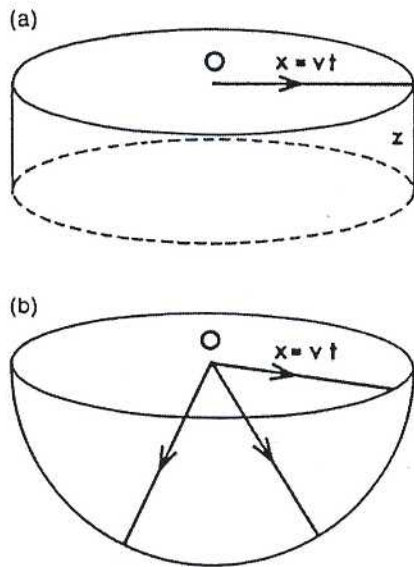


ONDE DI SUPERFICIE

Le onde sismiche di superficie esistono a causa della superficie libera della Terra. Esse vengono guidate lungo tale superficie, sono presenti nella crosta e nel mantello e, da un certo punto in poi, decadono esponenzialmente con la profondità. Sono particolarmente bene generate da eventi poco profondi.



Le onde di superficie hanno velocità minore delle onde P ed S, per cui il loro arrivo in una stazione è successivo a quello delle onde di corpo. La loro ampiezza è però molto maggiore di quella delle onde di corpo.

La loro maggiore ampiezza è spiegata dal fatto che le onde di superficie hanno fronti d'onda cilindrici (figura a), la cui area risulta

$$2\pi xz$$

Affinchè l'energia totale emessa sia conservata, ed essendo la densità d'energia proporzionale al quadrato dell'ampiezza dell'onda, l'ampiezza dell'onda di superficie alla distanza x deve essere proporzionale a $x^{-1/2}$.

D'altro canto il fronte d'onda delle onde P ed S risulta sferico (figura b) e l'area relativa risulta essere

$$4\pi x^2$$

Pertanto l'ampiezza delle onde di corpo alla distanza x risulta proporzionale a x^{-1} e quindi decade molto più rapidamente.

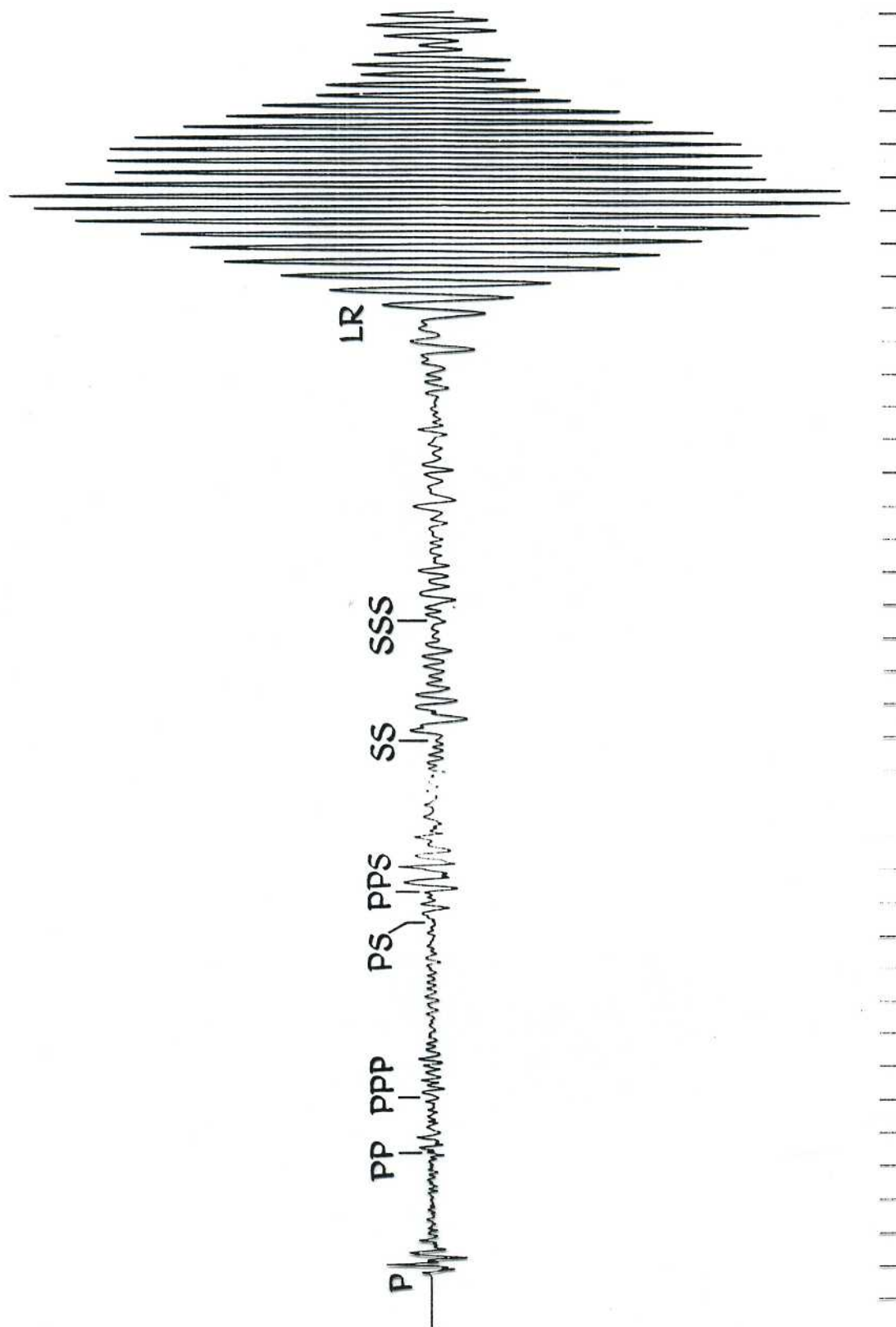


Plate 50. The Costa Rica earthquake of April 3, 1983 ($M=7.2$), recorded by a vertical-component broad-band system at GRF, Bayern, FRG. The distance is 86° and the focal depth is 44 km. There is 1 minute between successive time marks at the bottom of the plate. The P and four associated phases that have been once or twice reflected from the Earth's surface are clearly visible in the trace. Two additional surface reflections belonging to the S -wave group can also be identified. The complete record is, however, dominated by a fundamental-mode Rayleigh wave, developed along a mainly oceanic propagation path. The LR wave has a long duration and a regular dispersion, within the period interval from about 30 to 15 s, manifested by a frequency modulated quasi-sinusoidal (sweeping period) trace form. The displayed seismogram shows the ground displacement.

Esistono due tipi di onde di superficie, chiamate con i nomi di due fisici illustri: le onde di Rayleigh e le onde di Love.

Onde di Rayleigh

Esistono anche in un semispazio omogeneo, nel qual caso la loro velocità è circa 0.92β . Il moto della particella al loro passaggio è vincolata in un piano verticale contenente la direzione di propagazione. Vicino alla superficie di un semispazio omogeneo il moto è un'ellisse verticale retrograda.

Onde di Love

Vengono generate solo in un mezzo in cui la velocità delle onde S varia (in genere aumenta) con la profondità. Il moto della particella al loro passaggio è trasversale alla direzione di propagazione e confinato in un piano orizzontale (come per le onde SH). Pertanto può venire registrata solo dalle componenti orizzontali dei sismometri. La loro velocità varia tra la velocità delle onde S associata allo strato più lento a quella associata allo strato più veloce.

Dispersione

Sia le onde di Rayleigh che quelle di Love risultano disperse, cioè la loro velocità dipende dalla frequenza (onde di frequenza diversa viaggiano con velocità diverse). Le onde di superficie quindi cambiano forma durante la propagazione.

Le prime onde di superficie che arrivano ad una stazione sono quelle più veloci, per cui per distanze sempre maggiori ci sarà un divario sempre maggiore tra l'arrivo delle onde più veloci e l'arrivo di quelle più lente, ed il treno d'onda delle onde di superficie risulterà pertanto essere sempre più lungo.

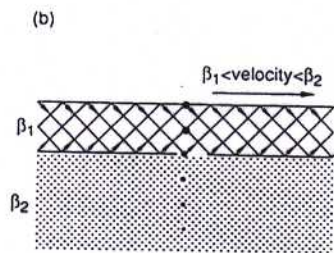
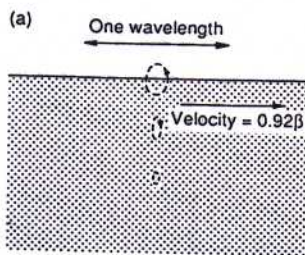


Figure 2.5 (a) Rayleigh-wave ground motion with depth in a uniform solid where β is the S velocity. (b) Love waves as the result of interference between waves reflected many times in the upper layer. Ground motion is horizontal in Love waves. (After Bott, 1982)

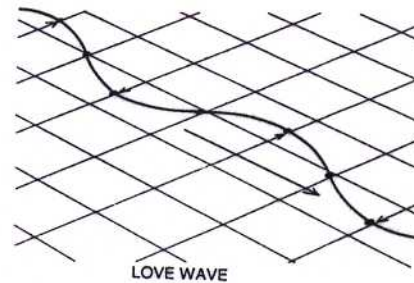
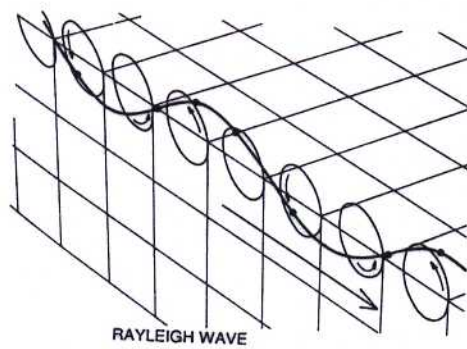
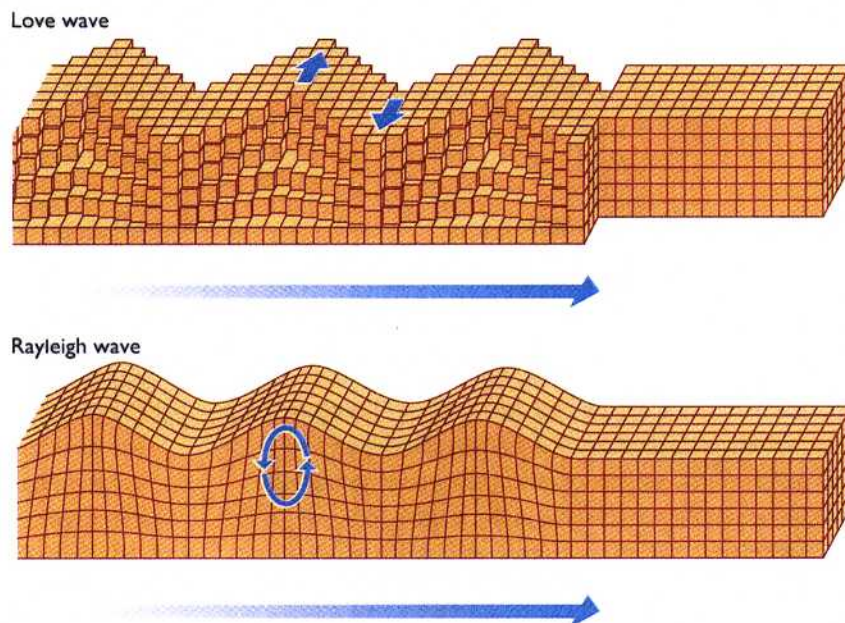


Figure 2.4 Surface waves; Love waves produce transverse waves in the horizontal plane, while Rayleigh waves cause a rolling motion like ocean waves with an elliptical ground motion in the vertical plane, but backwards at the top of the ellipse, see Figure 2.5. (After Oliver, 1959)



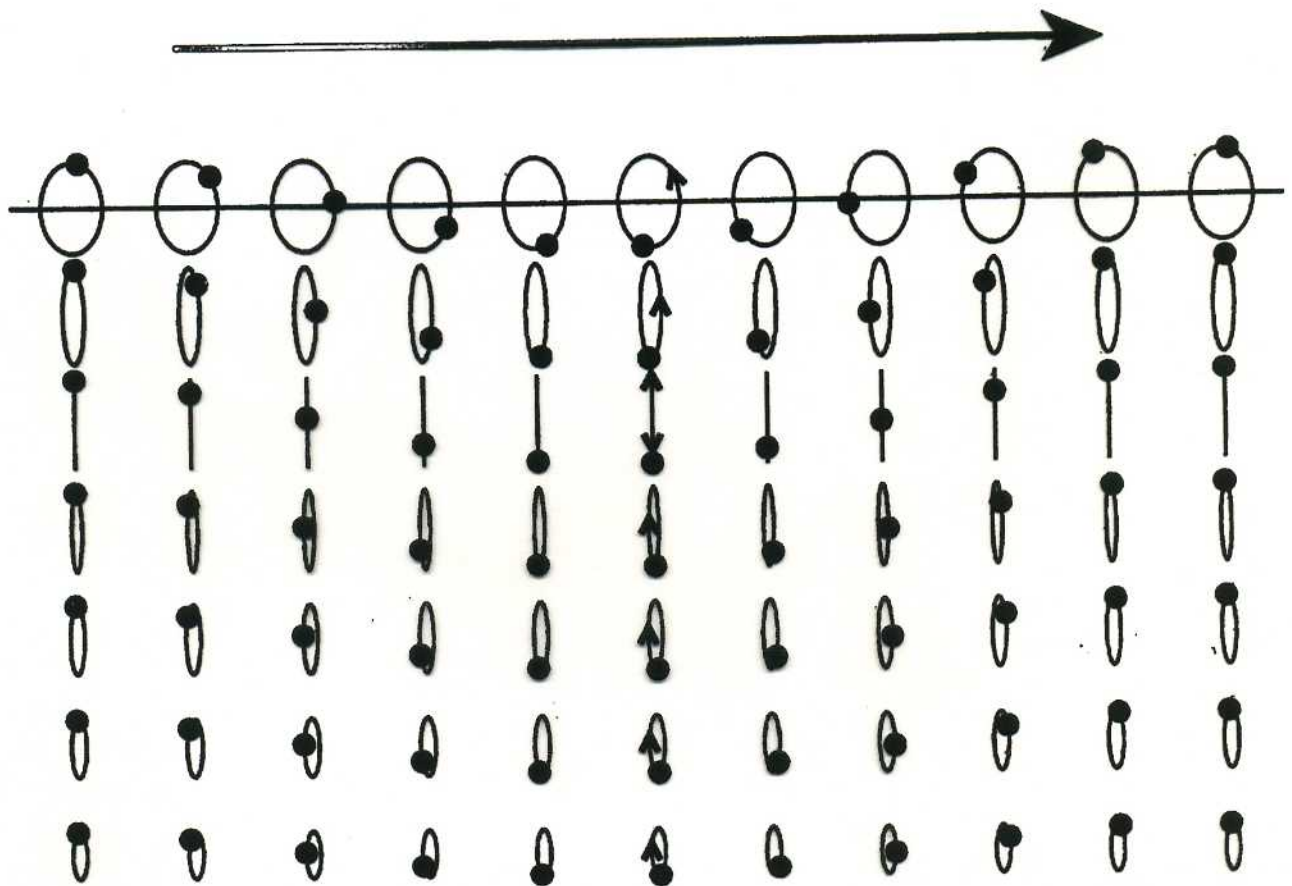


Fig. 8.3. Particle motion for the fundamental Rayleigh mode in a uniform half-space, propagating from left to right. One horizontal wavelength (Λ) is shown; the dots are plotted at a fixed time point. Motion is counter clockwise (retrograde) at the surface, changing to purely vertical motion at a depth of about $\Lambda/5$, and becoming clockwise (prograde) at greater depths. Note that the time behavior at a fixed distance is given by looking from right to left in this plot.

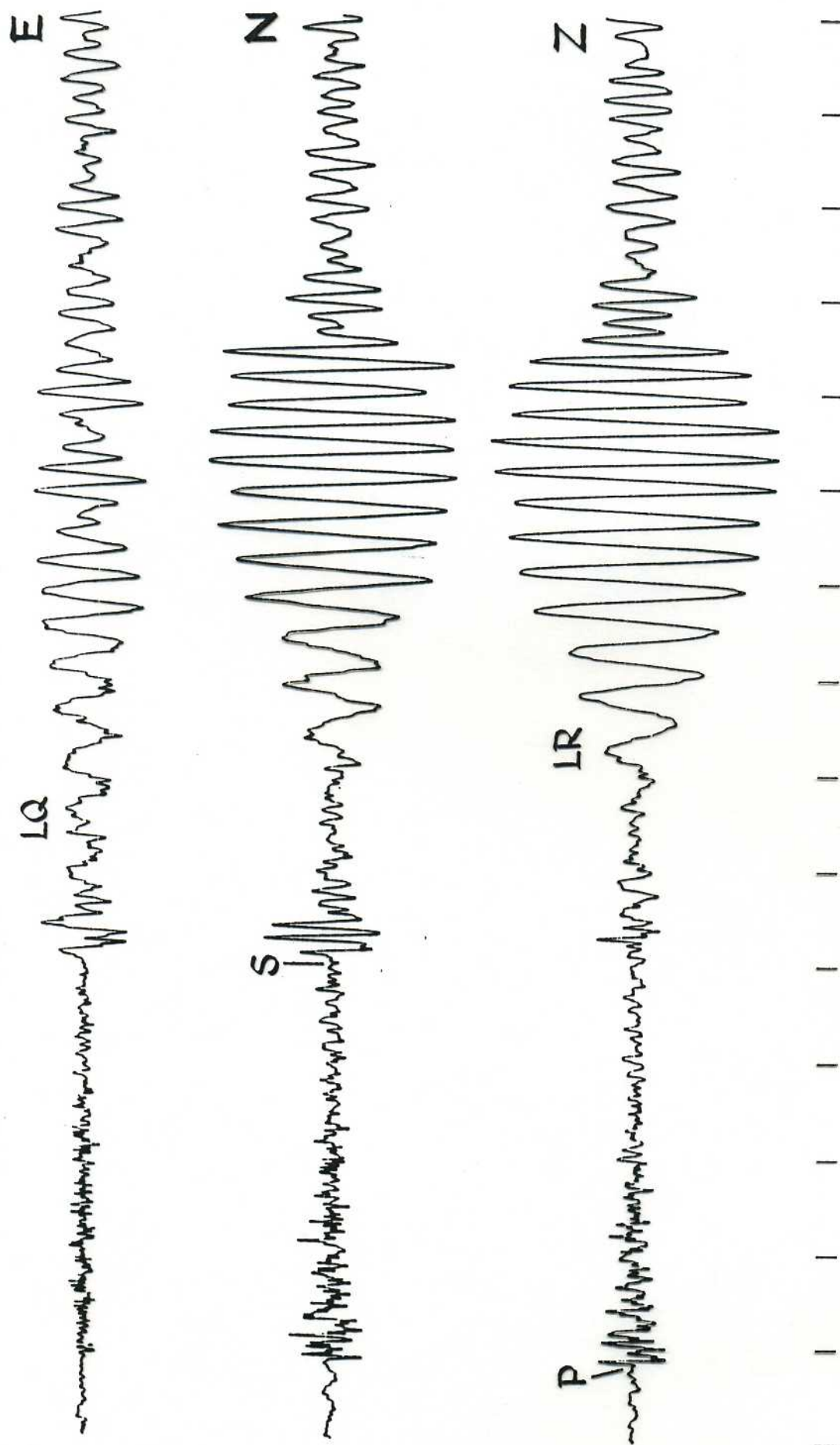


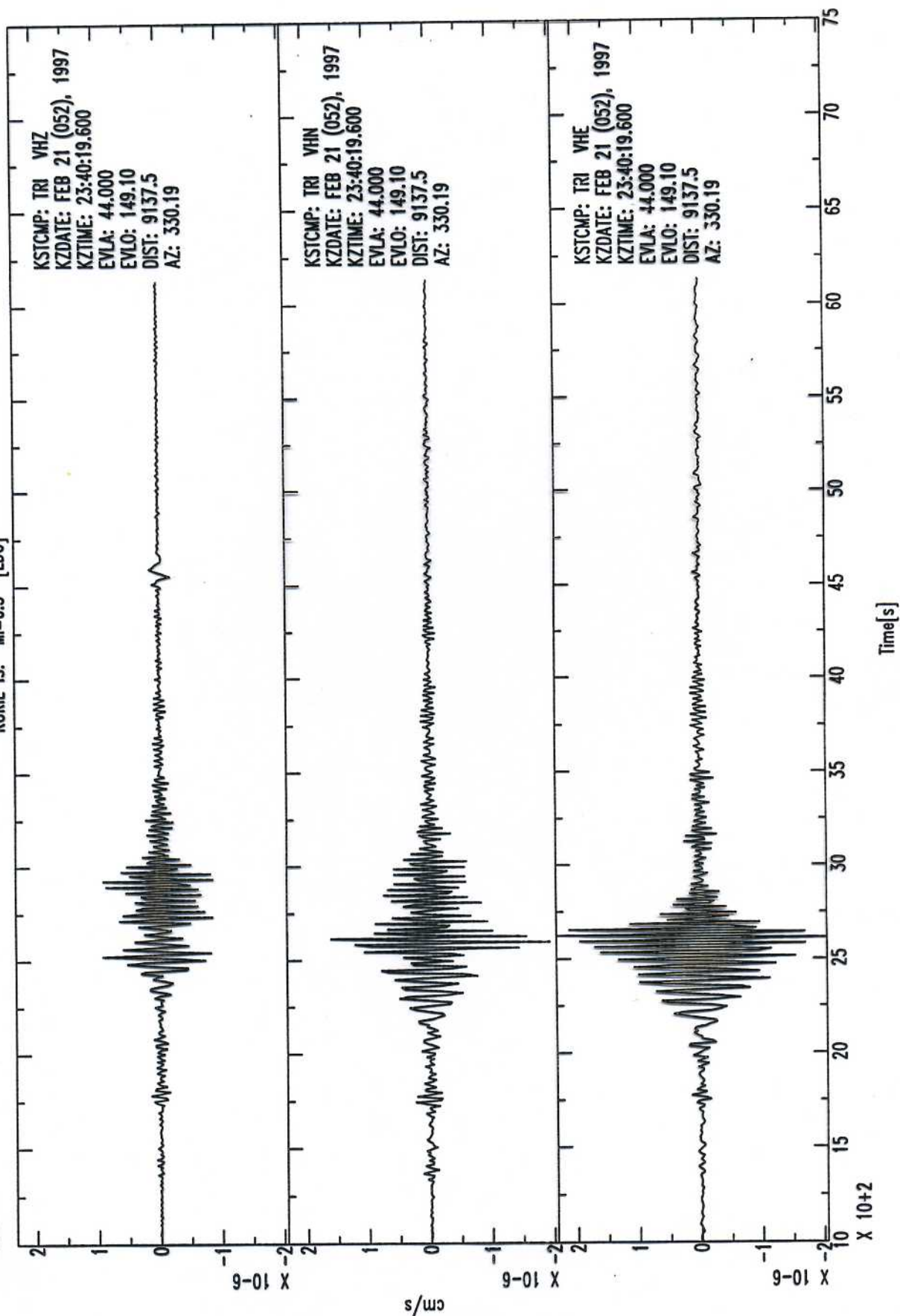
Plate 25. Broad-band three-component, displacement seismogram from the Norwegian Sea earthquake on July 27, 1976 ($m=5.1$, $h=9$ km). The records were made at GRF, Bayern, FRG, at an epicentral distance of 23° . All three channels show simple and clear patterns of P and S waves with distinct onsets as well as of dispersed surface waves. Note that while the vertical channel displays the Rayleigh wave train, Love waves, which precede the recorded LR by one minute or so, are well recorded on the E-W component. The strong surface waves indicate a shallow focus event. There is 1 minute between successive time marks at the bottom of the plate.



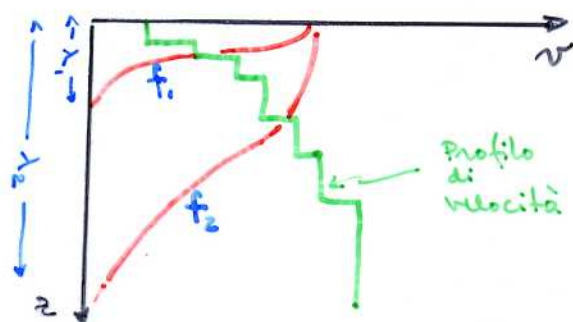
VBB SEISMOGRAPHIC STATION OF TRIESTE - TRI

(Lat. 45° 42' 32" N Long. 13° 45' 51" E Alt. 161 m - Network Affiliation: MedNet)

KURIL IS. MI=6.5 [LDG]



Quali sono le frequenze che si propagano con la velocità maggiore? chiaramente quelle che si propagano negli strati della Terra a velocità maggiore, e che si trovano in profondità. Affinché un'onda "campione" tali strati, deve avere lunghezze d'onda grandi, cioè frequenze basse.



l'onda con $\lambda = \lambda_2$ campiona strati con una velocità media più elevata dell'onda con $\lambda = \lambda_1$.

Dalla relazione $\frac{v}{f} = \lambda$

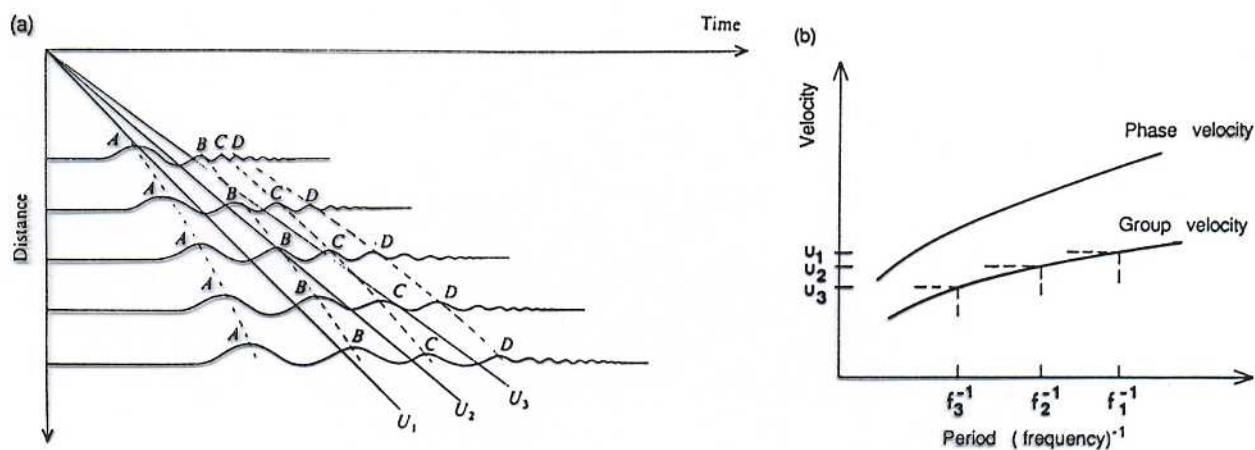
si vede che λ grandi implicano v grandi ed f piccoli.

Una buona regola del pollice è che la profondità media \bar{z} campionata dalle onde di superficie di lunghezza d'onda λ risulta

$$\bar{z} = 0.4 \lambda$$

Onde superficiali di lunghezza d'onda (o frequenze) diverse potranno quindi essere usate per studiare le proprietà strutturali della Terra a profondità diverse.

Tornando alla dispersione si osserva che le onde superficiali a frequenza minore (periodi lunghi) sono quelle che arrivano per prime, mentre le ultime sono quelle a frequenza più alta. la cosa è ben evidente nell'esempio di sismogramma che segue.



A causa della dispersione è possibile descrivere la velocità delle onde di superficie in due modi. La velocità con cui viaggia l'energia dell'onda sinusica (associata ad una particolare frequenza) è detta **velocità di gruppo**. Essendo costante per una data frequenza, nella figura a) - che rappresenta onde di superficie a diverse distanze - sarà rappresentata da una retta passante per i punti del segnale a frequenza costante. La velocità invece con cui viaggia una particolare fase (massimo o minimo) è detta **velocità di fase**. Da notare che la frequenza della fase (pico A in figura a) varia con la distanza - diminuisce. La velocità di fase per la frequenza del pico A ad una certa distanza è data dalla pendenza della curva tratteggiata a quella distanza. In genere la velocità di fase decresce all'aumentare della frequenza.

Il grafico della velocità in funzione della frequenza (periodo) è detta **curva di dispersione**. La velocità di gruppo $U(f)$ e la velocità di fase $c(f)$ sono legate dalle relazioni

$$U = c + f \frac{dc}{df}$$

The envelope propagates with group velocity $U = (d\omega/dk)_{\omega_0}$. Thus, surface-wave ground motions filtered in a narrow frequency band have isolated group wave-packet arrivals, as shown in Figure 4.B6.2.

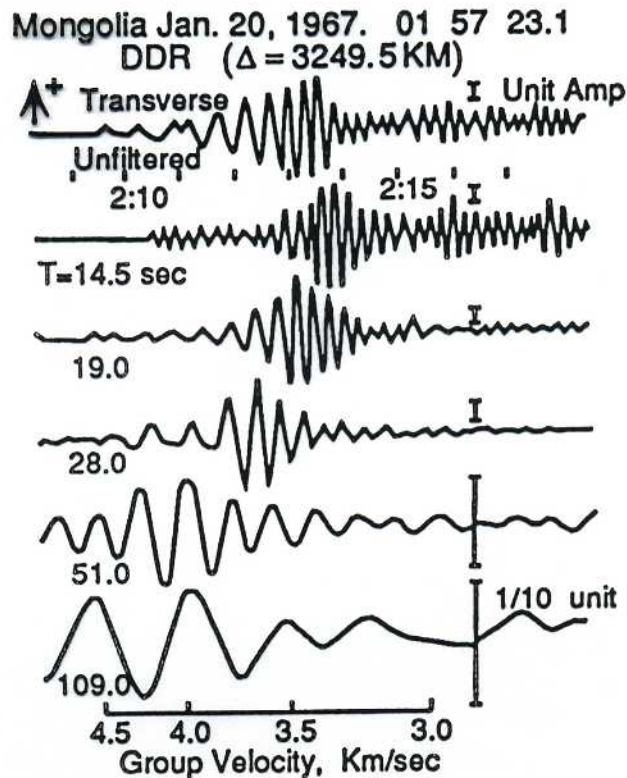
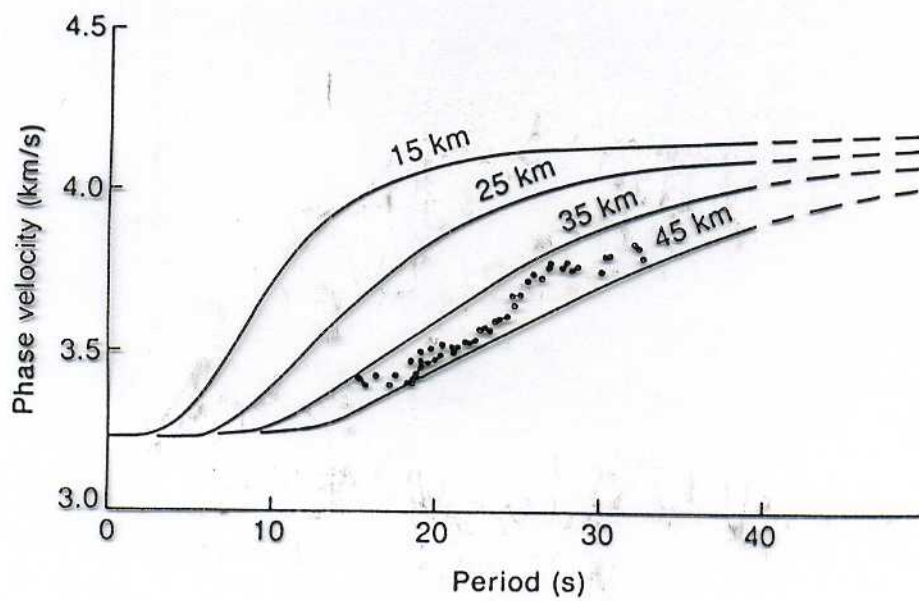
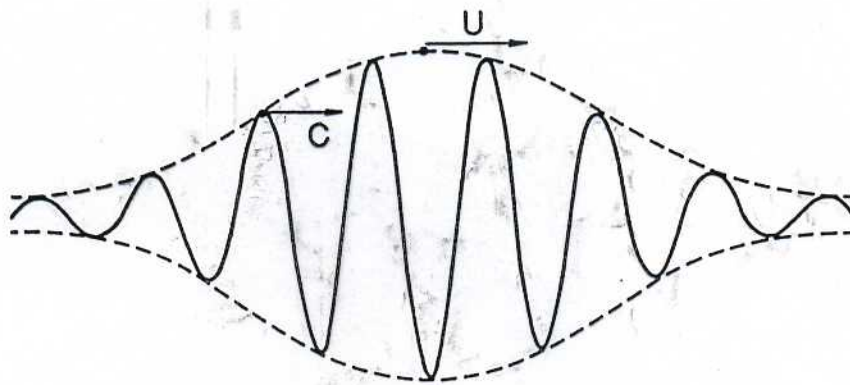


FIGURE 4.B6.2 Wave packets in narrow frequency bands obtained by filtering a Love-wave recording. The unfiltered record is shown at the top. Narrowband records with central periods shown on the left are plotted below the original seismogram, with varying amplitude scale. Note that each narrowband-filtered trace has the appearance of a wave packet. (From Kanamori and Abe, 1968.)



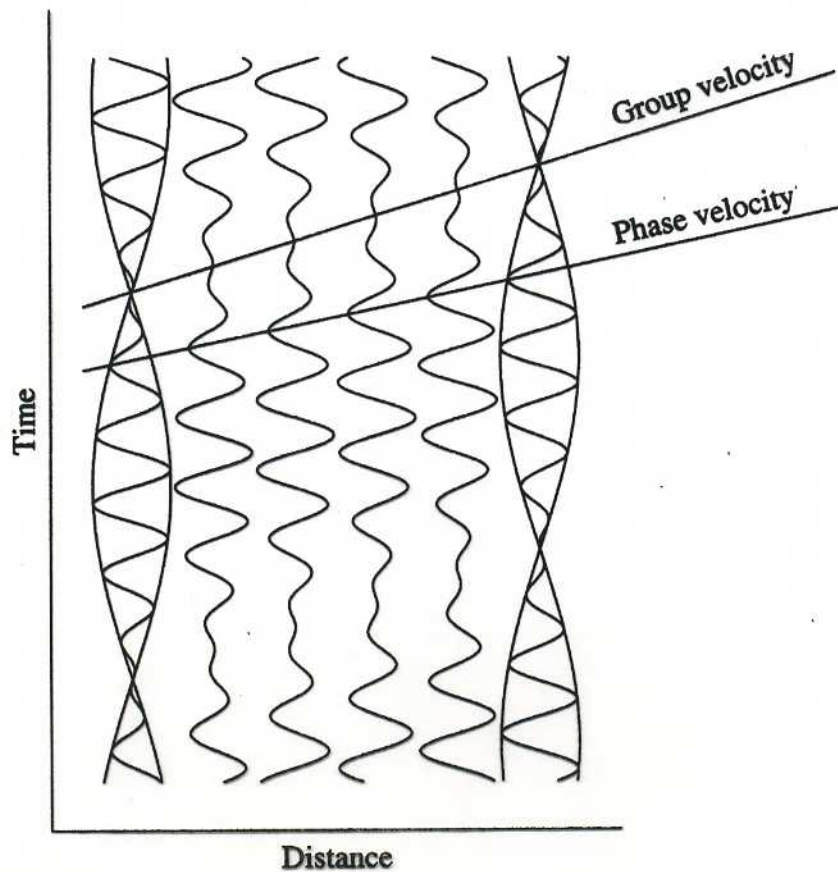


Fig. 8.5. The sum of two waves of slightly different frequencies results in a modulated wave. The group velocity is the velocity of the wave packets; the phase velocity is the velocity of the individual peaks.

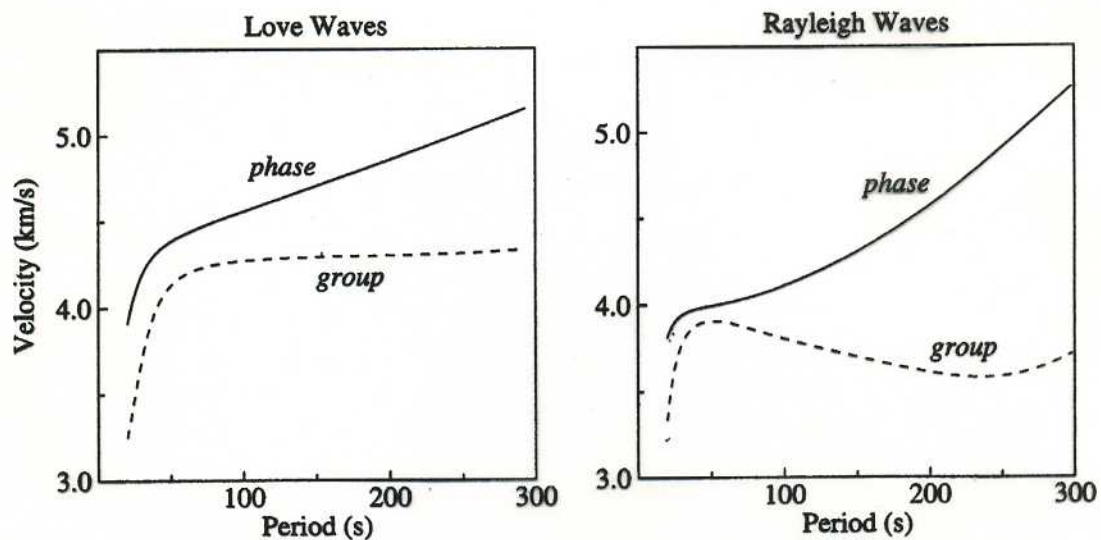


Fig. 8.6. Fundamental Love and Rayleigh dispersion curves computed from the isotropic PREM model (courtesy of Gabi Laske).

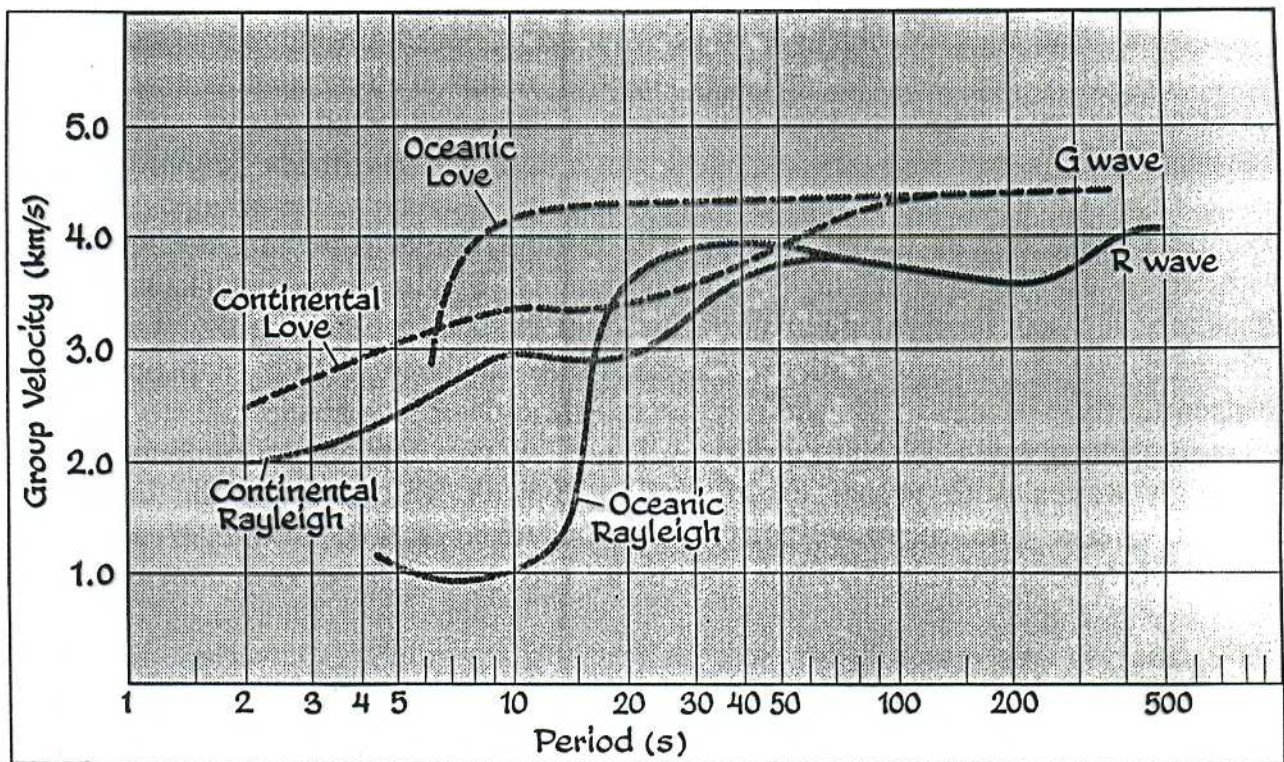
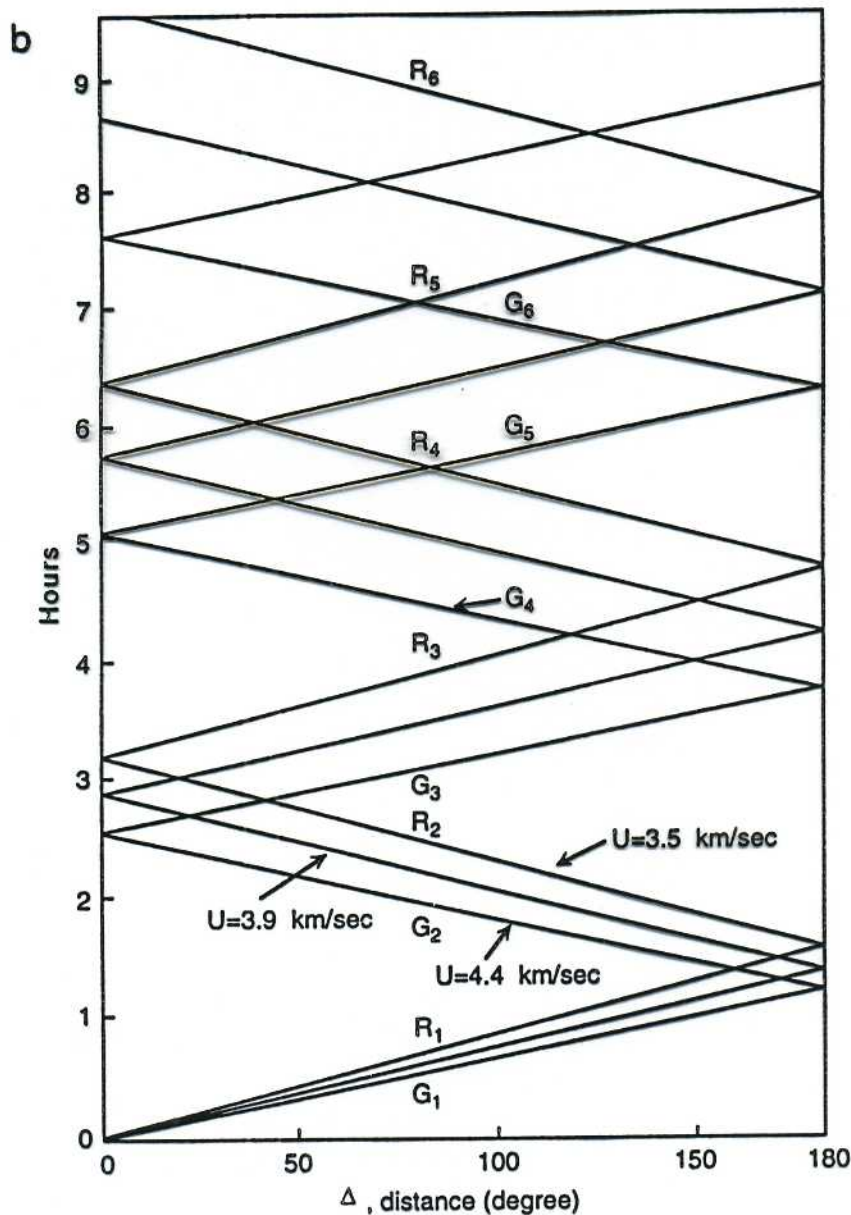
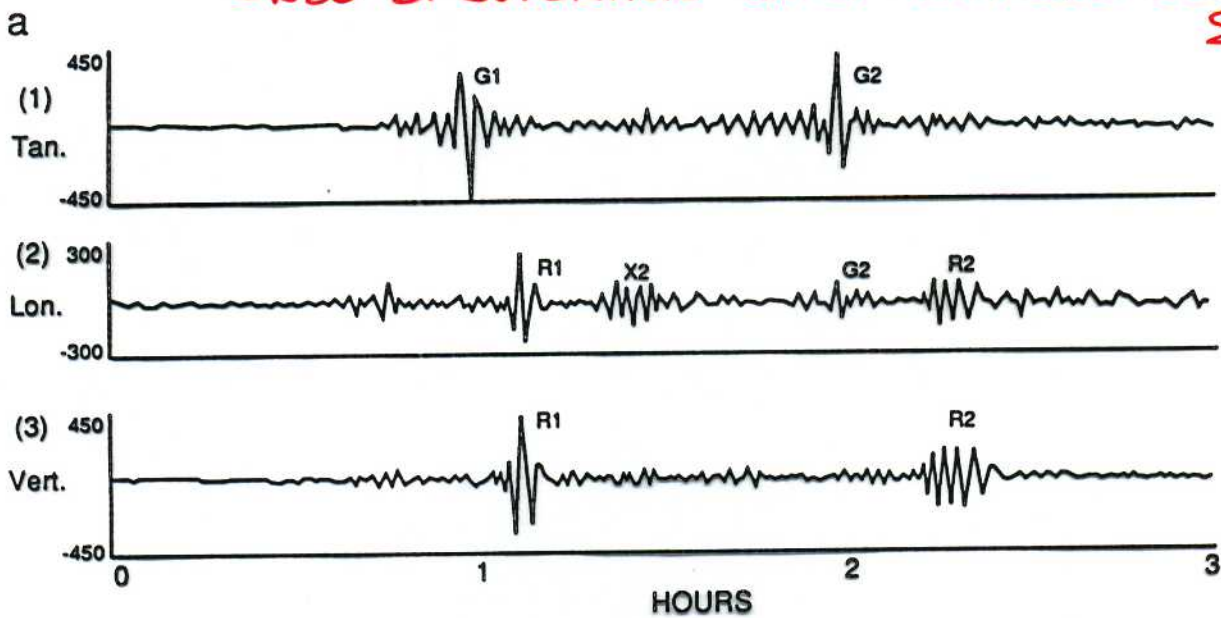


Fig. 21. Dispersion curves for group velocity for fundamental Love and Rayleigh waves that have traveled along oceanic and continental paths (based on the diagram of Bullen and Bolt, 1985).

ONDE DI SUPERFICIE CHE SI PROPAGANO SU TERRA SPERICA



G = ONDE DI LOVE A LUNGO PERIODO
 R = ONDE DI RAYLEIGH A LUNGO PERIODO

FIGURE 4.11 (a) Long-period recordings of surface waves from the May 26, 1983 Akita-Oki (Honshu) earthquake recorded by GEOSCOPE station PAF. (1) is the transverse component, (2) is the longitudinal component, and (3) is the vertical component. All traces have been filtered to remove oscillations that have periods of less than 100 s. (b) Travel time of surface waves with different group velocities for different distances. Long-period Rayleigh waves travel at a velocity of about 3.5–3.9 km/s, while Love waves travel at a velocity of about 4.4 km/s. ((b) is Courtesy of H. Kanamori.)

LE ONDE DI LOVE IMPIEGANO 2.5 h X PERCORRERE TUTTA LA TERRA
 LE ONDE DI RAYLEIGH (LP) CIRCA 3h.

Onde di Rayleigh

La superficie libera, oltre a dare luogo alla conversione da onde P ad S, e viceversa, ed alla loro riflessione, é anche condizione al contorno per l'esistenza di un altro tipo di onda che si propaga lungo la superficie stessa e per questo detta onda di superficie. In particolare l'onda che contiene il moto P ed SV é detta onda di Rayleigh dal nome di Lord Rayleigh, che fù il primo a studiarla.

Consideriamo la superficie libera in un sistema di coordinate bidimensionale in cui x é orientato lungo la superficie libera e z perpendicolarmente ad essa, lungo le profondità crescenti. Cerchiamo una soluzione all'equazione d'onda

$$\partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial z^2 = c^{-2} \partial^2 u / \partial t^2$$

che si propaghi lungo la direzione x con una data velocità di fase c ed un'ampiezza che decada con z , distanza dalla superficie libera. Una tale onda sarà pertanto confinata nelle "vicinanze" della superficie libera. Abbiamo visto che ogni vettore spostamento, soluzione dell'equazione d'onda, può essere decomposto in moto di tipo P ed S, i cui potenziali soddisfano l'equazione d'onda con velocità rispettivamente α e β .

Per un'onda piana che si propaga lungo la superficie libera con velocità c possiamo scrivere per il potenziale associato all'onda P

$$\Phi(x, z) = f(z) \exp [i k (x - ct)]$$

Sostituendo questa espressione nell'equazione d'onda per il potenziale Φ , troviamo una equazione differenziale per la dipendenza con la profondità $f(z)$ dell'onda piana

$$\partial^2 f / \partial z^2 + \kappa_\alpha^2 f = 0$$

ove

$$\kappa_\alpha^2 = k^2 (c^2 / \alpha^2 - 1) = k^2 r_\alpha^2$$

La soluzione di questa equazione differenziale é un esponenziale, per cui

$$f(z) = f_0 \exp (i \kappa_\alpha z)$$

Notiamo che nel caso $c < \alpha$, il termine κ_α é immaginario e la funzione d'ampiezza $f(z)$ decadrà esponenzialmente con la profondità dando luogo ad un'onda di superficie. Nel caso invece di $c > \alpha$, il termine κ_α é reale e l'onda in quel caso é un'onda di corpo che si propaga all'interno del mezzo.

Lo stesso discorso vale per il potenziale associato all'onda SV. Troveremo

$$\kappa_\beta^2 = k^2 (c^2 / \beta^2 - 1) = k^2 r_\beta^2$$

e avremo nuovamente due casi: c maggiore o minore di β . Nel considerare r_α ed r_β prendiamo sempre il valore positivo della radice.

L'onda deve però soddisfare le condizioni di contorno per la superficie libera ed essere una "combinazione" di onde P ed SV che viaggiano nella direzione di x con la medesima velocità c . Vediamo ora come il soddisfare queste condizioni ci porti ad avere una condizione sulle frequenze (o numeri d'onda) per le quali l'onda di superficie può esistere. Consideriamo i due potenziali per l'onda P e l'onda SV visti sopra

$$\Phi = a \exp [i k (r_\alpha z + x - ct)]$$

$$\Psi = b \exp [i k (r_\beta z + x - ct)]$$

e ricaviamo gli spostamenti relativi alle onde P ed SV rispettivamente dal gradiente e dal rotore di questi potenziali

$$P_x = (\nabla \Phi)_x = \partial \Phi / \partial x = i k a \exp [i k (r_\alpha z + x - ct)]$$

$$P_z = (\nabla \Phi)_z = \partial \Phi / \partial z = i \kappa_\alpha a \exp [i k (r_\alpha z + x - ct)]$$

$$\begin{aligned} S_x = (\nabla \times \Psi)_x &= - \partial \Psi_y / \partial z = \\ &= i \kappa_\beta b \exp [i k (r_\beta z + x - ct)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_z = (\nabla \times \Psi)_z &= \partial \Psi_y / \partial x = \\ &= i k b \exp [i k (r_\beta z + x - ct)] \end{aligned}$$

in cui $\Psi_y = \Psi$. Le incognite sono le ampiezze a e b e la velocità di fase $c = \omega/k$. Esse devono venir scelte in modo che gli sforzi in superficie siano zero. Poichè per $z = 0$ abbiamo comunque sempre $\sigma_{zy} = 0$, dalla relazione tra sforzi e deformazioni troviamo

$$\sigma_{zx} = \mu (\partial u_x / \partial z + \partial u_z / \partial x) = 0 \quad \text{per } z = 0$$

in cui, ad esempio, $u_x = P_x + S_x$. Sostituendo le espressioni e derivando, otteniamo

$$2 \kappa_\alpha k a + (k^2 + \kappa_\beta^2) b = 0$$

Similarmente dalla relazione $\sigma_{zz} = 0$, si trova l'equazione

$$(k^2 + \kappa_\beta^2) a + 2 k \kappa_\beta b = 0$$

Abbiamo pertanto un sistema di due equazioni omogenee nelle variabili a e b . Una soluzione non triviale ci sarà solamente se il determinante dei coefficienti è nullo. Tale condizione è data dalla

$$(k^2 + \kappa_\beta^2)^2 = 4 k^2 \kappa_\alpha \kappa_\beta$$

che viene detta *relazione di dispersione* e determina le frequenze permesse per la propagazione dell'onda di Rayleigh. Sostituendo le espressioni per κ_α e κ_β e quadrando otteniamo una forma più esplicita

$$[2k^2 - \omega^2 / \beta^2]^4 = 16k^4 [k^2 - \omega^2 / \alpha^2] [k^2 - \omega^2 / \beta^2]$$

che può essere vista come un'equazione per il numero d'onda k per una data frequenza ω . Eliminando il fattore comune k a destra e sinistra e ponendo

$$\xi = \omega^2 / k^2 \beta^2 = c^2 / \beta^2 \qquad \eta = \beta^2 / \alpha^2$$

troviamo un'equazione cubica in ξ

$$R(\xi) = \xi^3 - 8 \xi^2 + 8 \xi (3 - 2 \eta) - 16 (1 - \eta) = 0$$

Poichè per avere un'onda di superficie (decadimento esponenziale con la profondità) devo avere r_α e r_β immaginari, dovrà essere

$$c = \omega/k < \beta \quad \text{e quindi} \quad \zeta < 1$$

L'equazione cubica ha una sola radice reale positiva che, per un solido di Poisson ($\lambda = \mu$), vale $\zeta_P = 0.8453$. Sarà pertanto $c = c_R \sim 0.92 \beta$. Notiamo che questa velocità é indipendente dalla frequenza e pertanto l'onda di superficie di Rayleigh in un semispazio non é dispersa e la velocità di gruppo é uguale alla velocità di fase c_R .

Se si risolve ora il sistema di equazioni per a e b si trova che il moto della particella alla superficie risulta polarizzato elitticamente e retrogrado.

Poichè per avere un'onda di superficie (decadimento esponenziale con la profondità) devo avere r_α e r_β immaginari, dovrà essere

$$c = \omega/k < \beta \quad \text{e quindi} \quad \zeta < 1$$

L'equazione cubica ha una sola radice reale positiva che, per un solido di Poisson ($\lambda = \mu$), vale $\zeta_p = 0.8453$. Sarà pertanto $c = c_R \sim 0.92 \beta$. Notiamo che questa velocità è indipendente dalla frequenza e pertanto l'onda di superficie di Rayleigh in un semispazio non è dispersa e la velocità di gruppo è uguale alla velocità di fase c_R .

Se si risolve ora il sistema di equazioni per a e b si trova che il moto della particella alla superficie risulta polarizzato ellitticamente e retrogrado.

Onde di Love

Se la presenza della superficie libera é sufficiente a generare le onde di Rayleigh per accoppiamento di onde P-SV, essa può generare solo riflessione totale delle onde SH. Per intrappolare tali onde vicino alla superficie, la struttura di velocità in profondità deve essere tale, da riflettere le onde SH verso la superficie. Se la velocità delle onde S aumenta con la profondità (esempio più semplice: uno strato più lento di spessore H su un semispazio più veloce), allora si viene a generare una guida d'onda, in cui i raggi che incidono con un angolo post-critico sull'orizzonte di riflessione vengono deviati verso l'interno della guida d'onda. In tal modo possiamo generare un altro tipo di onde di superficie dette onde di Love. Da notare che la dimensionalità introdotta nel problema dallo spessore H porta alla dipendenza dalla frequenza della velocità di queste onde di superficie.

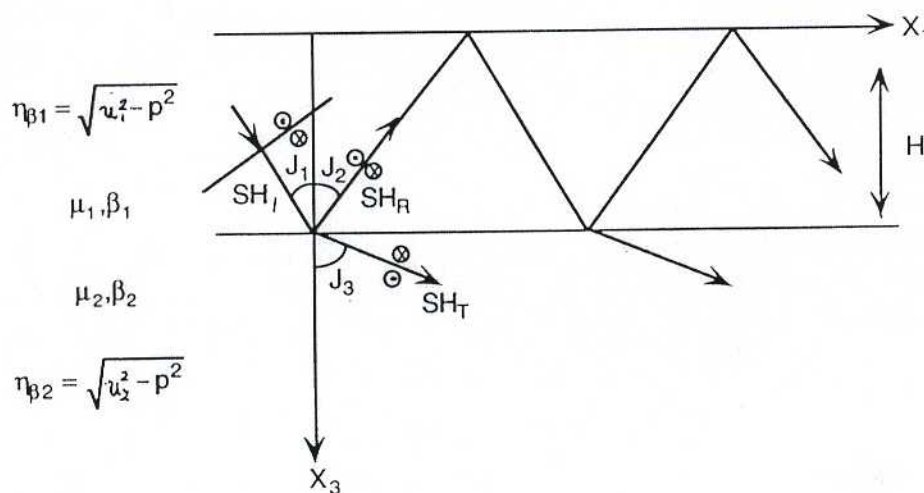


Figura 1

Consideriamo la geometria riprodotta in Fig. 1. Poichè consideriamo solo onde SH, non occorre usare i potenziali essendo che tali onde soddisfano direttamente l'equazione d'onda. La superficie libera in un sistema di coordinate bidimensionale è orientata lungo x , e z perpendicolarmente ad essa lungo le profondità crescenti. L'interfaccia tra lo strato a velocità più bassa ed il semispazio si trova a profondità H .

Lo spostamento totale dovuto all'onda SH nello strato 1 a velocità β_1 sarà dato dalla somma dei spostamenti dovuti all'onda incidente ed all'onda riflessa, mentre quello nello strato 2 (semispazio a velocità β_2) sarà dovuto all'onda trasmessa. Sia inoltre $\beta_2 > \beta_1$.

$$\begin{aligned} V_1 &= A \exp [i (k_x x + k_z z - \omega t)] + B \exp [i (k_x x - k_z z - \omega t)] \\ &= A \exp [i k (r_{\beta_1} z + x - ct)] + B \exp [i k (-r_{\beta_1} z + x - ct)] \\ &= A \exp [i \omega (px + \eta_{\beta_1} z - t)] + B \exp [i \omega (px - \eta_{\beta_1} z - t)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_2 &= C \exp [i (k_x x + k_z z - \omega t)] \\ &= C \exp [i k (r_{\beta_2} z + x - ct)] \\ &= C \exp [i \omega (px + \eta_{\beta_2} z - t)] \end{aligned}$$

La velocità apparente orizzontale di tutto il moto delle onde SH é dato da:

$$c = 1/p = \omega / k_x$$

con p lentezza orizzontale (parametro del raggio).

Per angoli j_1 maggiori dell'angolo critico,

$$j_1 > \sin^{-1} (\beta_1 / \beta_2)$$

tutta l'energia dovuta all'onda SH sarà riflessa totalmente sia dall'interfaccia che dalla superficie libera.

Applicando le condizioni al contorno per questo problema, avremo l'annullamento della componente verticale degli sforzi alla superficie libera, nonché la continuità degli spostamenti e della componente verticale degli sforzi alla discontinuità posta a profondità H :

$$\sigma_{zy} = \mu_1 (\partial V_1 / \partial z) = 0 \quad \text{per } z = 0$$

(superficie libera)

$$\sigma_{zy} (z=H^-) = \sigma_{zy} (z=H^+)$$

(continuità sforzi su discontinuità H)

$$V_1 (z=H^-) = V_2 (z=H^+)$$

(continuità spostamenti su discontinuità H)

Applicando le espressioni per V_1 e V_2 in queste equazioni troviamo,

dalla prima condizione:

$$\partial V_1 / \partial z = i\omega\eta_{\beta 1} (A - B) \times \cos t. = 0 \text{ e cioe' } \quad A = B$$

dalla seconda condizione:

$$\mu_1 (\partial V_1 / \partial z) \big|_{z=H} = \mu_2 (\partial V_2 / \partial z) \big|_{z=H}$$

$$\begin{aligned} \mu_1 (i\omega\eta_{\beta 1}) [A \exp (i\omega\eta_{\beta 1} H) - A \exp (- i\omega\eta_{\beta 1} H)] = \\ = \mu_2 (i\omega\eta_{\beta 2}) C \exp (i\omega\eta_{\beta 2} H) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_1 \eta_{\beta 1} A [\exp (i\omega\eta_{\beta 1} H) - \exp (- i\omega\eta_{\beta 1} H)] = \\ = \mu_2 \eta_{\beta 2} C \exp (i\omega\eta_{\beta 2} H) \end{aligned}$$

dalla terza condizione:

$$A [\exp (i\omega\eta_{\beta 1} H) + \exp (- i\omega\eta_{\beta 1} H)] = C \exp (i\omega\eta_{\beta 2} H)$$

Se prendiamo ora il rapporto tra le equazioni derivanti dalla seconda e la terza condizione al contorno ed esprimendo gli esponenti come funzioni trigonometriche, otteniamo:

$$\frac{2 i \mu_1 \eta_{\beta 1} A \sin (\omega \eta_{\beta 1} H)}{2 A \cos (\omega \eta_{\beta 1} H)} = \frac{\mu_2 \eta_{\beta 2} C \exp (i \omega \eta_{\beta 2} H)}{C \exp (i \omega \eta_{\beta 2} H)}$$

e semplificando:

$$\tan (\omega \eta_{\beta 1} H) = \mu_2 \eta_{\beta 2} / i \mu_1 \eta_{\beta 1}$$

Essendo $c = 1/p < \beta_2$ avremo $\eta_{\beta 2} = i \eta_{\beta 2}^*$ con $\eta_{\beta 2}^*$ numero reale

$$\eta_{\beta 2} = (u^2 - p^2)^{1/2} = \sqrt{(1/\beta_2^2 - 1/c^2)}$$

$$\eta_{\beta 2}^* = \sqrt{(1/c^2 - 1/\beta_2^2)}$$

Pertanto:

$$\tan (\omega \eta_{\beta 1} H) = \mu_2 \eta_{\beta 2}^* / \mu_1 \eta_{\beta 1}$$

é una condizione che lega la frequenza angolare, ω , e la velocità di fase, c , affinché esista un disturbo che si propaghi orizzontalmente in modo stabile. Essendo la velocità di fase, c , una funzione della frequenza, la relazione é detta *equazione di dispersione*. Determina le frequenze permesse per la propagazione dell'onda di Love.

Riscrivendo la relazione in termini dei parametri dei due mezzi, μ_1 , μ_2 , β_1 , β_2 , e della velocità di fase, c , e della frequenza angolare, ω ,

$$\tan [\omega H \sqrt{(1/\beta_1^2 - 1/c^2)}] = [\mu_2 \sqrt{(1/c^2 - 1/\beta_2^2)}] / [\mu_1 \sqrt{(1/\beta_1^2 - 1/c^2)}]$$

vediamo che la soluzione sarà reale solo se $\beta_1 < c < \beta_2$.

Le soluzioni si rappresentano convenzionalmente in modo grafico (Fig. 2). In essa la variabile $y = H \sqrt{(1/\beta_1^2 - 1/c^2)}$ risulta definita nell'intervallo

$$0 < y < Y = H \sqrt{(1/\beta_1^2 - 1/\beta_2^2)}$$

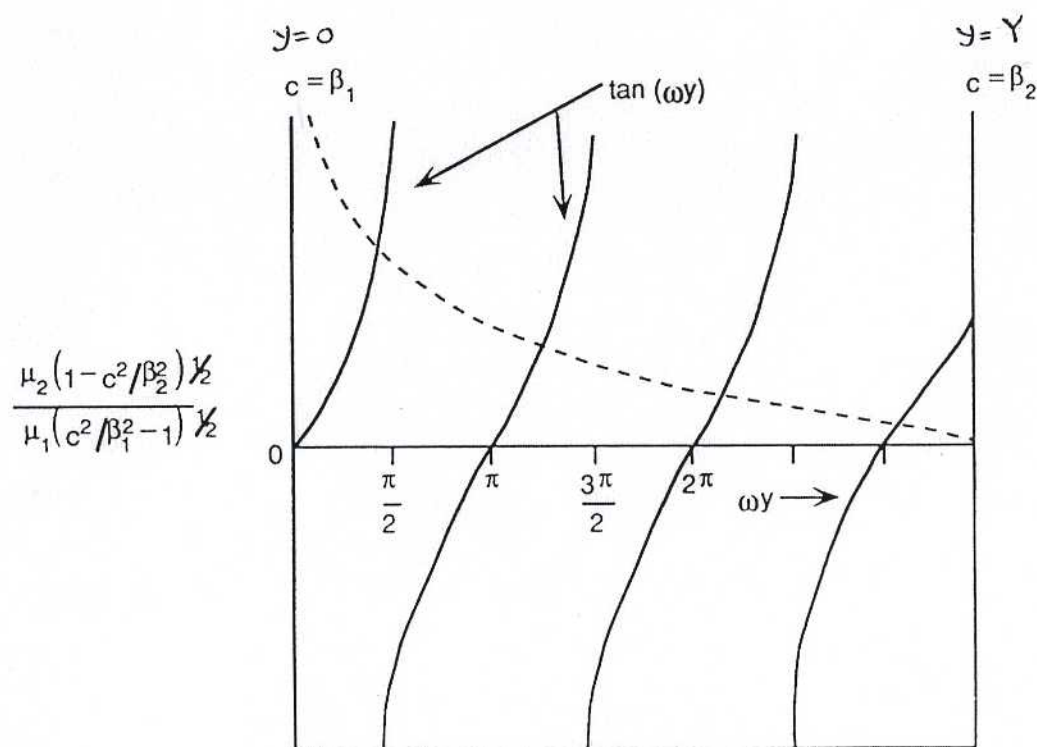


Figura 2

La funzione $\tan(\omega y)$ segnata dal tratto continuo é periodica, mentre la funzione rapporto tra le due radici, segnata dal tratto tratteggiato, risulta essere compresa tra infinito (per $c = \beta_1$) e zero (per $c = \beta_2$).

Le intersezioni tra le due funzioni corrispondono alle combinazioni di c e ω che sono soluzioni della relazione di dispersione e quindi danno le combinazioni di velocità e frequenza ammissibili per la propagazione dell'onda di Love. Per un determinato valore di ω abbiamo un numero finito di soluzioni che numeriamo con n da 0 (modo fondamentale) a $n > 0$ (modi superiori). Si può dimostrare che il modo superiore n -esimo esiste solo per frequenze superiori alla frequenza di taglio

$$\omega_{cn} = n \pi / [H \sqrt{(1/\beta_1^2 - 1/\beta_2^2)}]$$

La velocità del modo superiore alla frequenza di taglio vale β_2 e tende a β_1 con l'aumentare della frequenza (Fig. 3).

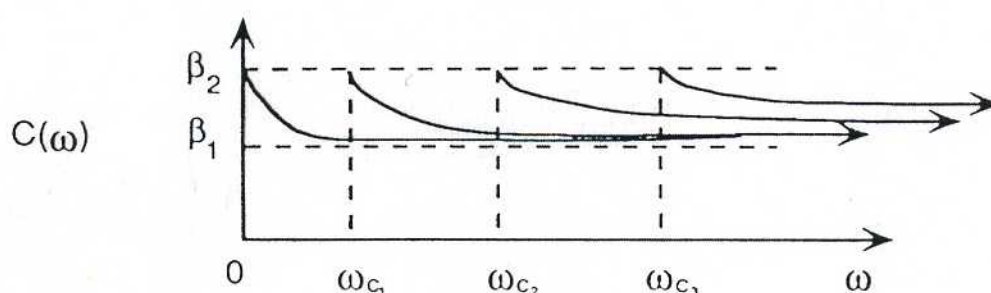


Figura 3