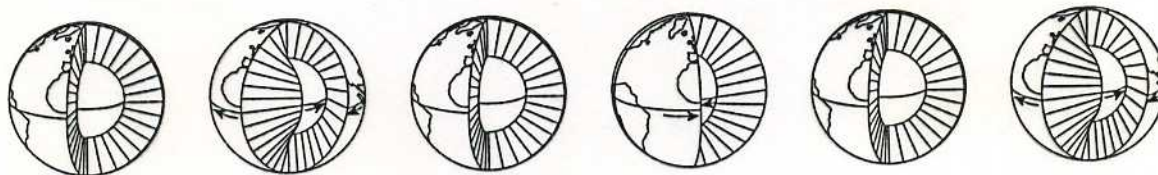
oS2 $P=53.9m$



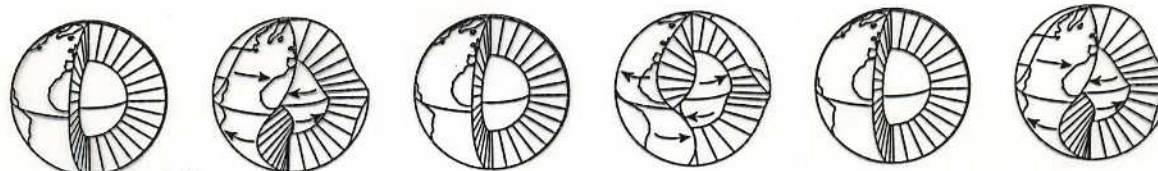
oS3 $P=35.6m$



oT2 $P=40.1m$



iT1



iT2 $P=12.6m$

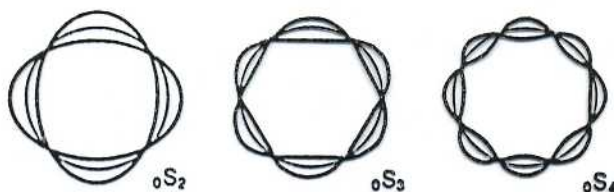
La Terra può essere posta in oscillazione libera, come una campana, da un eventuale batocchio esterno come la caduta di un grosso meteorite, ma anche, molto più spesso, dai sussulti interni improvvisi dovuti ai terremoti. Le oscillazioni libere reali possono essere scomposte in una sovrapposizione degli infiniti termini della serie di oscillazioni fon-

damentali sferoidali «S_m» e torsionali «T_m». Alcune di queste oscillazioni fondamentali sono rappresentate in figura. Il modo «S₁» non è rappresentabile perché consiste in uno spostamento sul piano equatoriale del baricentro della sfera, senza variazione della sua forma e dimensione: solo un batocchio esterno potrebbe eccitarlo sufficientemente. Quello «T₁» equivarrebbe ad

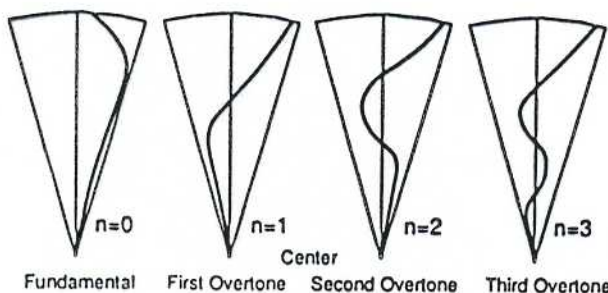
un incremento e decremento sinusoidale della velocità angolare terrestre: può presentarsi come effetto di altri sferoidali o loro combinazioni ma comunque con ampiezza irrilevante. I modi sferoidali comportano diverse combinazioni di variazioni di volume, mentre quelli torsionali implicano solo distorsioni del materiale senza variazione di volume.

I periodi necessari a compiere una oscillazione completa sono dell'ordine delle decine di minuti, e le ampiezze di oscillazione sono sufficienti per essere registrate solo in occasione dei terremoti più forti, e solo con sismometri con periodo proprio dell'apparecchio anch'esso dell'ordine della decina di minuti, oppure con i gravimetri, i quali soddisfano tutti la precedente condizione.

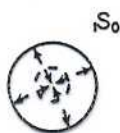
Surface Patterns



Radial Patterns



Radial Modes



Toroidal Motions



FIGURE 4.24 (Top) Surface and radial patterns of motions of spheroidal modes. (Bottom) Purely radial modes involve no nodal patterns on the surface, but overtones have nodal surfaces at depth. Toroidal modes involve purely horizontal twisting of the Earth. Toroidal overtones (${}_1T_2$) have nodal surfaces at constant radii across which the sense of twisting reverses. (After Bolt, 1982.)

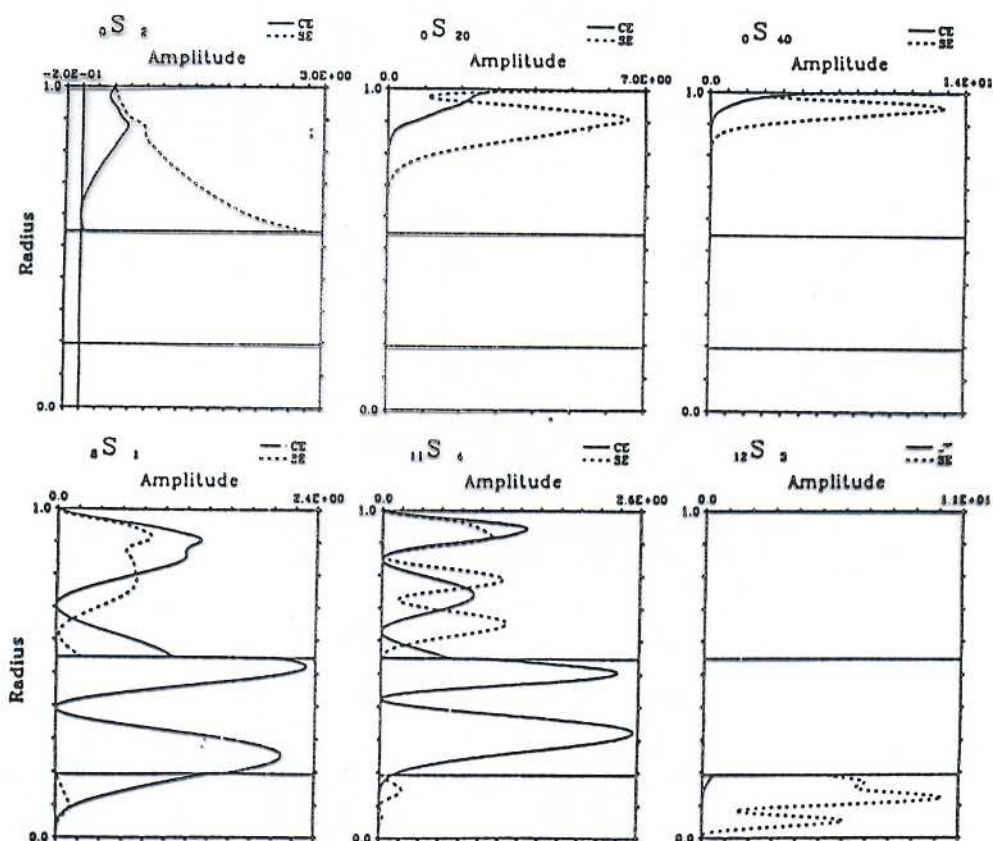


FIGURE 4.25 Compressional (solid line) and shear (dashed line) energy density for fundamental spheroidal modes (top row) and some spheroidal overtones that are sensitive to core structure. (Modified from Davis, 1989.)

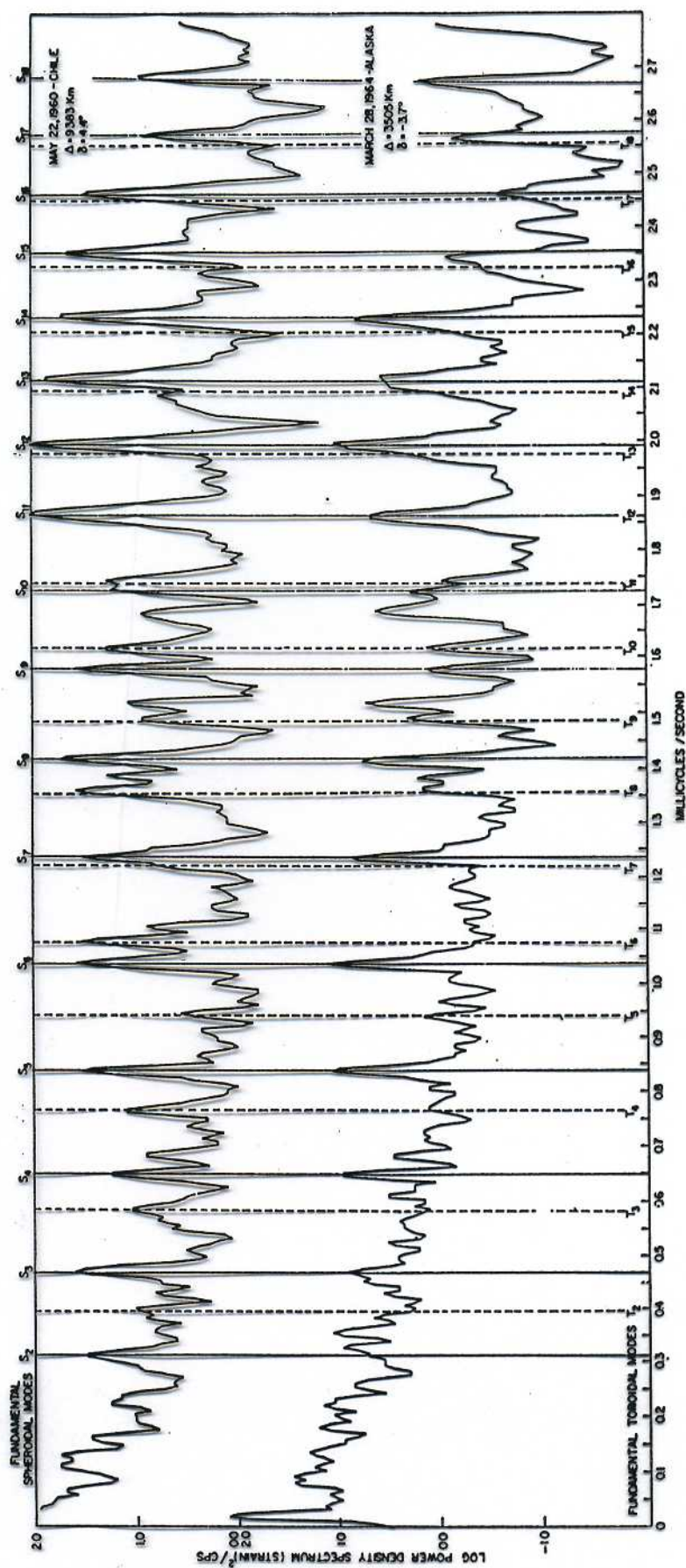


Figure 5.4. Spectra of earth strain recorded at Isabella, California, for the Chilean 1960 and Alaskan 1964 earthquakes. δ is the angle between the strain seismometer axis and the great circle path to the epicentre. Reproduced, by permission, from S.W. Smith (1967)

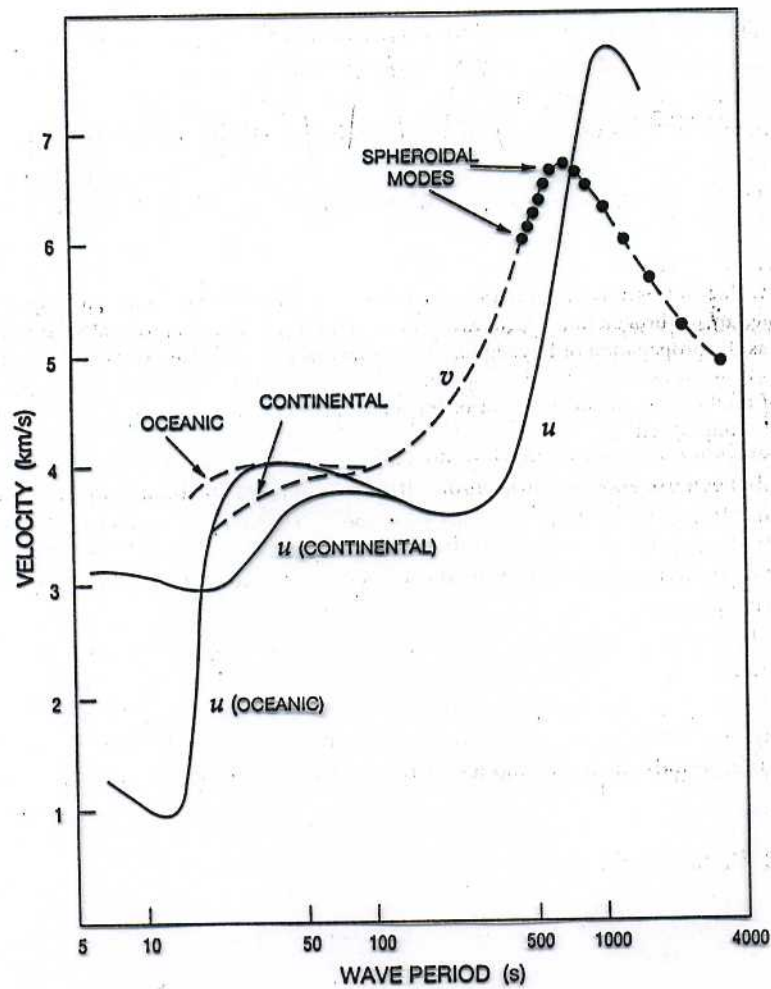


Figure 5.3(a). Fundamental mode Rayleigh wave dispersion. Group velocity, u , is shown by a solid line and inferred phase velocity, v , by a broken line, with the dispersion curve from free oscillation periods above 400s. Figure based on Oliver (1962).

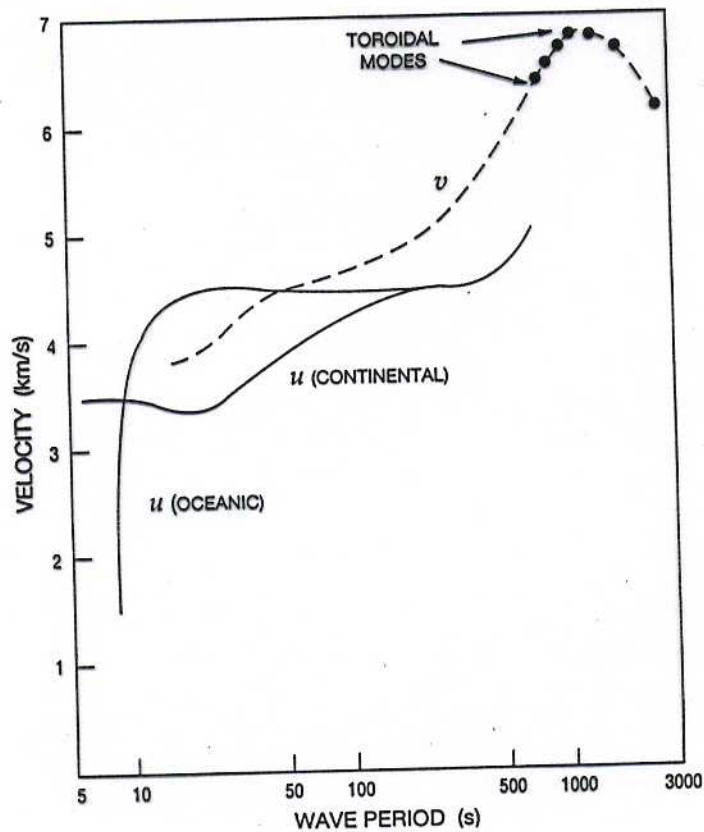


Figure 5.3(b). Dispersion curves for first mode Love waves. Group velocity, u , is shown as solid lines for continental and oceanic paths. Inferred phase velocity for continental paths is shown as a broken line, with free oscillation data above 750s. Figure based on Oliver (1962).

SMORZAMENTO DELLE ONDE

Nel tempo

$$\begin{aligned} A(t) &= A_0 e^{-\omega t/2Q} \\ &= A_0 e^{-\frac{\pi f}{Q} t} \\ &= A_0 e^{-\pi f t^*} \end{aligned}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$t^* = \frac{t}{Q}$$

Nello spazio

$$A(x) = A_0 e^{-\frac{\pi f}{Qv} x}$$

$$v = \alpha, \beta$$

Definendo

$$\delta = \ln \frac{A_1}{A_2}$$

con A_1 ed A_2 le ampiezze dell'onda separate di un periodo (o lunghezza d'onda), si dimostra che

$$Q = \frac{\pi}{\delta}$$

Dovuto all'attrito interno nel mezzo al passaggio dell'onda (calore generato da movimenti di taglio nei confini dei grani, moto lungo le dislocazioni nei minerali ecc).
 Q in genere cresce con la densità e la velocità.

In genere $Q_\alpha > Q_\beta$ e per i metalli in cui tutte le perdite di energia sono dovute a meccanismi di taglio
 $Q_\alpha \approx \frac{9}{4} Q_\beta$.

Q è indipendente dalla frequenza per $0.001 < f < 1 \text{ Hz}$.

Per $f > 1 \text{ Hz}$

$$Q \sim Q_0 f^\gamma$$

con $\gamma > 1$

ANELASTICITÀ E SMORZAMENTO DELLE ONDE

Box 6.2 Damping in the Earth

If a damped oscillating sphere has a frequency f (hertz), then the amplitude A of the oscillation decays exponentially from an original amplitude A_0 with time t :

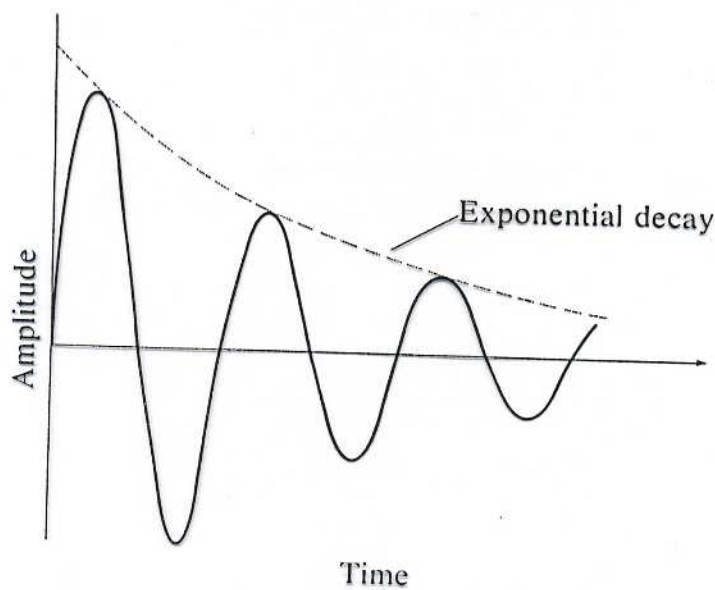
$$A = A_0 \exp(-\beta t) \quad (1)$$

where

$$\beta = \pi f / Q \quad (2)$$

From (1) and (2):

- (a) the higher the frequency, the greater the damping,
- (b) the higher the attenuation factor Q , the less the damping.



Q è il parametro (adimensionale!) che descrive l'anelasticità di un mezzo.

$Q \approx 20 \div 50$ nei sedimenti

$Q \approx 100$ nella crosta

$Q \approx 500$ nel mantello

$Q = \infty$ mezzo perfettamente elastico

$Q = 0$ mezzo completamente dissipativo

$$\frac{2\pi}{Q} = - \frac{\Delta E}{E}$$

$$Q = - \frac{2\pi E}{T \frac{dE}{dt}}$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = - \frac{2\pi E}{QT}$$

$$\Rightarrow E = E_0 e^{-2\pi t / QT}$$

$$A \propto \sqrt{E} \Rightarrow A = A_0 e^{-\pi t / QT}$$