

Esercizi di Geometria  
Ingegneria Industriale e Navale  
2019/2020  
terzo foglio

October 7, 2019

1. Si consideri il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_5 = 3 \\ 2x_1 + x_4 - x_5 = 2 \\ x_2 - x_3 + 2x_5 = 2 \\ x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases}$$

Si scrivano la matrice dei coefficienti e la matrice completa, si trovi un sistema lineare equivalente con matrice dei coefficienti a scala usando l'algoritmo di Gauss, si dica se il sistema è compatibile, e in caso affermativo si trovi la sua generica soluzione.

2. Si dica per quali valori del parametro  $t \in \mathbb{R}$  il seguente sistema lineare è compatibile:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + t x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = t \\ x_1 + 2x_2 = 1 - t \end{cases}$$

e per tali valori di  $t$  si determini l'insieme delle sue soluzioni.

3. Si dimostri che se  $W, U \subseteq V$  sono due sottospazi vettoriali di  $V$ , allora  $W + U$  è un sottospazio vettoriale.

Si dimostri, inoltre, che  $W + U$  è il più piccolo sottospazio di  $V$  che contiene  $W \cup U$ .

4. Si dimostri che il sottoinsieme  $\mathbb{R}[x]_{\leq 2}$  dei polinomi di grado minore o due

$$\mathbb{R}[x]_{\leq 2} \subset \mathbb{R}[x]$$

è un sottospazio vettoriale di  $\mathbb{R}[x]$ .

5. Si consideri lo spazio vettoriale  $M_2(\mathbb{R})$  delle matrici quadrate  $2 \times 2$ . Si dimostri che il sottoinsieme  $Sym(2, \mathbb{R}) \subset M_2(\mathbb{R})$  delle matrici simmetriche è un sottospazio vettoriale.