

CAMPO MAGNETICO

Il fatto che la Terra avesse un campo magnetico era già noto dall'antichità: oltre mille anni fa i cinesi conoscevano l'ago magnetico - la bussola. Fin William Gilbert (1540-1603) fu il primo a studiare scientificamente il fenomeno e dimostrò che il campo magnetico della Terra era simile al campo magnetico di un dipolo. Da allora cominciarono osservazioni sistematiche. Solamente nel 1843 però von Wrede utilizzò per primo le variazioni del campo magnetico per localizzare depositi di materiale ferromagnetico.

Il campo magnetico ha molte cose in comune con quello gravimetrico, essendo ambedue esprimibili mediante un potenziale. Il campo magnetico però risulta molto più complesso, essendo le sue variazioni più forti e localizzate. Questo è dovuto in parte al fatto che il campo magnetico ha la direzione variabile, oltre all'intensità. L'interpretazione delle anomalie magnetiche risulta pertanto molto più difficile. D'altro canto le misure si ottengono in modo estremamente facile e non necessitano quasi di correzioni.

TEORIA

I fenomeni magnetici sono il risultato delle forze tra cariche elettriche in moto. Ogni carica elettrica in moto genera un campo magnetico \underline{B} , detto **induzione magnetica**. Tale campo esercita una forza su un'altra carica solo se essa è in moto: $\underline{F} = q \underline{v} \times \underline{B}$. La direzione di \underline{B} è quella in cui una carica in movimento non sente alcuna forza dovuta al campo \underline{B} . Il campo magnetico viene pure rappresentato con il vettore \underline{H} , **intensità di campo magnetico**, che nel vuoto è praticamente equivalente a \underline{B} .

Le leggi dell'elettromagnetismo sono descritte dalle equazioni di Maxwell:

Forma integrale (SI)

Forma differenziale (GS)

Significato

$$\oint \underline{D} \cdot d\underline{S} = Q$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{D} = 4\pi q$$

Il campo elettrico è generato da cariche elettriche

$$\oint \underline{E} \cdot d\underline{l} = - \int \frac{\partial \underline{B}}{\partial t} \cdot d\underline{S}$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \underline{B}}{\partial t}$$

Il campo elettrico è generato dal variare del campo magnetico

$$\oint \underline{B} \cdot d\underline{S} = 0$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{B} = 0$$

Non esistono cariche magnetiche

$$\oint \underline{H} \cdot d\underline{l} = I + \int \frac{\partial \underline{D}}{\partial t} \cdot d\underline{S}$$

$$\underline{\nabla} \times \underline{H} = \frac{4\pi}{c} \underline{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \underline{D}}{\partial t}$$

Il campo magnetico è generato da correnti di conduzione o dal variare del campo elettrico

con

$$\underline{B} = \mu \underline{H}$$

μ permeabilità magnetica

$$\underline{D} = \epsilon \underline{E}$$

ϵ costante dielettrica

UNITÀ DI MISURA

SI

Dalla $\underline{F} = q\underline{v} \times \underline{B}$ si ricava

$$[B] = \frac{[F]}{[q][v]} = \frac{N}{C \cdot m \cdot s^{-1}} = \frac{N}{A \cdot m} = \frac{Nm}{A \cdot m^2} = \frac{J}{A \cdot m^2} = \frac{Wb}{A \cdot m^2} = \frac{Vs}{m^2} \\ = \frac{Wb}{m^2} = T \text{ (Tesla)}$$

Infatti ricordiamo che

$$V = \frac{J}{C} = \frac{J}{As} = \frac{W}{A} \quad J = Nm \quad W = \frac{J}{s}$$

Inoltre,

$$[H] = \frac{[B]}{[\mu_0]} = \frac{Vs \cdot m^{-2}}{Vs \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}} = \frac{A}{m}$$

poiché le unità di μ si ricavano dalla

$$F = I_1 L B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{L}{r} I_1 I_2$$

e dalla definizione della unità di corrente (ampere)

$$2 \cdot 10^{-7} N = \frac{[\mu_0]}{2\pi} \frac{m}{m} A^2 \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$[\mu_0] = \frac{N}{A^2} = \frac{Nm}{A^2 \cdot m} = \frac{J}{A^2 \cdot m} = \frac{Js}{As \cdot Am} = \frac{Vs}{Am}$$

CGS

$$[B] = \frac{1 \text{ maxwell}}{cm^2} = 1 \text{ Gauss}$$

$$1 \text{ maxwell} = 10^{-8} Wb$$

$$[H] = 1 \text{ dyna / unità di polo} = 1 \text{ Oersted}$$

Nel vuoto $\underline{B} = \underline{H}$, ovvero $\mu_0 = 1$

Conversioni

$$1 T = 10^4 \text{ Gauss}$$

$$1 A/m = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ Oersted}$$

$$1 \gamma = 10^{-5} \text{ Oersted} = 1 mT = 10^{-8} \mu T = 10^{-9} T$$

In geofisica le unità SI non sono state (finora) molto usate in quanto troppo grandi e poiché descrivono i fenomeni magnetici come dovuti a correnti elettriche. Tuttavia rimangono ancora molto diffuse le unità cgs. Il campo magnetico terrestre ha un valore di circa 0.5 gauss e nelle prospezioni magnetiche si arriva a minime variazioni dell'ordine di 1γ o 1 nT .

Approssimazione magnetostatica

Essendo \underline{J} e $\frac{\partial \underline{D}}{\partial t}$ trascurabili per il campo magnetico terrestre (CMT), si può tentare di descrivere il campo magnetico in analogia con il campo elettrostatico:

Elettrostatica

$$\underline{\nabla} \times \underline{E} = 0$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{D} = 4\pi q$$

Magnetostatica

$$\underline{\nabla} \times \underline{H} = 0$$

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{B} = 0 \quad \leftarrow \text{NE!}$$

Al fatto che non esistono cariche magnetiche si ovvia pensando a due barre magnetiche (due dipoli) molto lunghe, che abbiano due poli lontanissimi e due vicini (trattabili quindi come "poli magnetici").

POTENZIALE MAGNETOSTATICO

In analogia alla legge di Coulomb possiamo definire come forza tra due poli d'intensità P_0 e P l'espressione

$$\underline{F} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{P_0 P}{r^2} \hat{r}$$

Convenzione sui segni dei poli: diciamo positivo il polo che è attratto verso il polo magnetico nord della Terra, negativo quello attratto verso il polo magnetico sud.

La forza risulta attrattiva se P_0 e P sono diversi, repulsiva se sono simili.

L'**induzione magnetica** è definita come forza per unità d'intensità di polo in un punto a distanza r da un polo di intensità P

$$\underline{B} = \frac{\underline{F}}{P_0} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{P}{r^2} \hat{r}$$

Da quest'espressione risulta che $[P] = \text{Am}$

In analogia con l'elettrostatica possiamo definire il **potenziale magnetostatico** come il lavoro svolto per portare un polo unitario da un punto del campo all'infinito. Il potenziale è in questo caso un concetto matematicamente utile, sebbene un po' ridondante, non esistendo poli magnetici!

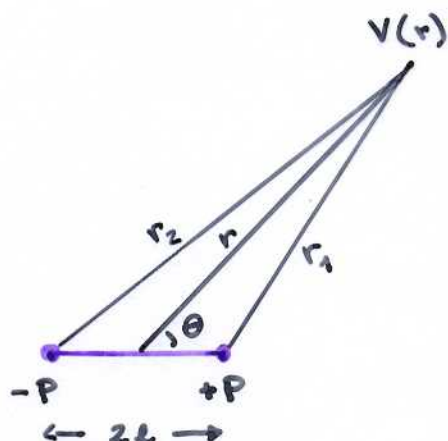
$$\begin{aligned} V(r) &= \int_r^\infty \frac{\underline{F}(\underline{r}') \cdot d\underline{r}'}{P_0} = \int_r^\infty \underline{B}(\underline{r}') \cdot d\underline{r}' \\ &= \int_r^\infty \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{P}{r'^2} dr' = \frac{\mu_0 P}{4\pi} \left[-\frac{1}{r'} \right]_r^\infty \\ &= \frac{\mu_0 P}{4\pi r} \end{aligned}$$

Ovviamente sarà

$$\underline{B}(\underline{r}) = -\underline{\nabla} V(r)$$

POTENZIALE DEL DIPOLO

L'entità fondamentale del magnetismo è il dipolo, per cui calcoliamoci il suo potenziale. Esso può essere calcolato sommando i potenziali relativi ai due poli



$$\begin{aligned} V(r) &= \frac{\mu_0 P}{4\pi r_1} - \frac{\mu_0 P}{4\pi r_2} \\ &= \frac{\mu_0 P}{4\pi} \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] \\ &= \frac{\mu_0 P}{4\pi} \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \end{aligned}$$

Per $r \gg 2l$ sarà

$$\begin{aligned} r_1 &\approx r - l \cos \theta \\ r_2 &\approx r + l \cos \theta \\ r_1 r_2 &\approx r^2 - l^2 \cos^2 \theta \approx r^2 \end{aligned}$$

Per cui

$$V(r) \approx \frac{\mu_0 P}{4\pi} \frac{2l \cos \theta}{r^2}$$

Definendo come **momento magnetico del dipolo** il prodotto

$$\underline{m} = 2Pl \hat{l}$$

con \hat{l} vettore diretto dal polo negativo al polo positivo, avremo che il potenziale del dipolo può essere espresso da

$$V(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \underline{m} \cdot \underline{r}$$

ovviamente

$$[m] = \text{Am}^2$$

Componenti del CMT

Le componenti (B_r, B_θ, B_λ nelle coordinate sferiche) del CMT dovuto al dipolo si possono calcolare dal potenziale magnetico

$$V(\underline{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\underline{m} \cdot \underline{r}}{r^3}$$

prendendone il gradiente. Il valore del momento di dipolo \underline{m} in la Terra è $7.94 \times 10^{22} \text{ A m}^2$. Assumendo che \underline{m} sia allineato lungo l'asse z negativo, avremo

$$V(\underline{r}) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m \cos \theta}{r^2}$$

La componente radiale B_r sarà data da

$$\begin{aligned} B_r(r, \theta, \lambda) &= -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\mu_0}{4\pi} m \cos \theta \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r^2} \right) \\ &= -\frac{2\mu_0 m \cos \theta}{4\pi r^3} \end{aligned}$$

La componente B_θ nella direzione θ sarà

$$\begin{aligned} B_\theta(r, \theta, \lambda) &= -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} \frac{\partial}{\partial \theta} (\cos \theta) \\ &= -\frac{\mu_0 m \sin \theta}{4\pi r^3} \end{aligned}$$

La componente B_λ è chiaramente nulla, non dipendendo $V(\underline{r})$ da λ

$$B_\lambda(r, \theta, \lambda) = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \lambda} = 0$$

l'intensità totale del CMT sarà

$$B(r, \theta, \lambda) = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3} \sqrt{4 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta}$$

lungo l'asse polare nord avremo ($\theta = 0$)

$$B_r = - \frac{\mu_0 m}{2\pi r^3} \quad B_\theta = 0$$

mentre all'equatore (geomagnetico) il campo sarà ($\theta = 90^\circ$)

$$B_r = 0 \quad B_\theta = - \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}$$

lungo l'asse polare sud infine sarà ($\theta = 180^\circ$)

$$B_r = \frac{\mu_0 m}{2\pi r^3} \quad B_\theta = 0$$

Le componenti del campo magnetico alla superficie terrestre ($r = a$) si possono esprimere come

$$B_r(a, \theta, \lambda) = -2B_0 \cos \theta$$

$$B_\theta(a, \theta, \lambda) = -B_0 \sin \theta$$

ove la costante B_0 è il valore equatoriale del campo dovuto al dipolo migliore

$$B_0 = \frac{\mu_0 m}{4\pi a^3} \approx 3.03 \times 10^{-5} \text{ T}$$

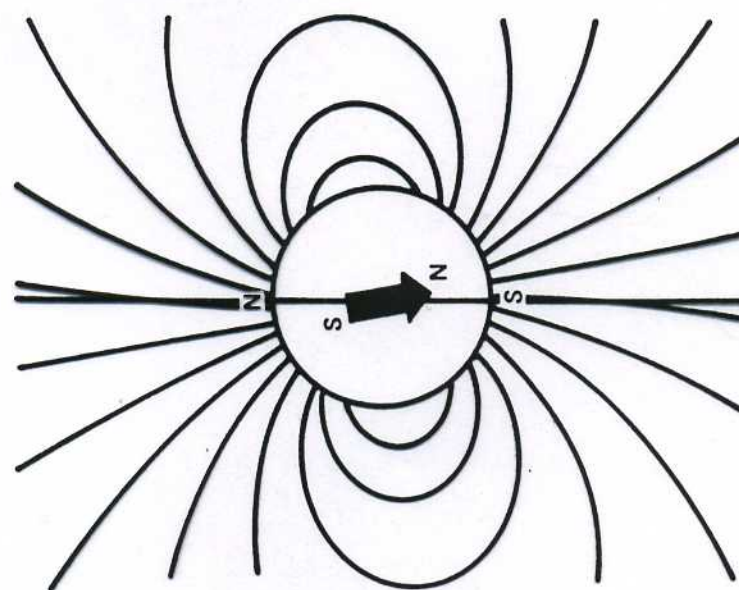
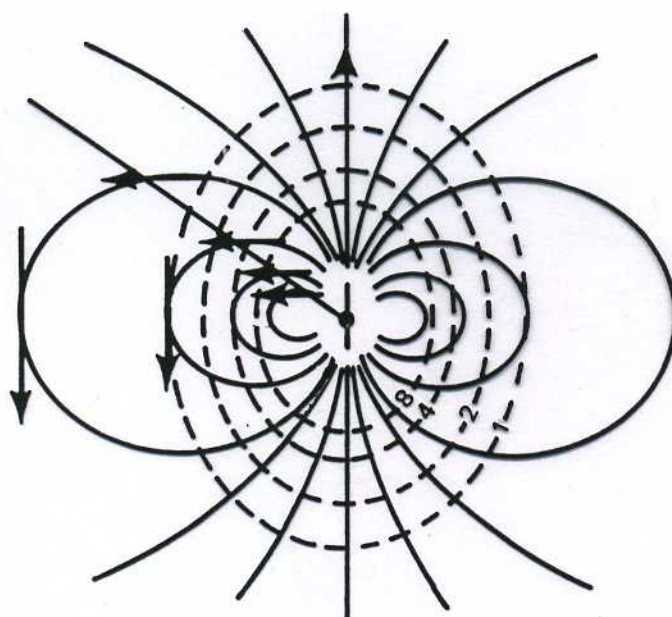


Figure 2.



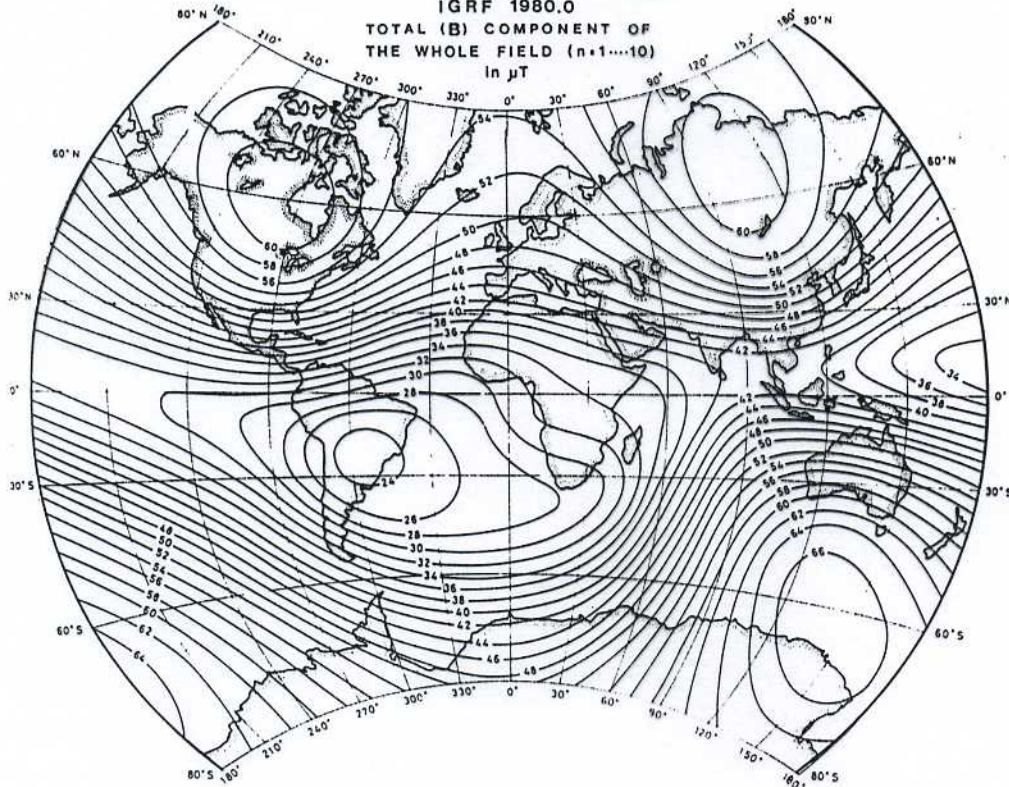
LINES OF FLUX (—) AND
LINES OF EQUAL INTENSITY (---)
FOR A DIPOLE

Figure 18.

(a) EARTH'S MAGNETIC FIELD

IGRF 1980.0

TOTAL (B) COMPONENT OF
THE WHOLE FIELD (n=1...10)
In μT

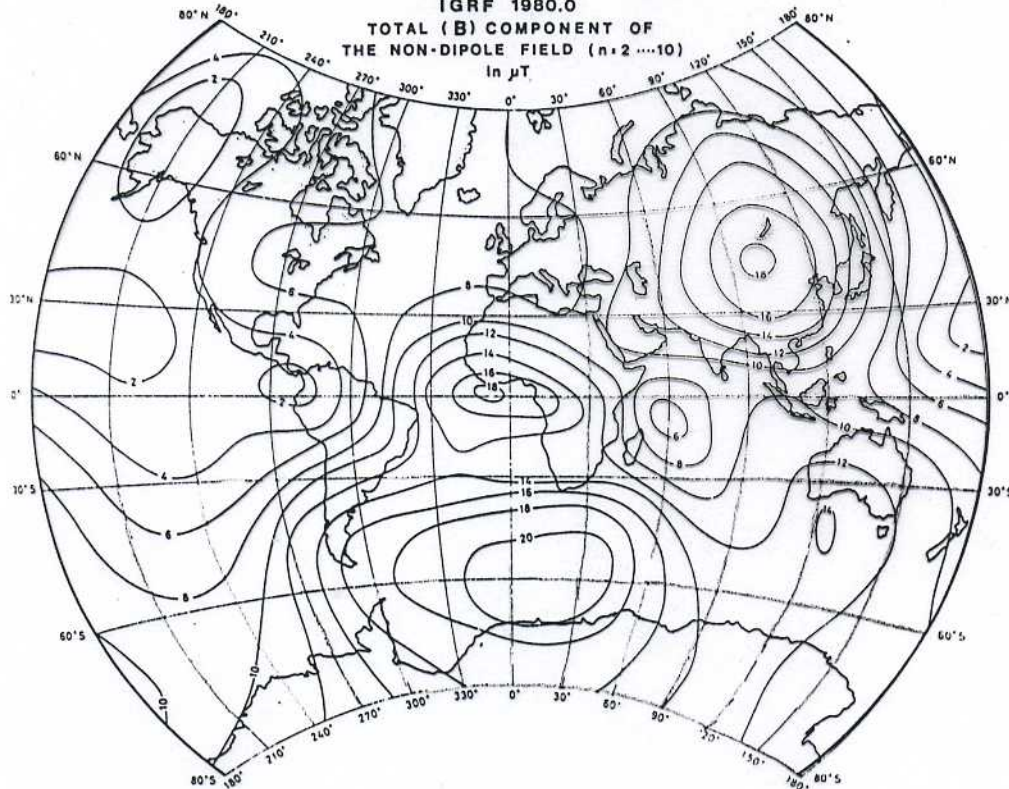


Intensità del
CMT in μT

(b) EARTH'S MAGNETIC FIELD

IGRF 1980.0

TOTAL (B) COMPONENT OF
THE NON-DIPOLE FIELD (n=2...10)
In μT



Intensità del
campo nondipolare
in μT

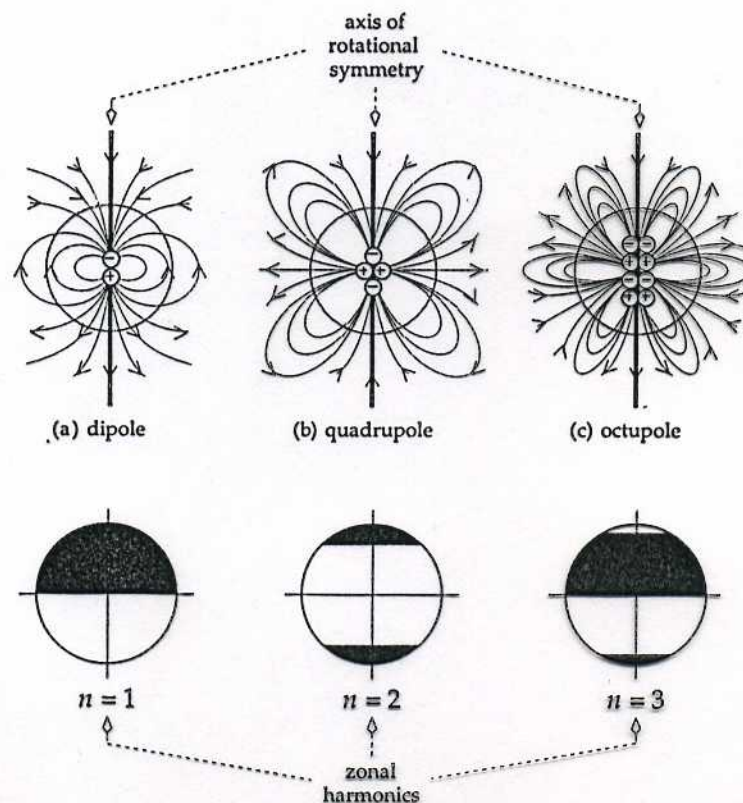


Fig. 5.32 Axial cross-sections showing the field-line geometries of (a) dipole, (b) quadrupole and (c) octupole fields; each field is rotationally symmetrical about the axis of the configuration. The corresponding zonal spherical harmonics are illustrated symbolically by shading the alternate zones in which magnetic field lines leave or return to the surface of a sphere.

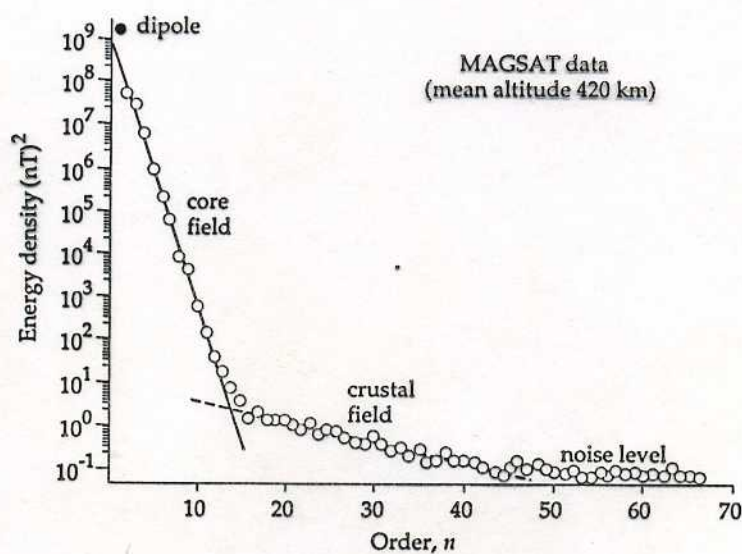


Fig. 5.33 The energy density spectrum derived from measurements of the geomagnetic field made by the MAGSAT Earth-orbiting satellite (after Cain, 1989).

CAMPO MAGNETICO TERRESTRE

Così come il campo gravitazionale viene descritto tramite il potenziale gravitazionale $U(r)$, il campo magnetico terrestre (CMT) si determina mediante la scomposizione del potenziale magnetico in funzioni sferiche

$$V = a \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} P_n^m(\cos\theta) \{ g_n^m \cos m\lambda + h_n^m \sin m\lambda \}$$

ove a è il raggio della Terra, r la distanza dal centro della Terra, θ è misurata dall'origine delle coordinate sferiche θ, λ . g_n^m ed h_n^m sono i **coefficienti di Gauss** misurati nelle stesse unità del campo magnetico (Gauss = Tesla).

I coefficienti g_1^0, g_1^1, h_1^1 dominano sugli altri e danno l'intensità del campo di dipolo all'equatore magnetico

$$B_0 = [(g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2]^{1/2}$$

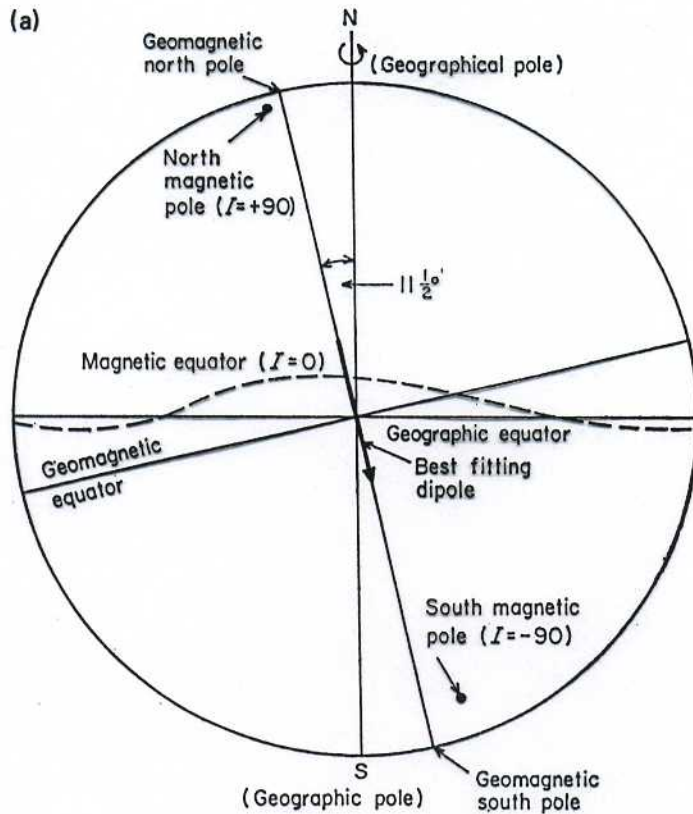
e la direzione del dipolo (angoli θ_0 e λ_0):

$$\tan \theta_0 = \frac{[(g_1^1)^2 + (h_1^1)^2]^{1/2}}{g_1^0} \quad \tan \lambda_0 = \frac{h_1^1}{g_1^1}$$

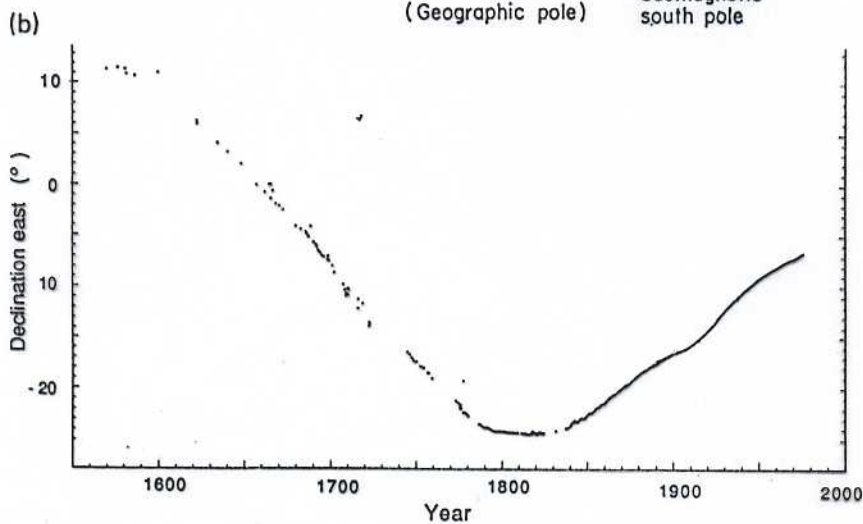
Il valore di B_0 secondo il modello internazionale di riferimento del campo magnetico (IGRF) del 1995 è

$$B_0 = 30,438 \text{ mT}$$

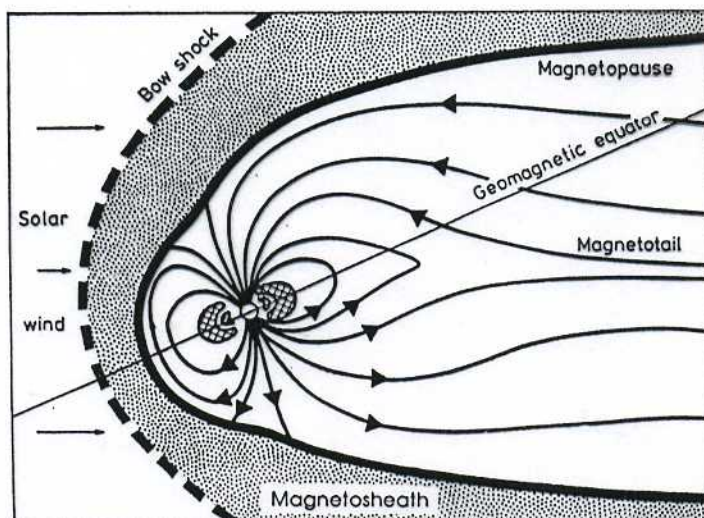
I punti in cui l'asse del dipolo attraversa la superficie terrestre si dicono **poli geomagnetici**. Essi si trovano ora a $79^\circ \text{N}, 71^\circ \text{W}$ e $79^\circ \text{S}, 109^\circ \text{E}$. L'asse del dipolo forma con l'asse di rotazione della Terra un angolo di 11.5° . La differenza tra il CMT e quello del miglior dipolo si dice **campo nondipolare**.



Concetti di polo
geografico,
geomagnetico
e magnetico
ed equatore
geografico,
geomagnetico
e magnetico



Variazione della
declinazione
magnetica a
Londra negli
ultimi 400 anni.



Il CMT a grandi
distanze dalla
Terra è controllato
principalmente
dal vento solare

È detto **equatore geomagnetico** l'equatore corrispondente all'asse del miglior dipolo.

I punti in cui le CMT è verticale (senza componenti orizzontali) sono detti **poli magnetici** e la loro attuale posizione è a 76°N , 101°W per il polo nord e a 66°S , 141°E per il polo sud.

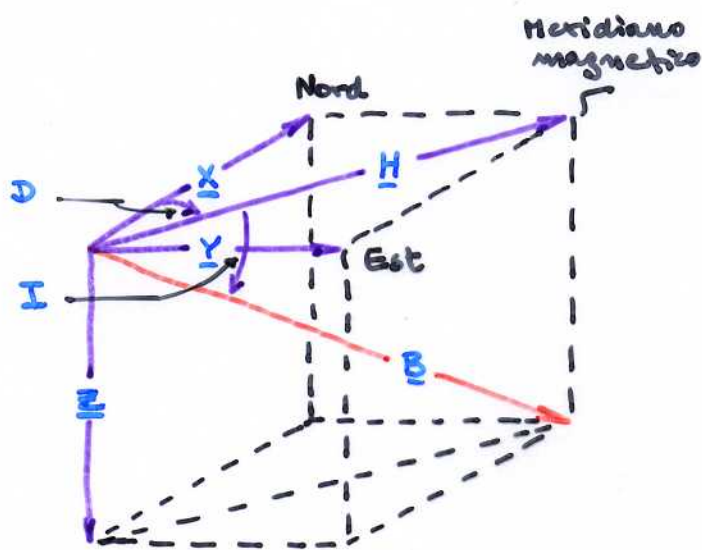
È detta **equatore magnetico** la linea lungo la quale le CMT è totalmente orizzontale (senza componente verticale).

Se le CMT fosse esattamente quello di un dipolo d'equatore ed i poli magnetici coinciderebbero con quelli geomagnetici.

A grandi distanze dalla superficie terrestre le CMT è condizionato essenzialmente dal Sole. Il **vento solare**, un flusso costante di particelle ionizzate emesse dal Sole, confina le CMT ad una regione detta **magnetosfera**. Il confine della magnetosfera si estende per circa 10 raggi terrestri verso il sole, mentre dal lato opposto è deformata e forma una **coda magnetica** che si estende per almeno 30 raggi terrestri. Tra il confine della magnetosfera e l'onda d'urto del vento solare c'è una zona ad alta turbolenza magnetica.

Le **fascie di Van Allen** sono zone in cui le particelle cariche sono intrappolate dal CMT. Il CMT pertanto schermava la Terra dal grosso della radiazione incidente, la maggior parte del resto viene assorbito dall'atmosfera.

Elementi magnetici



In ogni punto della Terra un ago magnetico libero di ruotare in ogni direzione assumerà una posizione determinata dalla direzione del CMT nel punto. Il campo risulta completamente definito dall'intensità B , dalla

inclinazione I rispetto al piano orizzontale e dalla declinazione D rispetto al nord geografico.

Si possono definire altre quantità con cui descrivere il campo: la componente orizzontale H , la componente verticale Z , la componente nord X e la componente est Y .

Le quantità B, H, Z, X, Y, D, I sono dette **elementi magnetici**. Essi sono connessi tra di loro dalle relazioni

$$H = B \cos I$$

$$Z = B \sin I = H \tan I$$

$$X = H \cos D$$

$$Y = H \sin D$$

$$H^2 = X^2 + Y^2$$

$$B^2 = H^2 + Z^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$$

Per un dipolo

$$Z = -B_r(a, \theta, \lambda)$$

$$H = |B_\theta(a, \theta, \lambda)|$$

$$\tan I = Z/H = \frac{2 \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \cot \theta = 2 \tan \varphi$$

VARIAZIONI TEMPORALI DEL CMT ESTERNO

L'1% del CMT ha origini esterne e può essere associato a correnti elettriche negli strati ionizzati dell'atmosfera. Le sue variazioni nel tempo sono molto più rapide di quelle del campo principale.

- (i) **Ciclo di ~ 11 anni** correlato con l'attività delle macchie solari.
- (ii) **Variazioni solari diurne**, periodo ~ 24 ore, intensità ~ 30/50 γ , dovute all'interazione sole-ionosfera.
- (iii) **Variazioni lunari diurne**, periodo ~ 25 ore, intensità ~ 2 γ , dovute all'interazione luna-ionosfera.
- (iv) **Pulsazioni magnetiche**, intensità 5-10 γ di durata da 0.01 s a ~ 10 minuti.
- (v) **Tempeste magnetiche**, periodo ~ 27 giorni, però in genere non prevedibili, intensità fino a ~ 1000 γ possono durare più giorni. Le prospezioni magnetiche vanno sospese!

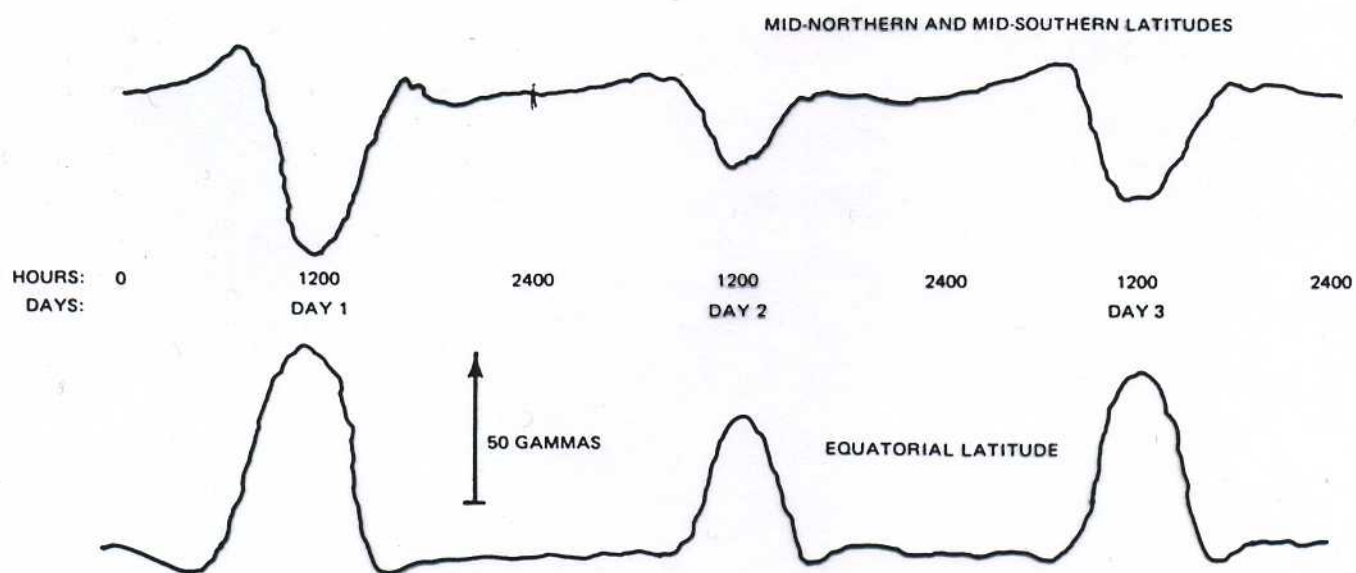


Figure 5. Typical Diurnal Variations in Total Field Intensity

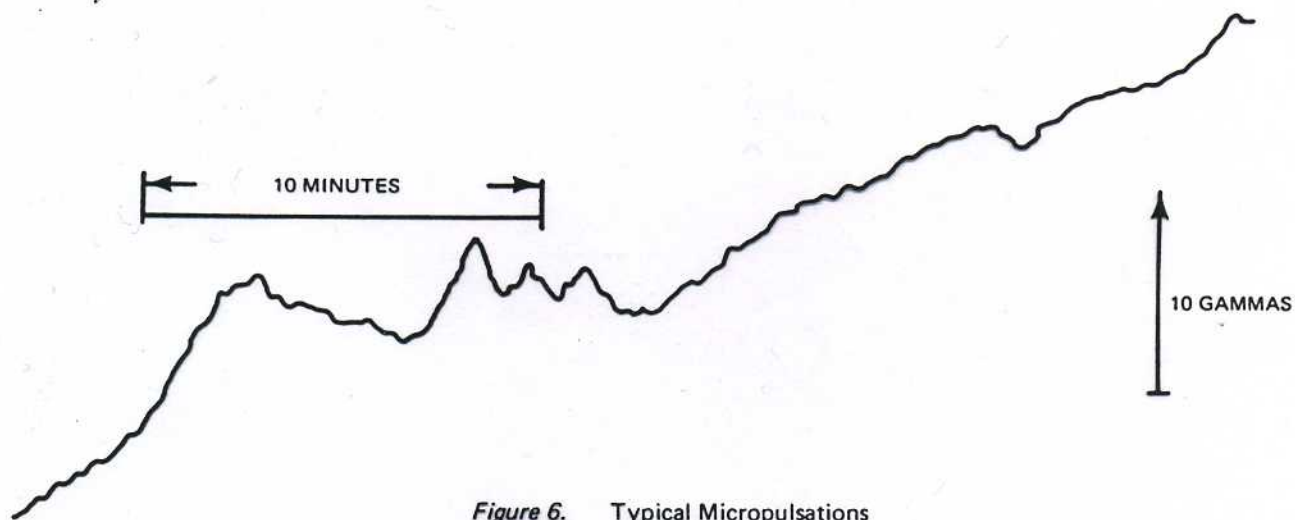


Figure 6. Typical Micropulsations

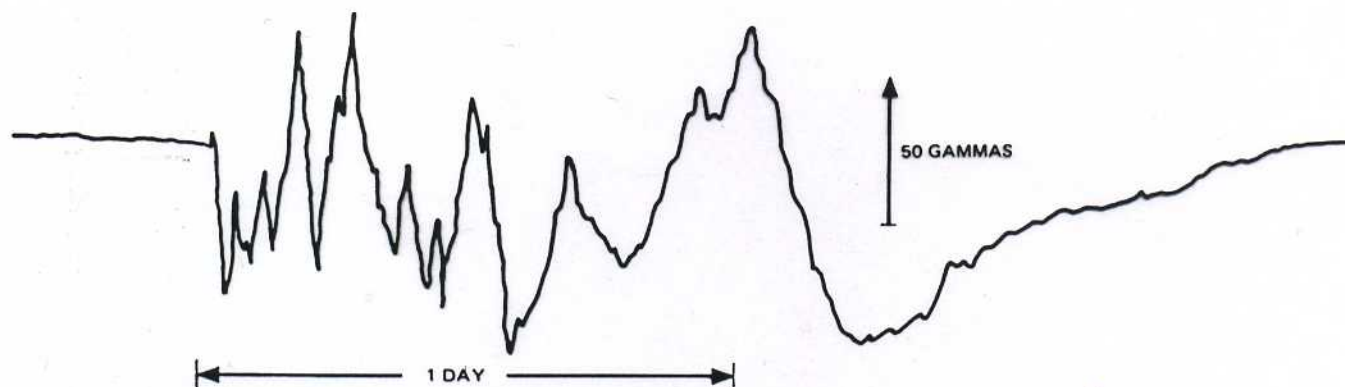


Figure 7. Typical Magnetic Storm

VARIAZIONI SECOLARI DEL CMT

La variazione secolare del CMT denota il cambio graduale nel tempo (da mesi a migliaia di anni) del CMT.

E' ben nota la variazione dell' inclinazione e della declinazione magnetica a Londra negli ultimi 400 anni. Anche l'intensità del campo varia ($\approx 100 \text{ nT/anno}$).

Si osserva inoltre una deriva verso l'occidente del campo nondipolare, che si può spiegare con piccole differenze nel tasso di rotazione medio tra il mantello ed il nucleo esterno. Infatti la parte nondipolare del campo è dovuta alle correnti convettive nel nucleo esterno liquido. Essi però potrebbero essere dovuti anche alla propagazione di onde nel nucleo esterno.

Inoltre anche il campo del dipolo cambia nel tempo sia in orientazione che in intensità.

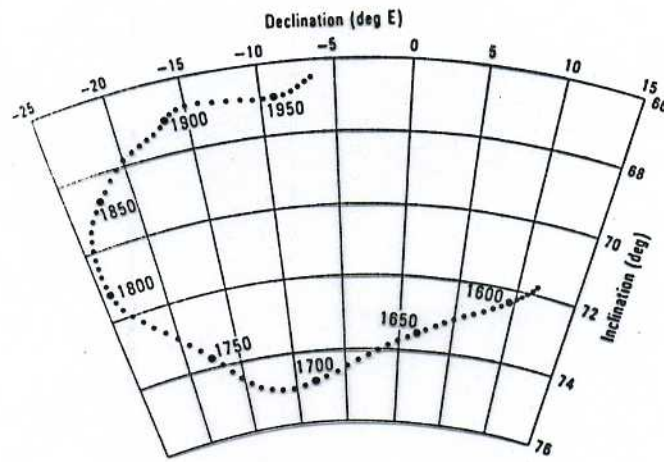


FIGURE 1. Direction of the Earth's magnetic field at Greenwich, London, interpolated at 5-yearly intervals using cubic spline fits to declination and inclination observations made at, or in the vicinity of Greenwich. (After Malin and Bullard, 1981)

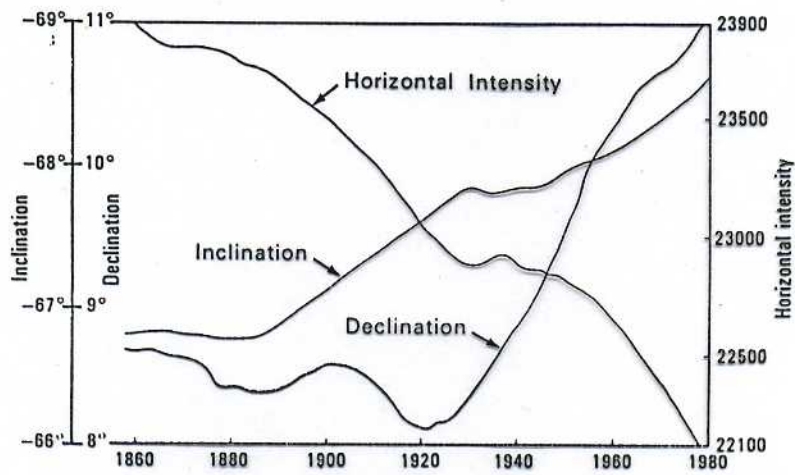


FIGURE 2. Secular variation at Toolangi magnetic observatory, including data from Melbourne corrected to Toolangi. (After Parkinson, 1983)

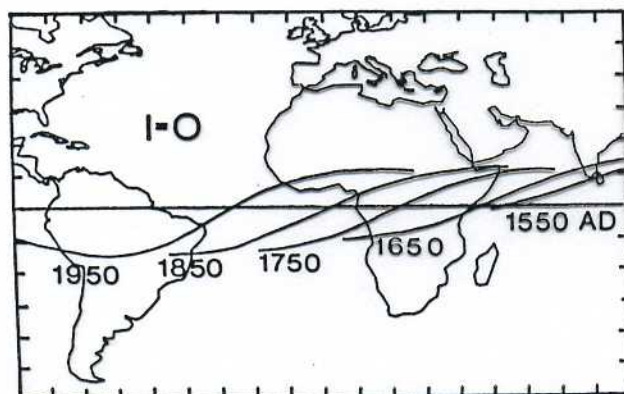


FIGURE 2. Locations of the magnetic equator at 100-year intervals between A.D. 1550 and A.D. 1950.

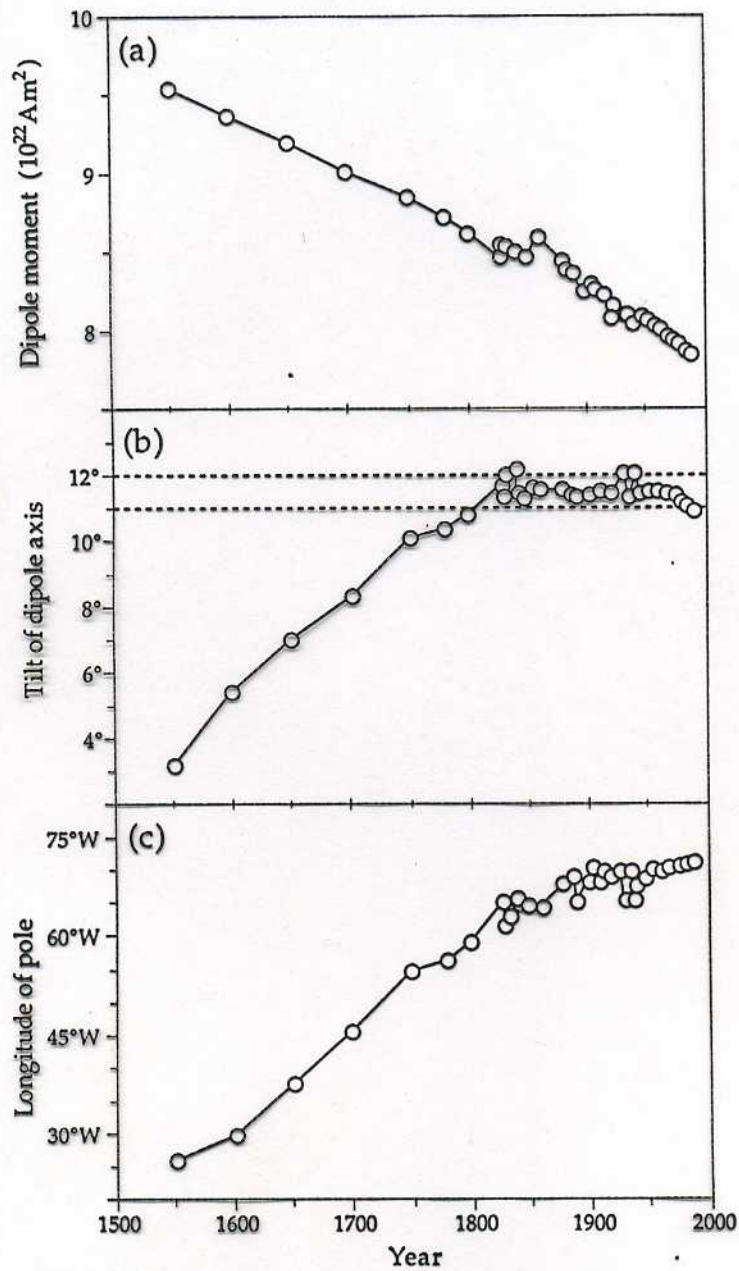


Fig. 5.36 Secular variations of the tilted geomagnetic centered dipole from 1550 A.D. to 1990 A.D. (a) Decrease of dipole moment; (b) slow changes of the tilt of the dipole axis relative to the rotation axis, and (c) longitude variation indicating westward drift of the geomagnetic poles (after Barton, 1989).

1980.0

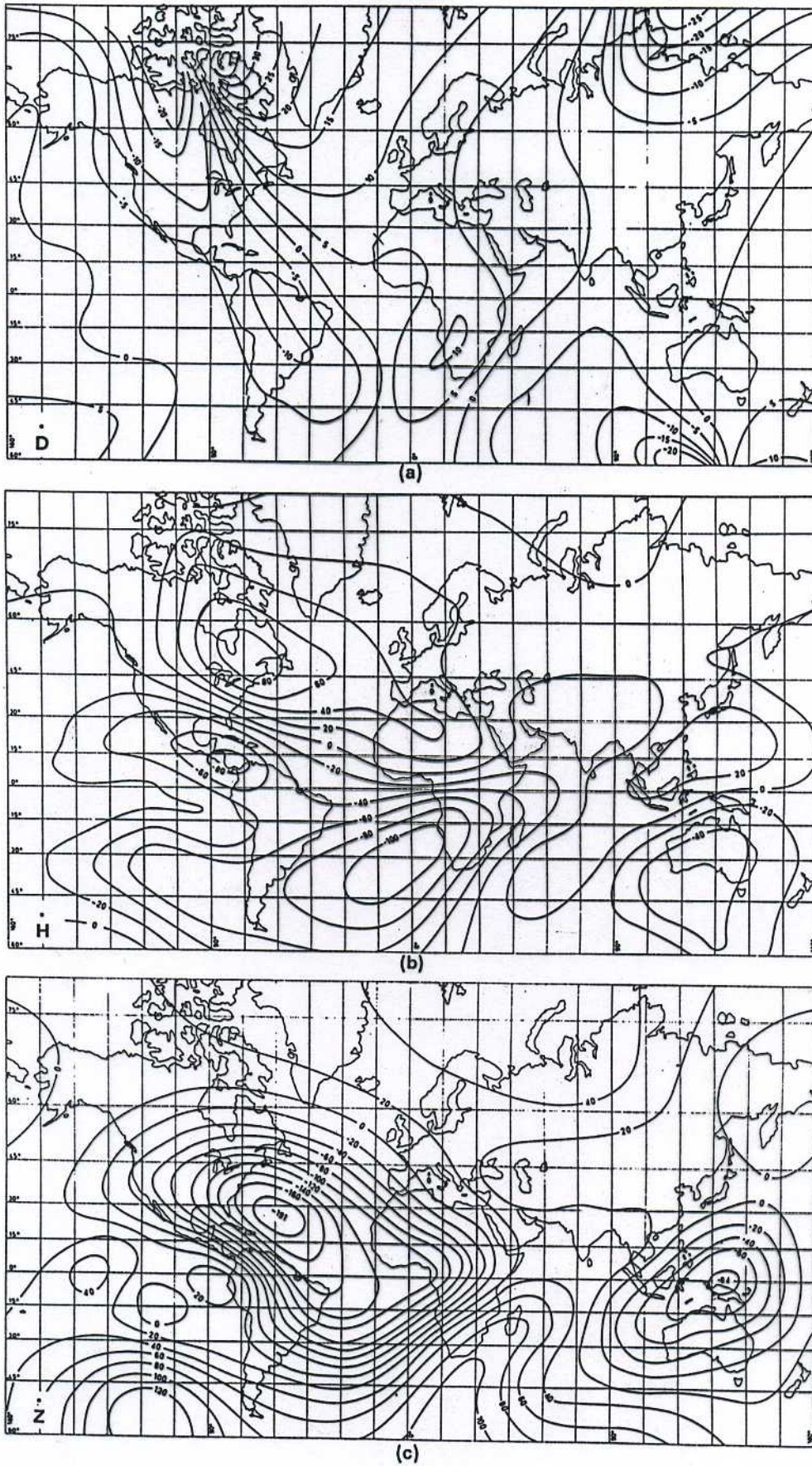


FIGURE 3. Secular variation of (a) declination, (b) horizontal intensity, and (c) vertical intensity for epoch 1980.0, based on the world magnetic chart model of Barker et al., 1981. Declination and intensity contour intervals are 5 minutes of arc per year and 20 nT yr⁻¹ respectively. (After Parkinson, 1983)

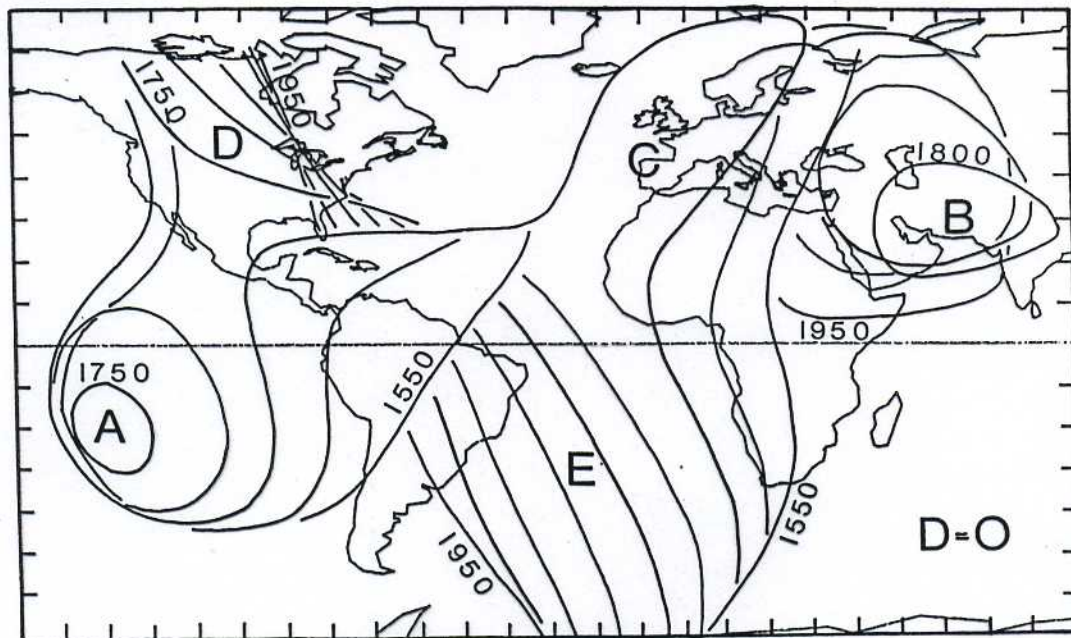


FIGURE 1. Locations of the zero declination line at 50-year intervals between A.D. 1550 and A.D. 1950 for selected regions to illustrate steady westward drift (E), eastward and no drift (D), the appearance of new magnetic features (B) and their disappearance (A and C).

GEOMAGNETIC SECULAR VARIATION: DIRECTION AND INTENSITY

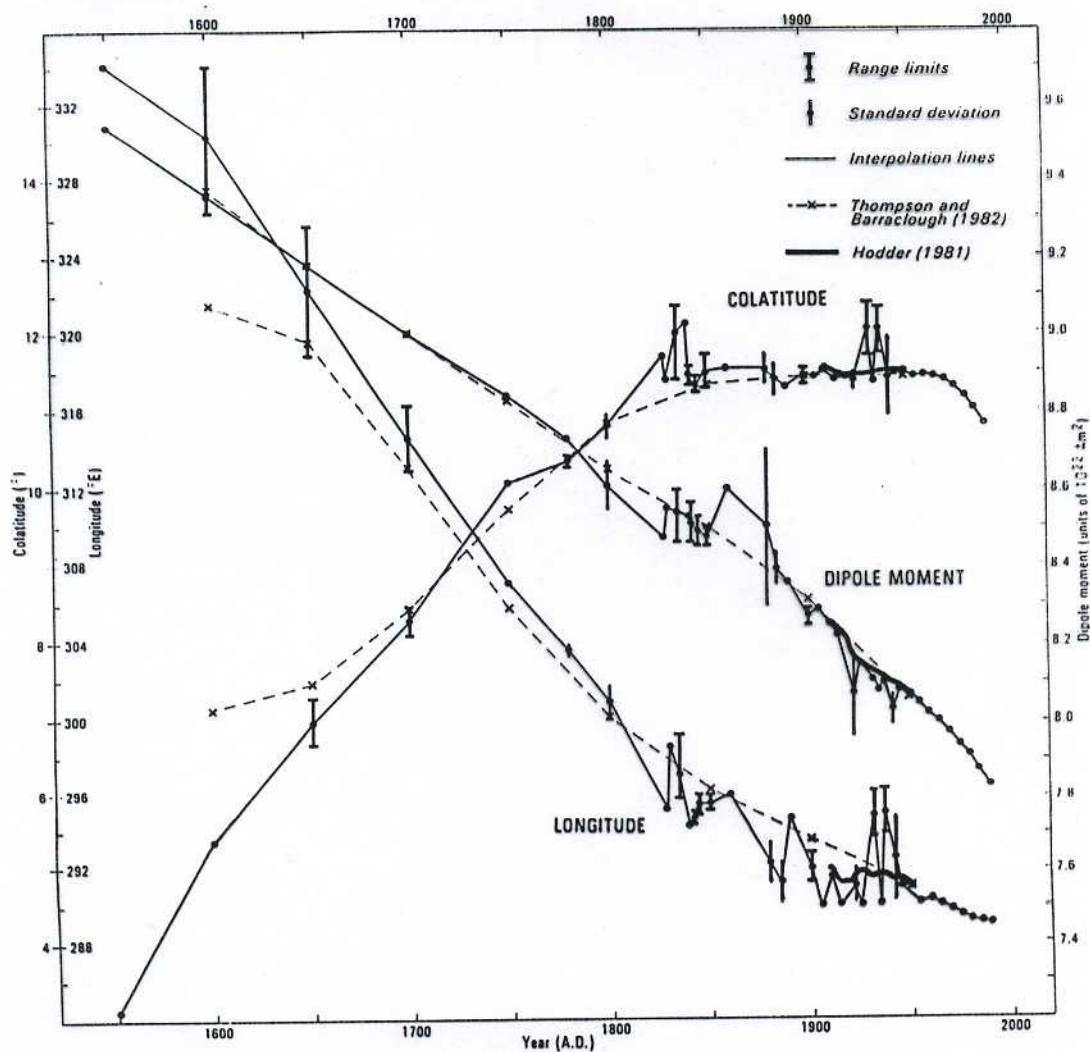


FIGURE 10. Secular variation of the geomagnetic dipole, based on mean values of spherical harmonic analyses (Table 2). Colatitude and longitude are for the north geomagnetic pole. Data for epochs 1770 and 1820 are omitted. Error bars with squared ends denote range limits; plain error bars denote standard deviations (5 or more values).

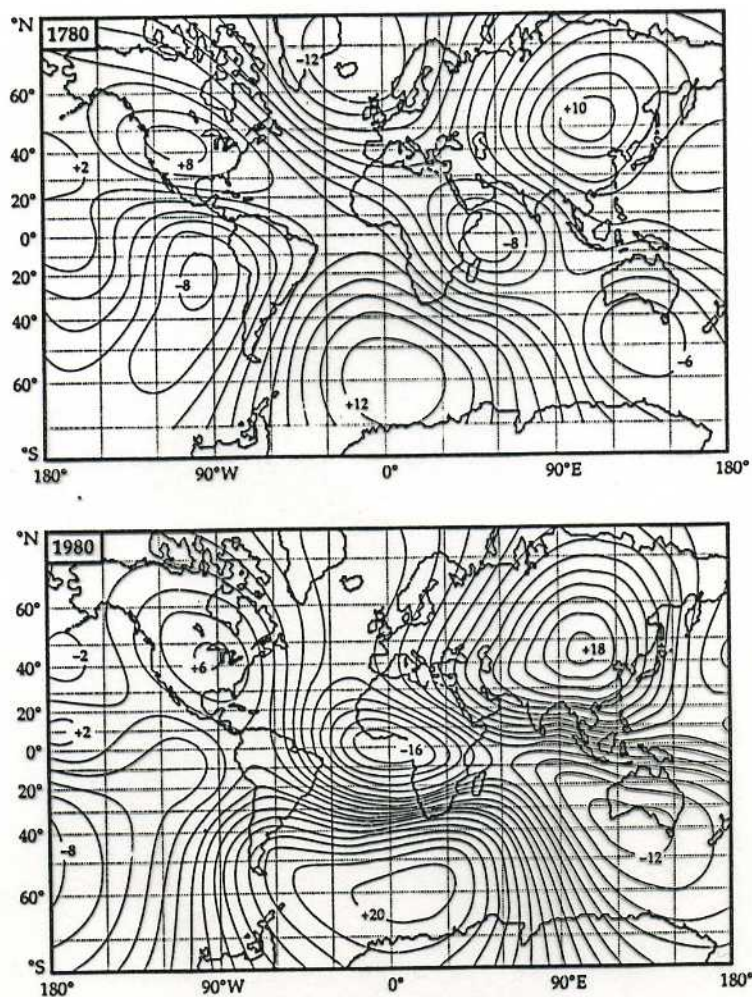


Fig. 5.35 The non-dipole magnetic field for the years 1780 A.D. (after Yukutake and Tachinaka, 1968) and 1980 A.D. (after Barton, 1989).

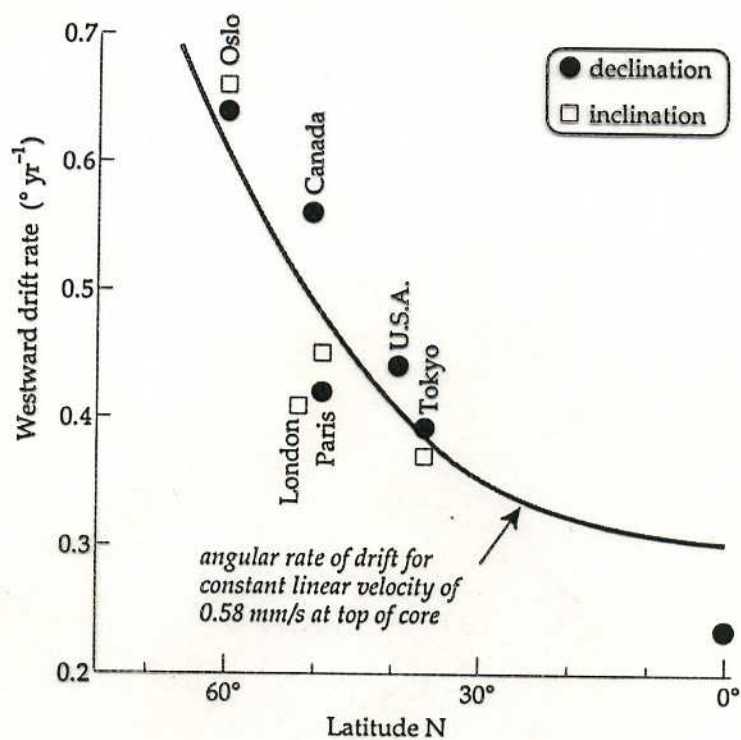


Fig. 5.37 The variation with latitude of average westward drift rates estimated from inclination and declination observations at geomagnetic observatories in the northern hemisphere. The curve gives the angular rotation rate at the surface of the core for a linear velocity of 0.058 cm s^{-1} (after Yukutake, 1967).

ORIGINI CMT

- In prima approssimazione il CMT è quello dovuto ad una sfera uniformemente magnetizzata o ad un dipolo.
- In teoria le cause possono essere interne od esterne, dovute ad una magnetizzazione permanente o a correnti attraverso la superficie terrestre.
- Un'analisi in armoniche sferiche del campo magnetico in superficie indica che
99% è di origine interna, 1% di origine esterna

Ipotesi

- (i) Rotazione della Terra → magnetizzazione risultante troppo piccola
- (ii) Rotazione di cariche elettriche → gradienti di potenziale troppo elevati
- (iii) Terra magnetizzata uniformemente → valori di I troppo grandi per le rocce superficiali
- (iv) Magnetizzazione permanente in profondità → temperature troppo elevate (~2000°) all'interno

Teoria presente

È dovuto alla circolazione di correnti elettriche nel nucleo esterno liquido (Fe, Ni). Teoria della **dinamo autoeccitante**: il moto dei fluidi conduttivi (energia termica → radioattività) genera correnti elettriche che mantengono il campo magnetico...

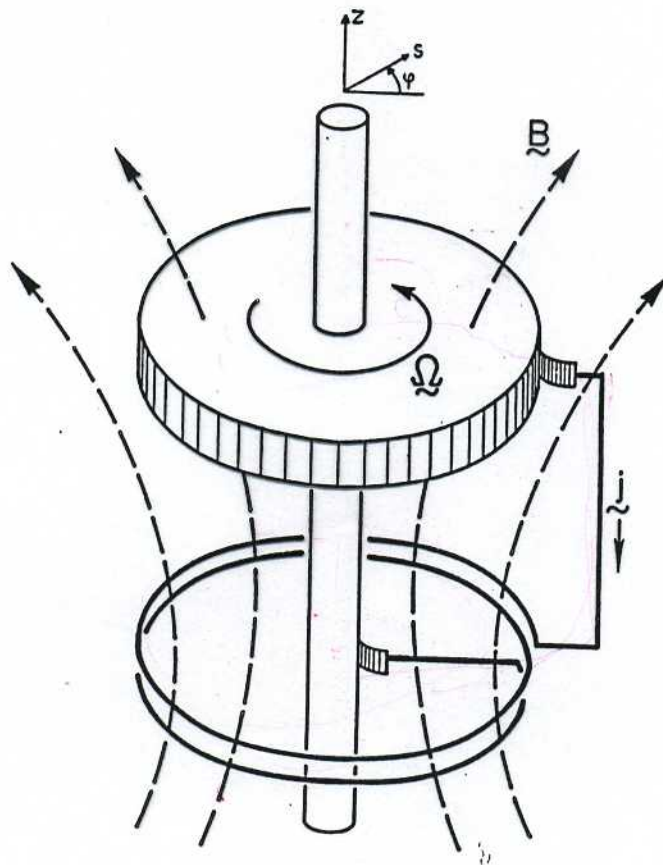


FIGURE 1. Sketch of a disk dynamo.

SCHEMATIZZAZIONE DI UNA DINAMO
AUTOECCITANTE

Origine del campo magnetico terrestre

L'analisi dei coefficienti di Gauss e quella delle lunghezze d'onda del campo non dipolare ci indica che il campo principale ha origini nel nucleo esterno fluido della Terra, composto prevalentemente da ferro liquido, in misura di qualche percento da nichel e fino ad un 10% di elementi non metallici (silicio, zolfo, ossigeno). I parametri importanti per la generazione del campo magnetico sono la temperatura (stimata in più di 3000 °C), la viscosità (inferiore a 10^9 poise) e la conducibilità elettrica (stimata circa $3\text{-}5 \times 10^5 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$).

Si pensa che il campo magnetico principale della Terra sia dovuto a correnti elettriche nel nucleo conduttivo. Sebbene il nucleo sia un buon conduttore il sistema di correnti elettriche perde in continuazione energia tramite dissipazione ohmica. L'energia elettrica dissipata si tramuta in calore e contribuisce all'equilibrio termico del nucleo. Le equazioni elettromagnetiche dimostrano che nel nucleo una corrente elettrica decadrebbe a zero in un tempo dell'ordine di 10^4 anni, se la corrente non fosse sostenuta. Da evidenze paleomagnetiche però sappiamo che un campo geomagnetico esiste da età precambriane, cioè per almeno 10^9 anni. Il campo pertanto deve essere rigenerato o mantenuto. Il processo alla base viene denominato dinamo autoinduttiva (DI).

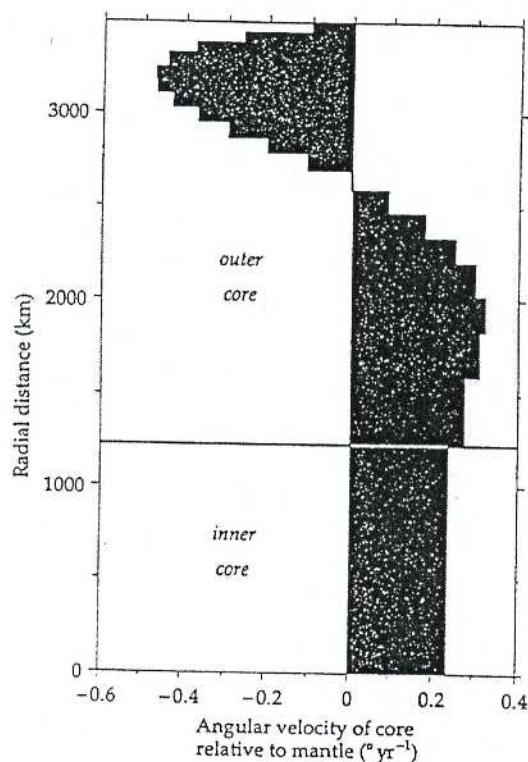
Una particella carica che si muove attraverso un campo magnetico risente di una forza magnetica che la deflette e che risulta proporzionale sia al campo induzione magnetica B che alla velocità della particella. La forza agisce in direzione normale sia a B che a v . Questo campo, detto di Lorentz, dipende dalla velocità del moto del fluido conduttore relativamente alle linee di forza del campo magnetico. Includendo questo termine nelle equazioni di Maxwell, si ottiene un'equazione magnetoidrodinamica che lega il campo B alla velocità v del fluido conduttore e alla sua conduttività σ :

$$\partial \mathbf{B} / \partial t = (\mu_0 \sigma)^{-1} \nabla^2 \mathbf{B} + \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

La variazione del flusso magnetico nel tempo è determinato da due fattori. Il primo termine a sinistra dell'equazione dipende inversamente dalla conduttività elettrica e determina il decadimento del campo in assenza di un potenziale generatore. Quanto più buono è il conduttore, tanto più piccolo risulta questo termine. Il secondo termine a sinistra è il termine generatore (dinamo) che dipende dal campo di Lorentz. Essendo la conduttività del nucleo esterno relativamente alta e per velocità del fluido di circa 1mm s^{-1} il termine generatore eccede di gran lunga il termine di diffusione. In queste condizioni le linee del campo magnetico nel nucleo sono trascinate assieme al flusso del conduttore. Questo concetto, chiamato teorema del flusso gelato (frozen-flux theorem), è

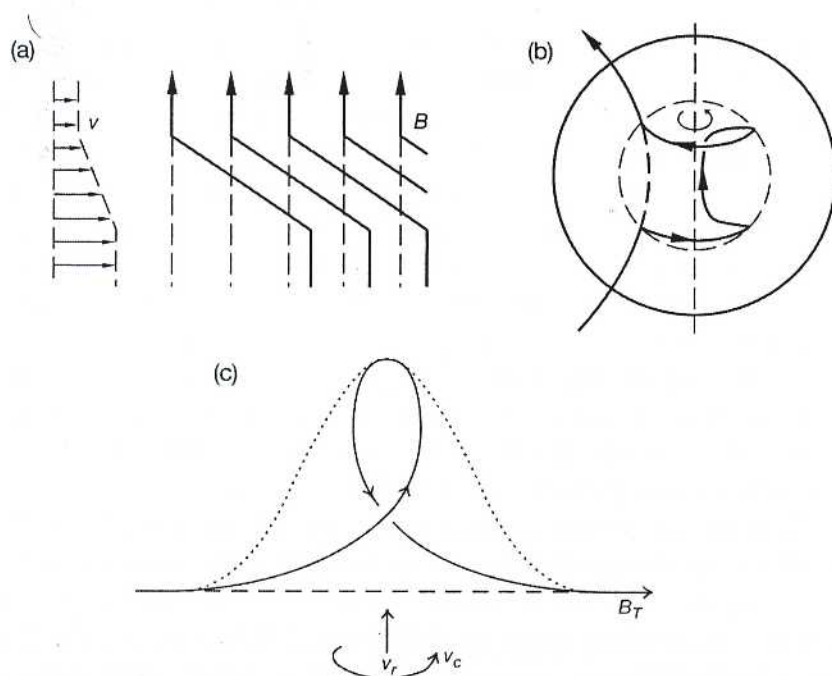
essenziale per la teoria della dinamo autoeccitante. In altre parole il campo é congelato nella materia (teorema di Alfven). La soluzione del problema della dinamo autoeccitante risulta difficile poichè bisogna risolvere simultaneamente le equazioni di Maxwell con il termine del campo di Lorentz, l'equazione di Navier-Stokes per il moto di un fluido, l'equazione di Poisson per il potenziale gravitazionale e l'equazione generale del flusso di calore.

Esaminiamo più in dettaglio lo schema fisico generale per la nascita ed il mantenimento di un campo magnetico nel nucleo liquido conduttore della Terra. La deriva occidentale del campo non dipolare del campo magnetico terrestre testimonia dell'esistenza negli strati esterni del nucleo di flussi longitudinali che si spostano rispetto al mantello con velocità di $\sim 1 \text{ mm s}^{-1}$. Pertanto si può supporre che il nucleo liquido, a differenza del mantello della Terra, non ruoti come un tutt'uno attorno all'asse terrestre con velocità angolare assegnata Ω , ma si trovi in uno stato di rotazione differenziale, per cui vari strati del nucleo ruotano a differenti velocità. La rotazione differenziale del nucleo é una conseguenza naturale dei flussi convettivi nel nucleo.



La rotazione differenziale del nucleo esterno fluido

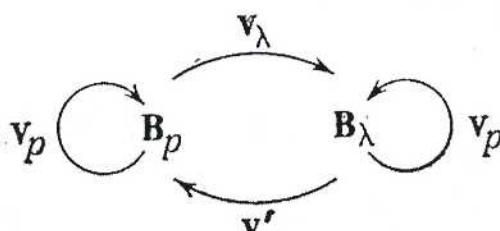
Il campo di velocità del fluido consiste in una componente radiale ed una rotazionale. In un fluido convettivo le particelle più leggere del liquido in presenza di un campo di gravità si spostano in alto lungo il raggio, mentre quelle più pesanti si spostano verso il basso. Per il fatto che le particelle in moto conservano il loro momento della quantità di moto rispetto all'asse della rotazione della Terra, quelle che vanno su rallentano rispetto agli strati di liquido in cui esse arrivano, mentre le particelle più pesanti, che si spostano verso il nucleo interno, diventano più veloci. Di conseguenza, gli strati più esterni del nucleo subiscono un rallentamento, che noi osserviamo come deriva occidentale, mentre gli strati più interni subiscono un'accelerazione – deriva orientale – che però non viene osservata causa la schermatura da parte degli strati esterni.



Fisica di base del meccanismo della dinamo. (a) Una variazione di velocità perpendicolare ad un campo magnetico in un fluido conduttore deforma ed intensifica il campo. L'intensità del campo è rappresentata dalla vicinanza delle linee del campo. (b) La rotazione differenziale tra le parti profonde e meno profonde del nucleo produce un campo toroidale nella parte di variazione di velocità. (c) Un campo toroidale B_T è creato da una convezione verticale (velocità v_r). In assenza di rotazione produrrebbe la linea punteggiata, la forza di Coriolis invece dà al fluido un moto elicoidale con componente rotazionale v_c .

I campi che raggiungono la superficie terrestre si chiamano poloidali (o meridiani) poichè le loro linee di forza giacciono nei piani meridiani e vengono denotati con B_p – sono quelli che osserviamo in superficie e nello spazio circumterrestre. L'esistenza nel nucleo di una rotazione differenziale modifica in modo sostanziale il campo poloidale e lo trasforma, causa il trascinamento delle linee di forza del campo magnetico, in un campo toroidale B_λ , cioè in un campo in cui le linee di forza sono allungate longitudinalmente e formano cerchi e spirali longitudinali. La rotazione differenziale pertanto distrugge molto efficacemente il campo B_p trasformandolo in forte campo toroidale B_λ non osservabile.

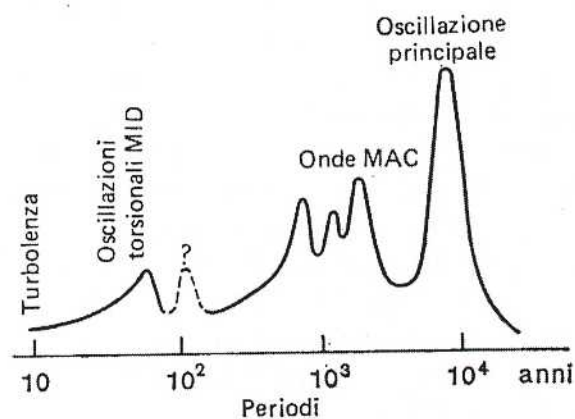
Come nasce allora il campo B_p ? Secondo il teorema di Cowling i flussi a simmetria assiale non possono generare una DI stazionaria. Tali flussi trasformeranno i campi B_λ in se stessi. Un meccanismo fisico universale che viola il quadro dei flussi a simmetria assiale sono le onde magnetoidrodinamiche, dovute all'instabilità della convenzione simmetrica nel nucleo. Tali onde sono state denominate MAC, perchè in esse risultano equilibrate le forze magnetiche, di Archimede e di Coriolis, le tre forze principali della magnetoidrodinamica. Il campo di velocità delle onde MAC crea le velocità generatrici v' , di componente radiale, che "estraggono" il campo B_p dal campo B_λ chiudendo il ciclo di autoinduzione della DI della Terra. Il campo magnetico B' relativo alle velocità generatrici v' è un campo non stazionario che fa deviare l'asse del dipolo magnetico da quello della rotazione della Terra di 11.5° e spiega anche molte particolarità delle variazioni secolari.



Schema generale del funzionamento di una DI con autoinduttanza.

Lo schema si legge nel seguente modo. Il campo di velocità v_λ estrae dal campo B_p il campo B_λ . Il campo delle velocità generatrici v' estrae dal campo B_λ il campo B_p chiudendo il ciclo di DI autoeccitata. Il campo delle velocità poloidali v_p funziona "a vuoto" trasformando B_λ in B_λ e B_p in B_p .

Le irregolarità nel moto dei fluidi nel nucleo esterno terrestre, forse dovute all'interazione con la topografia irregolare della discontinuità mantello-nucleo, sono alla base dell'origine del campo non dipolare. La distribuzione di anomalie del campo positive e negative sono state modellate con dipoli radiali orientati verso l'interno o esterno e posti nel nucleo a circa un quarto del raggio terrestre. Si presume che ogni dipolo sia causato da un anello di corrente toroidale parallelo alla superficie del nucleo. Pertanto un dipolo centrato assiale e otto dipoli radiali ausiliari rappresentano adeguatamente il campo magnetico osservato sulla superficie terrestre. Le variazioni secolari in un sito sono associate al passaggio di un dipolo radiale sotto il sito.



Spettro delle oscillazioni magnetoidrodinamiche nel nucleo terrestre

La DI della Terra é un sistema complesso di oscillazioni proprie che può essere caratterizzato da un certo spettro di oscillazioni che però presenta tre frequenze caratteristiche tra loro notevolmente diverse:

- 1) una frequenza fondamentale corrispondente ad un periodo di circa 7500 anni legate alle oscillazioni del campo geomagnetico medio (dipolo assiale);
- 2) una serie di oscillazioni di frequenza "media" sui 1000 anni (periodo della deriva occidentale) associati alle onde MAC;
- 3) oscillazioni ad alta frequenza con periodi di circa 100 anni e meno, correlate con le variazioni della velocità di rotazione della Terra, e dovute ad oscillazioni magnetoidrodinamiche di tipo rotazionale.