Corso di Laurea in LOGOPEDIA

FISICA ACUSTICA

ONDE SONORE

Fabio Romanelli

Department of Mathematics & Geosciences

University of Trieste

Email: romanel@units.it

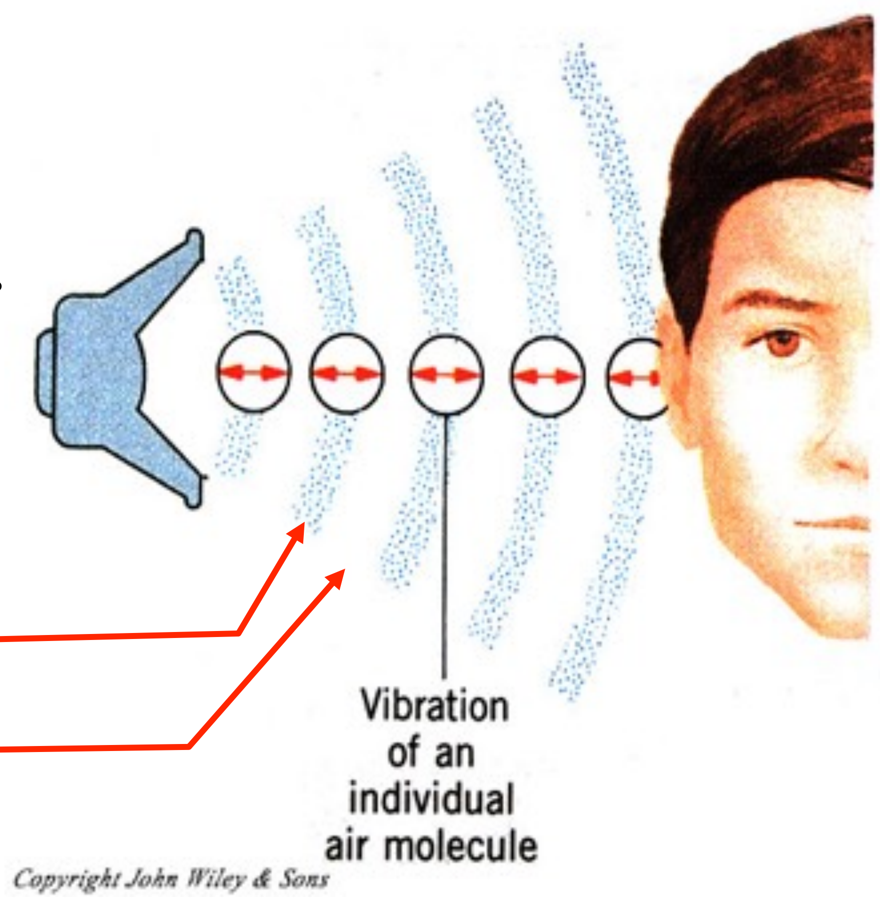
Onde Sonore

Sono l'esempio più importante di onde longitudinali

Esse si propagano nei gas, liquidi o solidi con una velocità dipendente dalle proprietà del mezzo

Mentre si propagano nel mezzo causano una vibrazione delle particelle, producendo variazioni di pressione e densità, nella direzione di propagazione delle onde stesse

Producono regioni di compressione (condensazione) e rarefazione



Vi sono tre categorie di onde meccaniche longitudinali

Onde Sonore: 20 Hz a 20 000 Hz.

Esempi - voce, strumenti musicali, altoparlanti

Onde Infrasoniche: frequenze sotto la soglia udibile.

Esempio -terremoti

Onde Ultrasoniche: frequenze sopra la soglia udibile.

Esempio - vibrazioni in un cristallo di quarzo

Pressione e densità

La tipica unità di misura della pressione è il bar=$10^5 N/m^2$.
Pressione all'equilibrio: 1atm=1.0133bar

Le variazioni di pressione legate al passaggio di un'onda sonora sono tipicamente dell'ordine di 10^{-7}bar, quindi molto piccole se confrontate con il valore assunto dalla pressione all'equilibrio

Si può quindi supporre che:

$P=P_0+\Delta P \quad \rho=\rho_0+\Delta\rho$

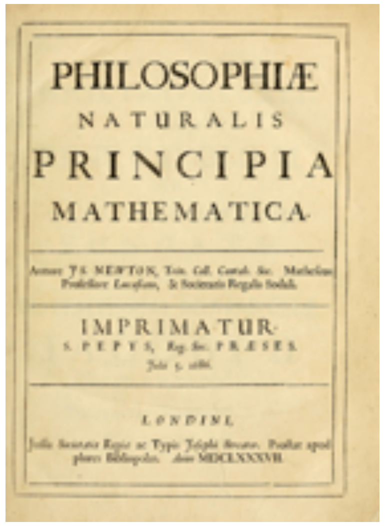
con ΔP e $\Delta\rho$, valori della variazione della pressione e densità rispetto all'equilibrio, molto piccoli

Velocità delle onde sonore - isoterma

L'equazione d'onda sonora ci dice che $$v = \sqrt{\kappa} = \sqrt{\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_0}$$

Newton calcolò la derivata della pressione supponendo che il calore fosse condotto da una regione all'altra così velocemente che la temperatura non potesse variare - isoterma PV=costante cioè P/ρ=costante e quindi

$$v = \sqrt{\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_0} = \sqrt{(\text{costante})_0} = \sqrt{\left(\frac{P}{\rho}\right)_0}$$



chiamata velocità del suono isoterma

I. Newton, "Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica", 1687; 1713; 1728.

Velocità delle onde sonore - adiabatica

In realtà Laplace dedusse correttamente che il flusso di calore da una regione del gas compressa ad una regione rarefatta fosse trascurabile, e quindi che il processo del passaggio di un'onda sonore fosse adiabatico PV^{γ}=costante, P/ρ^{γ}=costante, con γ rapporto dei calori specifici C_p/C_v

$$v = \sqrt{\left(\frac{dP}{d\rho}\right)_0} = \sqrt{\left(\frac{\gamma}{\rho} \cos\tan te \rho^{\gamma}\right)_0} = \sqrt{\gamma\left(\frac{P}{\rho}\right)_0}$$

chiamata velocità del suono adiabatica

P. S. Laplace, "Sur la vitesse du son dans l'air et dans l'eau" Annales de chimie, 1816, 3: 238-241.

Velocità delle onde sonore nell'aria

Usando anche la legge di stato dei gas perfetti

$PV=nRT=NkT$

si può scrivere l'espressione in varie forme

$$v=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}=\sqrt{\frac{\gamma PV}{\rho V}}=\sqrt{\frac{\gamma nRT}{m}}=\sqrt{\frac{\gamma NkT}{Nm_{mol}}}=\sqrt{\frac{\gamma KT}{m_{mol}}}=\sqrt{\frac{\gamma RT}{peso_{mol}}}$$

e comunque, dipende solo dalla temperatura. Nel caso di aria secca (gas biatomico e $\gamma=7/5$) si ha:

$v=331.4+0.6T_c$ m/s (temperatura misurata in Celsius)

Velocità del suono

La velocità delle onde sonore dipende quindi dalla compressibilità del mezzo.

Se il mezzo possiede un modulo di incompressibilità (bulk modulus) B ed una densità all'equilibrio ρ la velocità del suono è:

$$v = (B/\rho)^{1/2}$$

che può essere confrontata con l'espressione per la velocità delle onde trasversali su di una corda

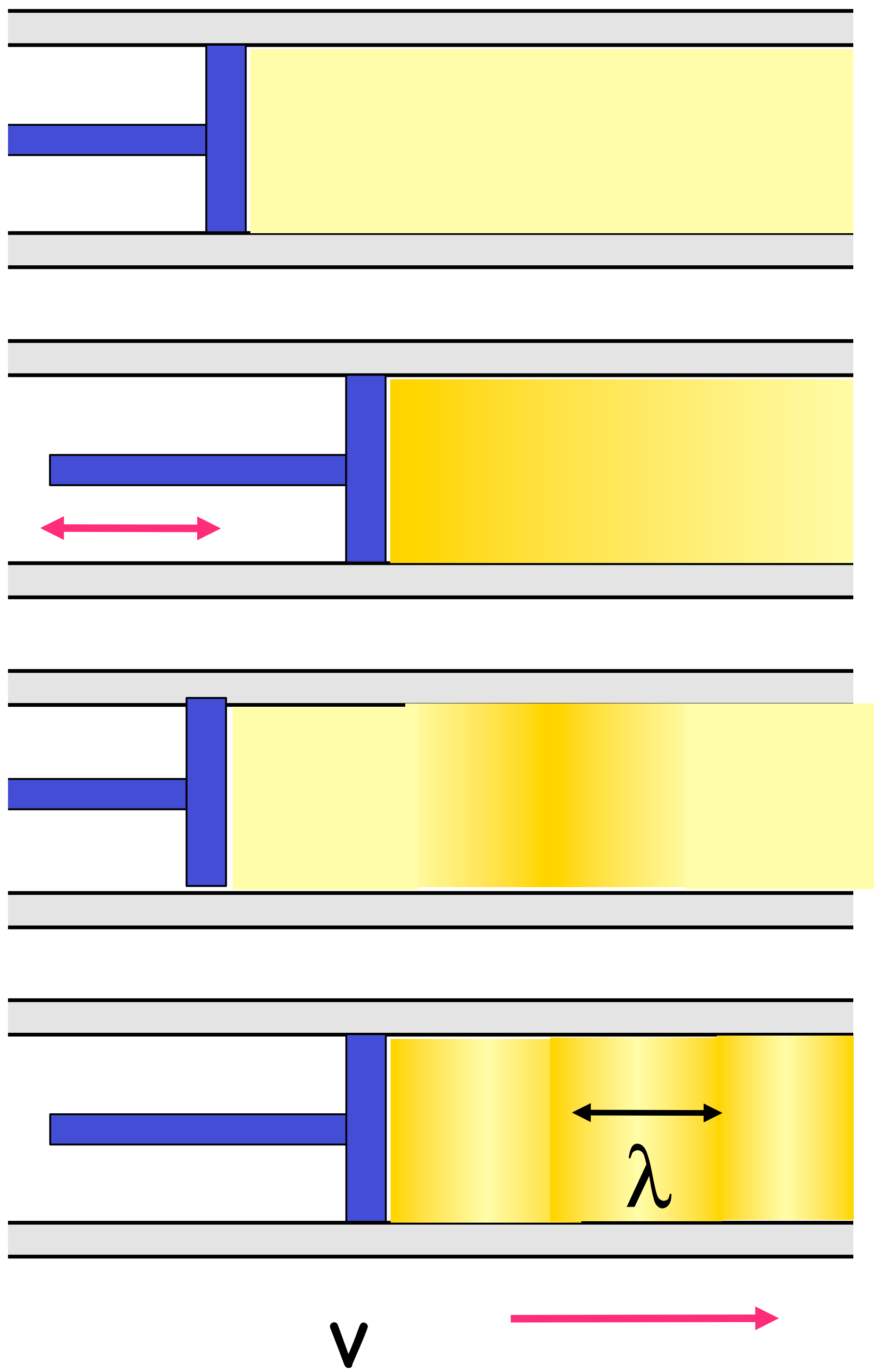
$$v = (F/\mu)^{1/2}$$

La velocità dipende sia dalle proprietà elastiche del mezzo (B o F) e da quelle inerziali (ρ o μ)

Onde sonore armoniche

Se la sorgente di un'onda longitudinale (eg diapason, altoparlante) oscilla come un SHM la perturbazione risultante sarà anch'essa un SHM.

Si consideri il sistema



Mentre il pistone oscilla avanti ed indietro si creano delle regioni di compressione e rarefazione.

La distanza tra due regioni di compressione successive è λ.

Onde sonore armoniche

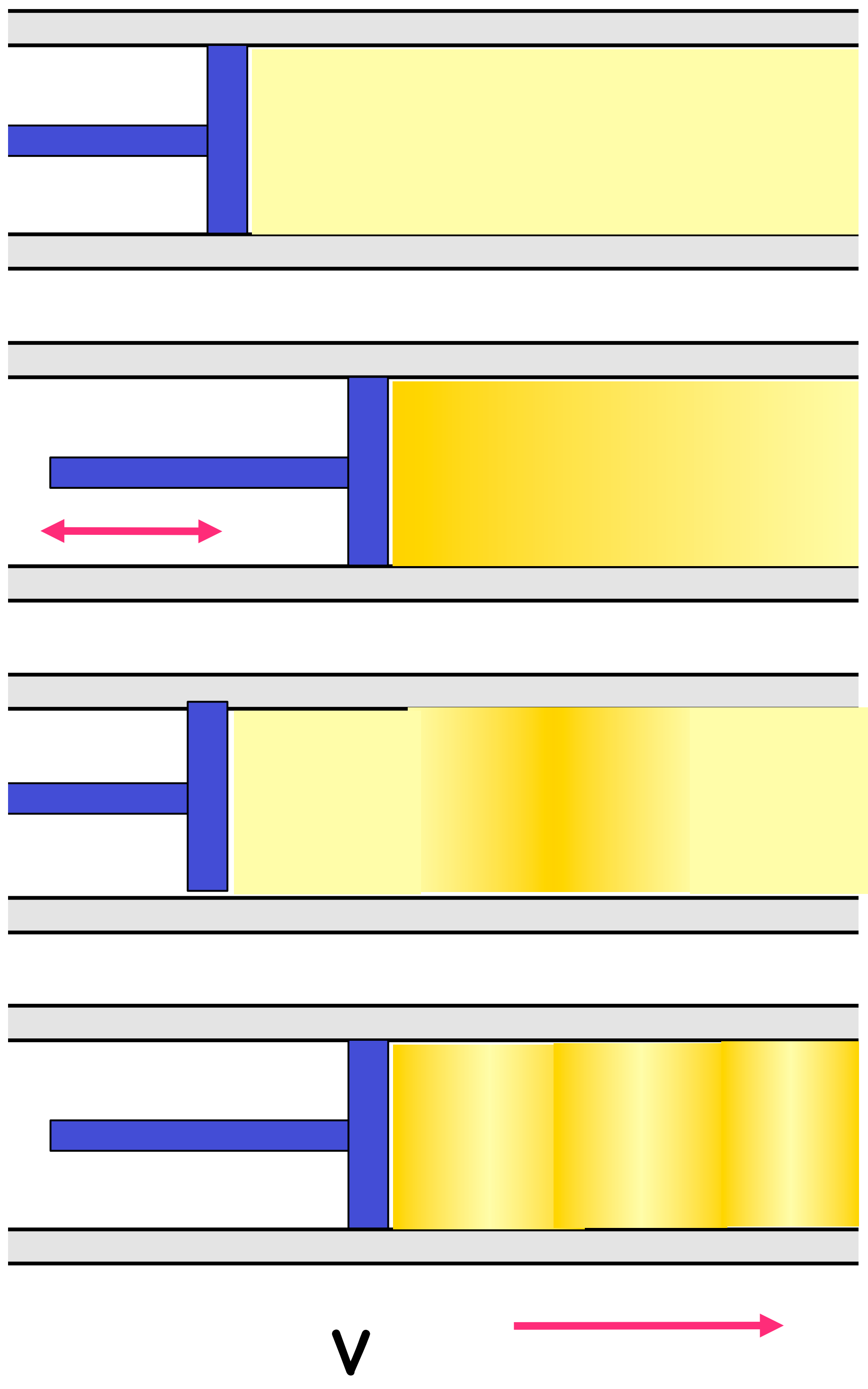
Ogni piccola regione del mezzo si muove come un SHM, dato da

$$s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t)$$

dove s_m = spostamento massimo dall'equilibrio

La variazione di pressione nel gas, ΔP, misurato rispetto alla pressione di equilibrio è

$$\Delta P = \Delta P_m \sin(kx - \omega t)$$



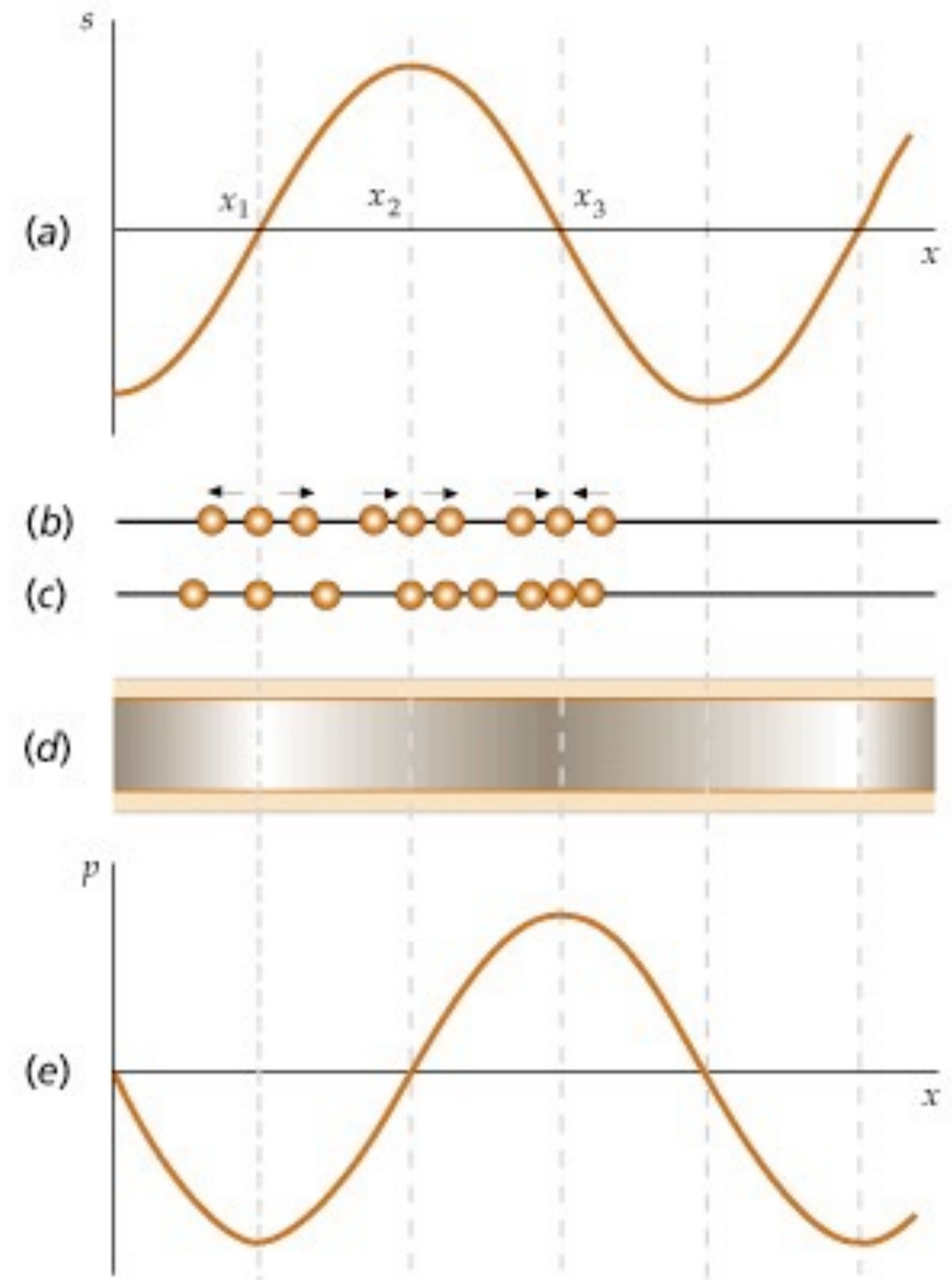
Onde sonore armoniche

$$\Delta P = \Delta P_m \sin(kx - \omega t)$$

L'ampiezza di pressione ΔP_m è proporzionale all'ampiezza dello spostamento s_m tramite

$$\Delta P_m = \rho v \omega s_m$$

ωs_m è la massima velocità longitudinale del mezzo davanti al pistone e quindi un'onda sonora può essere considerata sia un'onda di spostamento che di pressione (sfasati di 90°)



Spostamento e Pressione

Infatti (con la notazione precedente):

$$\Delta P = \kappa \Delta \rho = \kappa \left(-\rho_0 \frac{\partial s}{\partial x} \right) = v^2 \left[-\rho_0 \frac{\partial}{\partial x} \left(s \ \cos(kx - \omega t) \right) \right]$$

$$= v^2 \left[\rho_0 k \left(s \sin(kx - \omega t) \right) \right] = v^2 \left[\rho_0 \frac{\omega}{v} \left(s \sin(kx - \omega t) \right) \right]$$

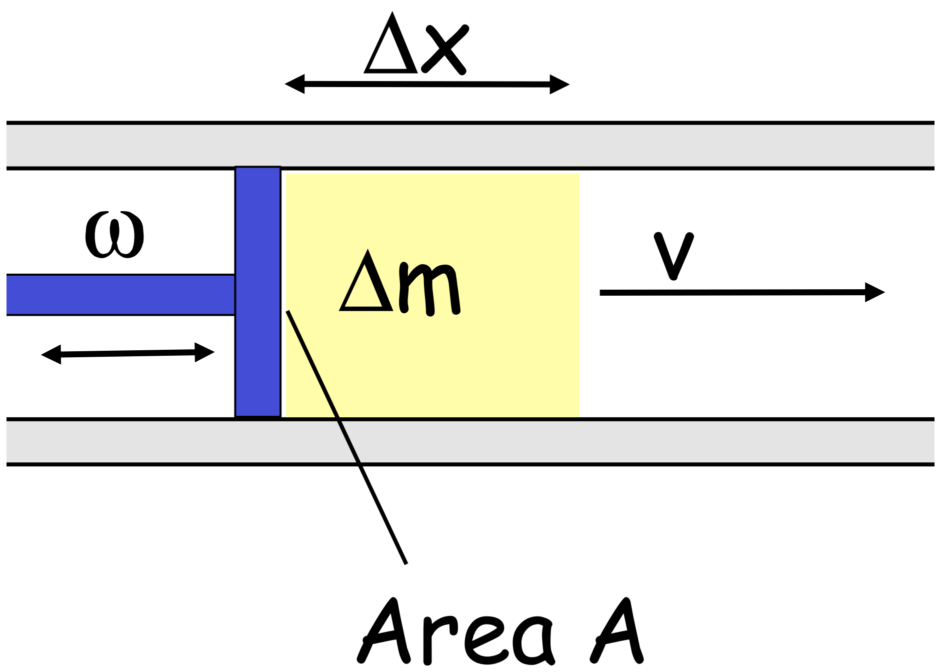
e quindi:

$$\Delta P = \rho_0 v \omega s \sin(kx - \omega t)$$

Energia ed intensità di un'onda sonora armonica

Si consideri uno strato d'aria di massa Δm e spessore Δx davanti al pistone che oscilla come ω.

Il pistone transmette energia all'aria



In un sistema SHM $KE_{media} = PE_{media}$ e $E_{media} = KE_{max}$

$$\Delta E = \frac{1}{2}\Delta m\,(\omega s_m)^2$$

$$= \frac{1}{2}(\rho A\,\Delta x)(\omega s_m)^2$$

volume strato

Potenza = tasso di trasferimento energia ad ogni strato

$$\text{Potenza} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

$$= \frac{1}{2}\rho A\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)(\omega s_m)^2$$

velocità alla destra

$$= \frac{1}{2}\rho A v(\omega s_m)^2$$

$$\text{Intensità} = \frac{\text{Potenza}}{\text{area}} = \frac{1}{2}\rho v(\omega s_m)^2$$

$$= \frac{\Delta P_m^2}{2\rho v}$$

dove $\Delta P_m = \rho v \omega s_m$

Intensità in decibel - LIS

L'orecchio umano percepisce i suoni in una scala approssimativamente logaritmica.

Si definisce il **livello di intensità sonora (LIS)**, misurato in decibel (dB), come:

$$LIS = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

I è l' intensità del suono e

I_0 è la soglia di udibilità   ($\sim 10^{-12}$ W m^{-2})

Esempi:

jet	150dB	conversazione	50dB
concerto rock	120dB	sussurro	30dB
traffico intenso	80dB	respiro	10dB

LPS - Livello di Pressione Sonora

L'orecchio umano percepisce i suoni in una scala approssimativamente logaritmica.

Si definisce il **livello di pressione sonora (LPS)**, misurato in decibel (dB), come:

$$LPS = 10 \log \left(\frac{p}{p_0} \right)^2 = 20 \log \left(\frac{p}{p_0} \right)$$

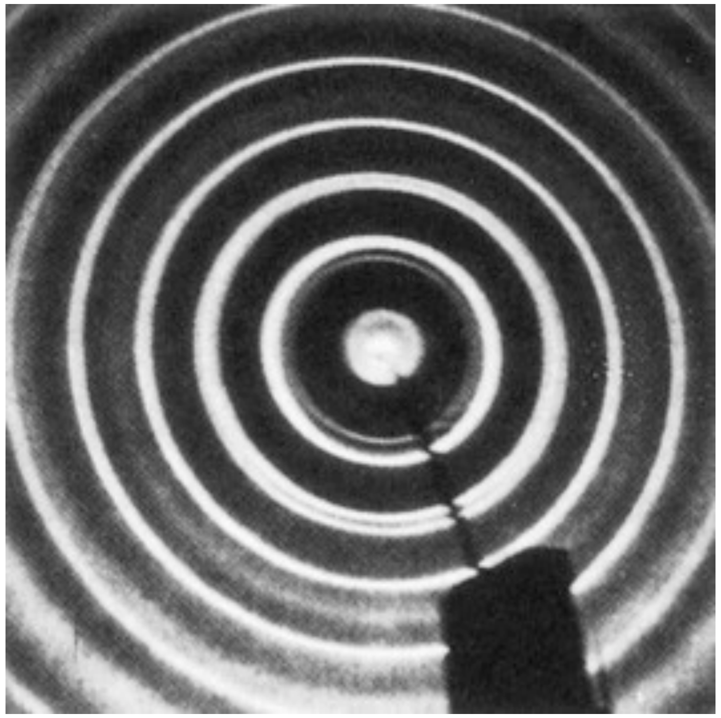
p è la pressione del suono e

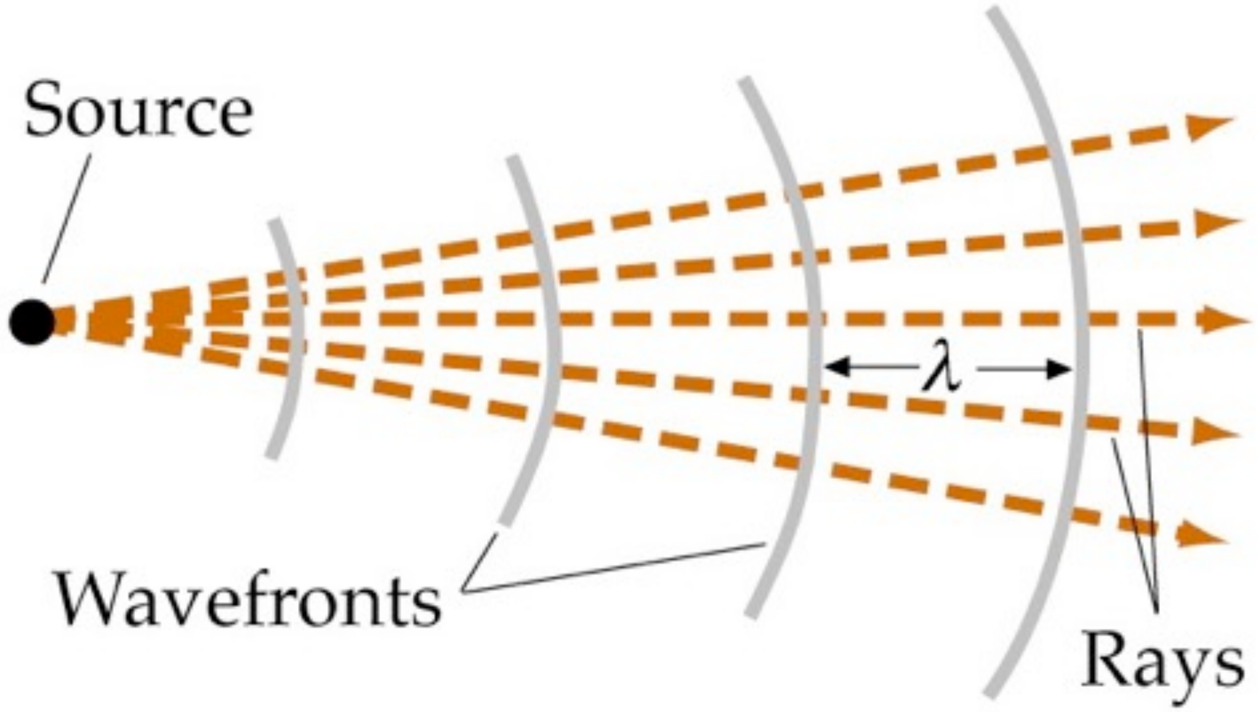
p_o è la pressione sonora di riferimento (2 10^{-5} Pa)

corrispondente alla soglia di udibilità

Onde sferiche e piane

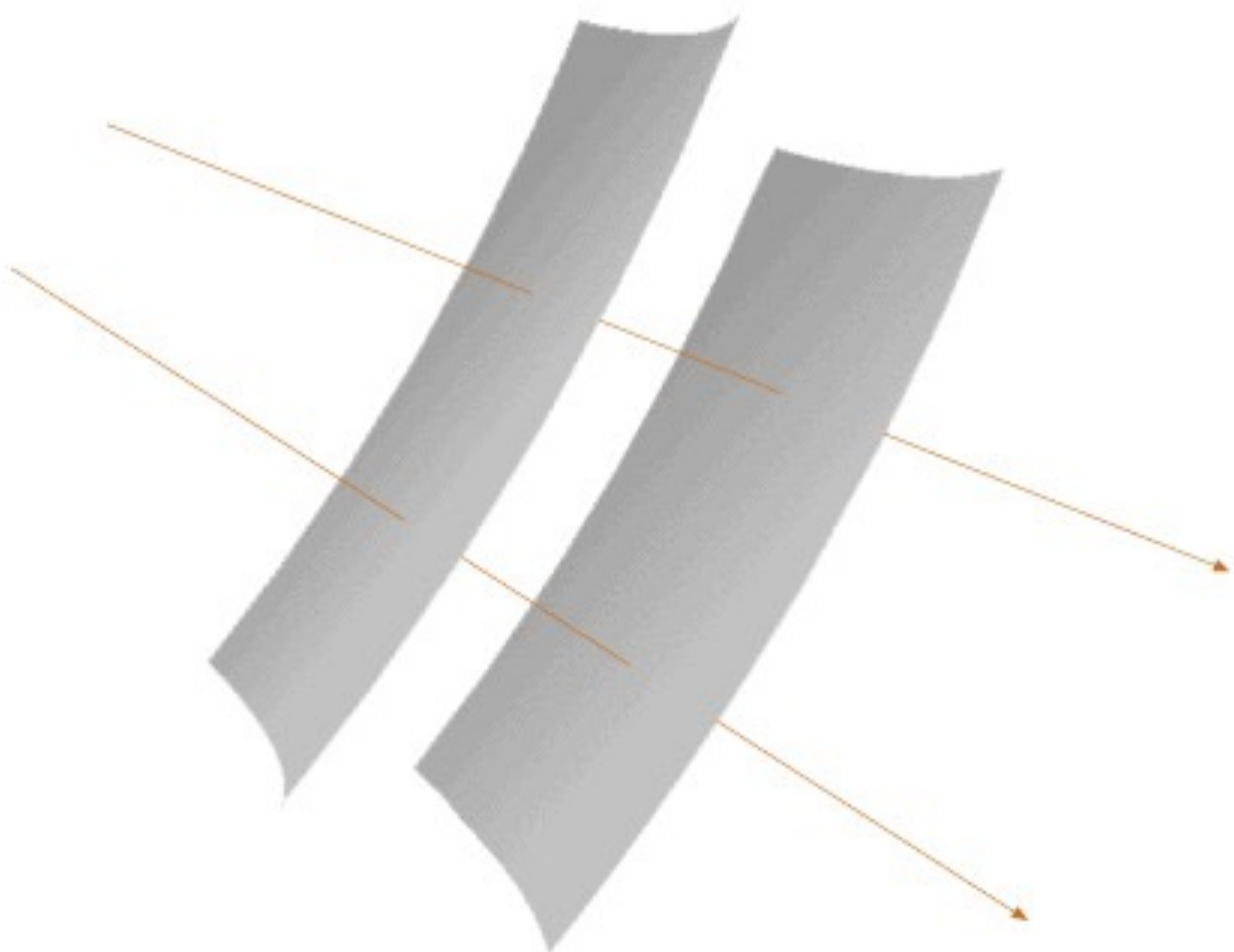
Se una sorgente sferica irradia un'onda aronica, viene generata un'onda sonora con fronti d'onda sferici.





In un mezzo uniforme l'onda si propaga dalla sorgente con velocità costante

A grandi distanze dalla sorgente i fronti d'onda sono circa piani paralleli ed i raggi sono circa linee parallele, perpendicolari ai fronti d'onda



Siccome tutti i punti sulla sfera si comportano nella stessa maniera, l'energia in un'onda sferica si propaga uniformemente in tutte le direzioni .

P_{av} = potenza media emessa dalla sorgente

Ad una distanza r dalla sorgente la potenza è distribuita su di una superfice sferica di area $4\pi r^2$.

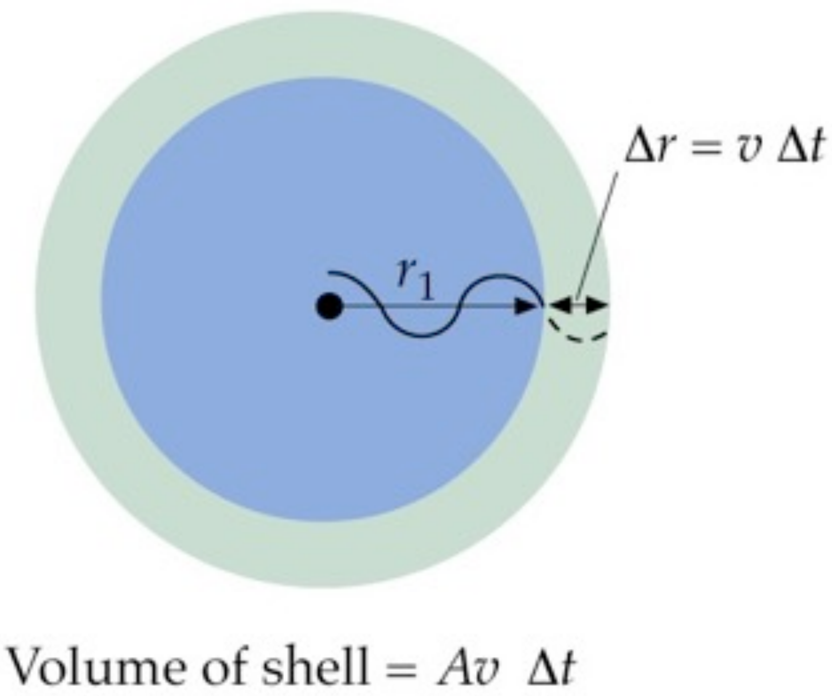
$$\text{Intensità} \quad I = \frac{P_{av}}{A} = \frac{P_{av}}{4\pi r^2}$$

Se si considerano due superfici a distanza r_1 e r_2 dalla sorgente

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^{\,2}}{r_1^{\,2}}$$

Densità di energia in un mezzo

Si consideri un'onda sferica che ha raggiunto il raggio r_1.



Il volume racchiuso in r_1 contiene energia, visto che le particelle in quella regione oscillano con SHM.

Il volume al di fuori di r_1 non contiene energia, visto che l'onda non l'ha ancora raggiunto

Dopo un tempo Δt l'onda ha percorso $\Delta r = v\,\Delta t$

L'energia media in un guscio sferico di superfice A, spessore $v\,\Delta t$ e volume $\Delta V = A\,v\,\Delta t$ è...

$$\Delta E_{av} \quad = \quad \eta_{av}\, \Delta V \quad = \quad \eta_{av}\, A\, v\, \Delta t$$

Il tasso di incremento dell'energia è la potenza che passa nel guscio

$$P_{av} \quad = \quad \frac{\Delta E_{av}}{\Delta t} \quad = \quad \eta_{av}\, A\, v$$

$$\text{Intensità} \quad = \quad \frac{P_{av}}{A} \quad = \quad \eta_{av}\, v$$

In precedenza si è visto che

$$\text{Energia} = \frac{1}{2}\,(\rho\, \Delta V)\,(\omega s_m)^2$$

Densità di energia = Energia per unità di volume

$$\text{Densità di energia } \eta_{av} = \frac{1}{2}\rho\,(\omega s_m)^2$$

$$\therefore \text{ Intensità} = \eta_{av}\,v = \frac{1}{2}\rho\,\omega^2\,s_m^2\,v$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\Delta P_m^2}{\rho v} \qquad \Delta P_m = \rho\,v\,\omega\,s_m$$

ie: l'intensità di un'onda sonora è proporzionale al quadrato dell'ampiezza di pressione

L'orecchio umano può tollerare un cambiamento di pressione fino a ~30Pa (pressione normale atmosferica ~101330Pa)

Esempio 1

Il suono più debole che un orecchio umano può percepire a 1000 Hz corrisponde ad un'intensità di circa 10^{-12} W m^{-2}. Il più forte che può tollerare corrisponde ad un'intensità di circa 1 W m^{-2}.

Si determinino l'ampiezza di pressione e lo spostamento massimo associati a questi due limiti per il suono più debole

$$\text{Intensità} = \frac{1}{2}\frac{\Delta P_m^2}{\rho v}$$

Se si usa $v = 343\ m\ s^{-1}$ e densità dell'aria, $\rho = 1.2\ kg\ m^{-3}$

$$\Delta P_m = \sqrt{2\rho v I}$$

$$= \sqrt{2 \times 1.2 \times 343 \times 10^{-12}}$$

$= 2.9 \times 10^{-5}\ N\ m^{-2} = 2.9 \times 10^{-5}\ Pa = 2.9 \times 10^{-10}\ bar$

$$\Delta P_m = \rho v \omega s_m$$

$$s_m = \frac{\Delta P_m}{\rho v \omega}$$

usando $\omega = 2\pi f$

$$s_m = \frac{2.9 \times 10^{-5}}{1.2 \times 343 \times 2\pi \times 1000}$$

$$= 1.1 \times 10^{-11}\ \text{m}$$

Suono più forte: Ampiezza di pressione $\Delta P_m = 29\ \text{Nm}^{-2}$

spostamento massimo $s_m = 1.1 \times 10^{-5}\ \text{m}$

Esempio 2

Una sorgente emette onde sonore con una potenza di 80W. Assumendo che la sorgente sia puntiforme,

(a) si trovi l'intensità ad una distanza di 3m dalla sorgente.

(b) si trovi la distanza a cui il suono si riduce ad un livello di 40dB.

(a) si trovi l'intensità ad una distanza di 3m dalla sorgente.

$$\text{Intensità} \quad I = \frac{P_{av}}{A} = \frac{P_{av}}{4\pi r^2}$$

$$= \frac{80}{4\,\pi\,3^2}$$

$$= 0.71 \text{ W m}^{-2}$$

valore vicino alla soglia del dolore, circa 1 W m^{-2}

(b) si trovi la distanza a cui il suono si riduce ad un livello di 40dB.

$$\text{LIS}=10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$40 = 10\log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$$

$$I = 10^4 \times 10^{-12}$$

$$I = 10^{-8}\ \text{W m}^{-2}$$

$$I = \frac{P_{av}}{4\pi r^2}$$

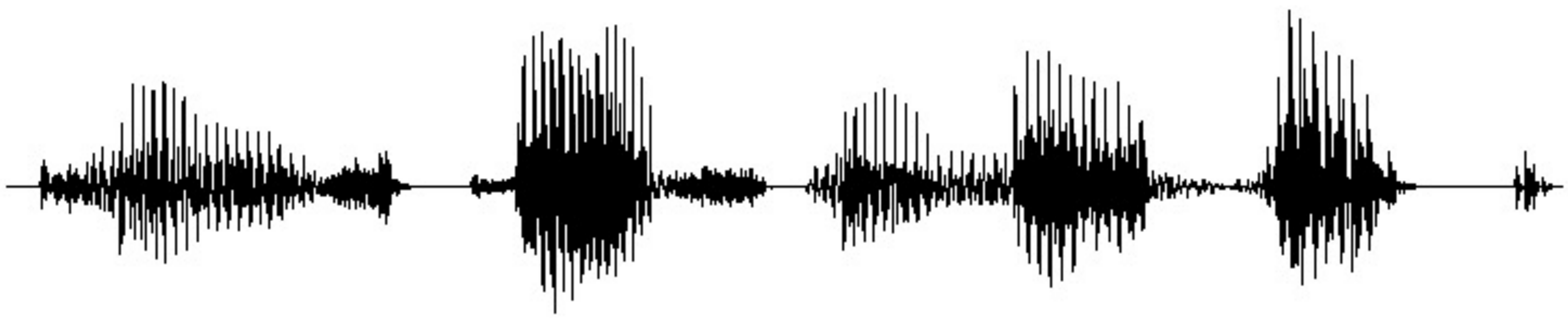
$$r = \sqrt{\frac{P_{av}}{4\pi I}}$$

$$= \sqrt{\frac{80}{4\,\pi\,10^{-8}}}$$

$$= 2.5 \times 10^4\ \text{m}$$

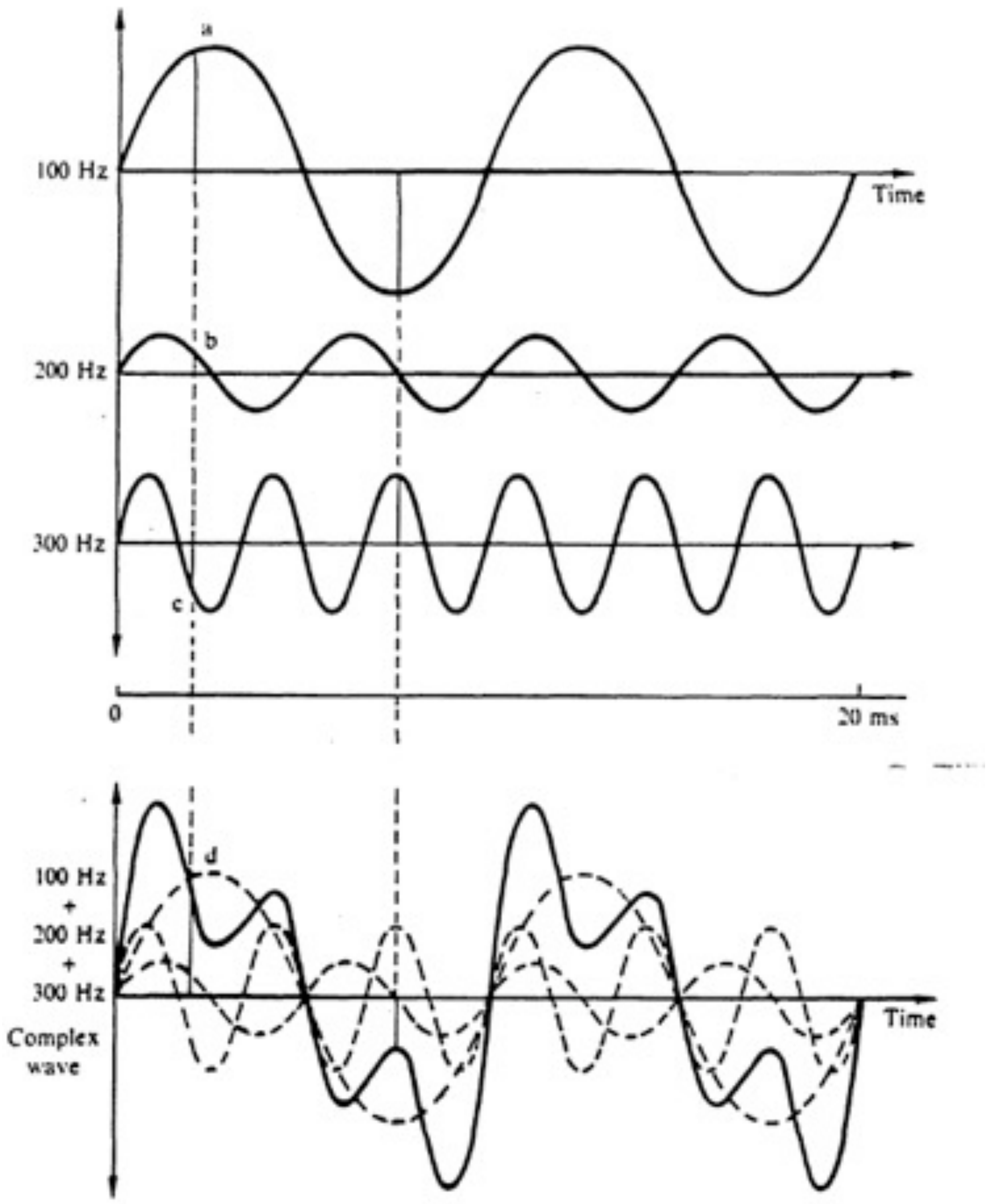
Forme d'onda complesse

Le onde sonore in realtà non sono semplici onde armoniche, ma sono più complesse. Ecco un esempio di forma d'onda:



Forme d’onda complesse

Onde complesse possono essere suddivise matematicamente (mediante analisi di Fourier) in una serie di onde semplici (armoniche)



Forme d’onda complesse

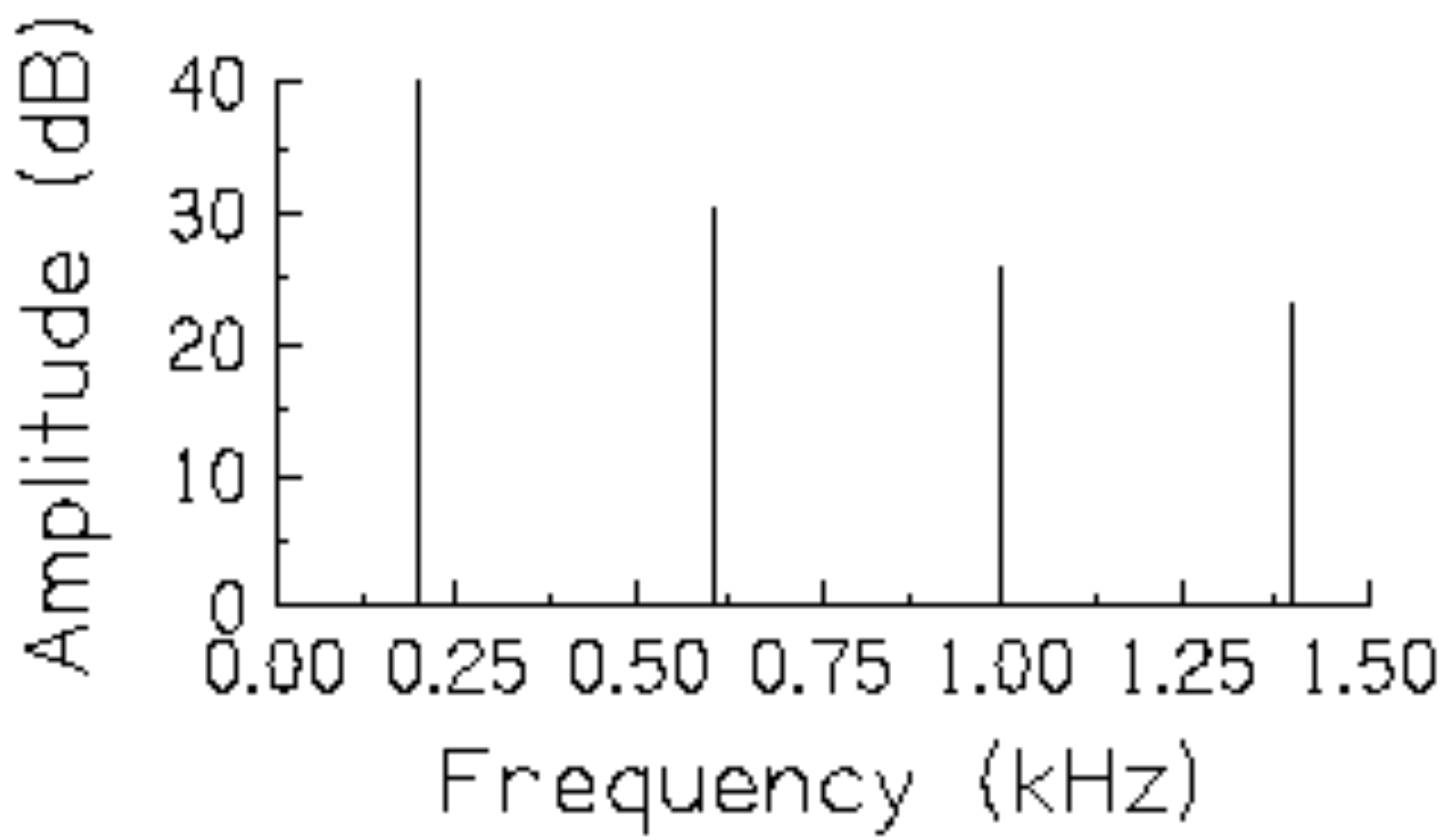
La frequenza fondamentale è uguale alla frequenza della prima componente di un'onda complessa, che corrisponde solitamente all’”altezza” del suono

Ciascuna delle onde semplici a frequenza più alta è chiamato armonica, con frequenze multiple della frequenza fondamentale, quindi se f1 = 100 Hz, 2a armonica = 200Hz, 3a armonica = 300Hz, ecc ...

Diverse combinazioni di ampiezza delle armoniche (timbro) spiegano la diversa percezione del suono emesso da diversi strumenti musicali che suonano la stessa nota

Spettro (di Fourier)

Poiché ogni onda complessa ha molte componenti o armoniche, è difficile riconoscere una forma d'onda in cui l'asse X è il tempo. Possiamo anche tracciare ampiezza rispetto alla frequenza in uno spettro, un modo utile di interpretare onde complesse:

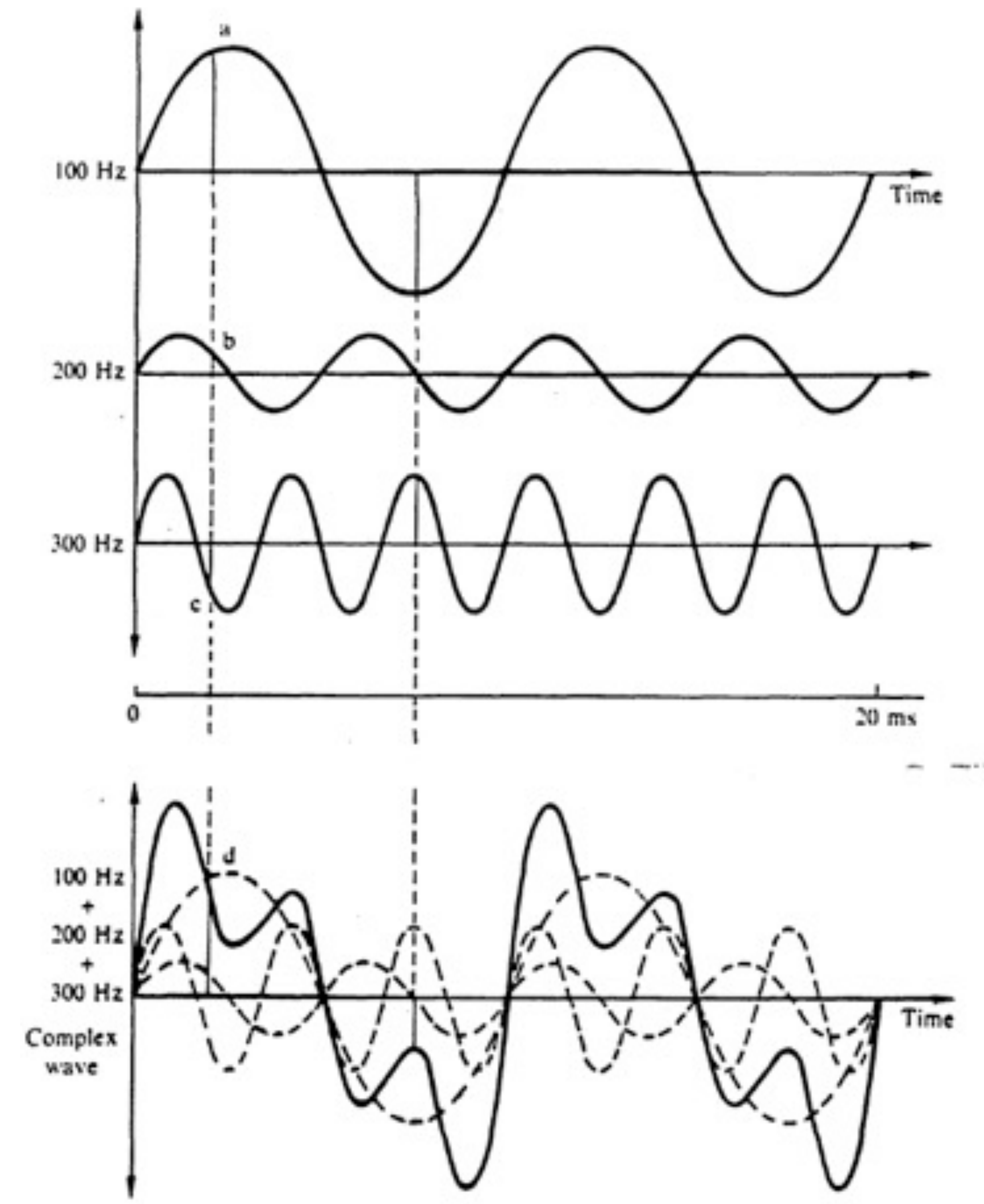


Ogni linea in uno spettro rappresenta una semplice onda sinusoidale e indica la sua ampiezza e frequenza

Spettro (di Fourier)

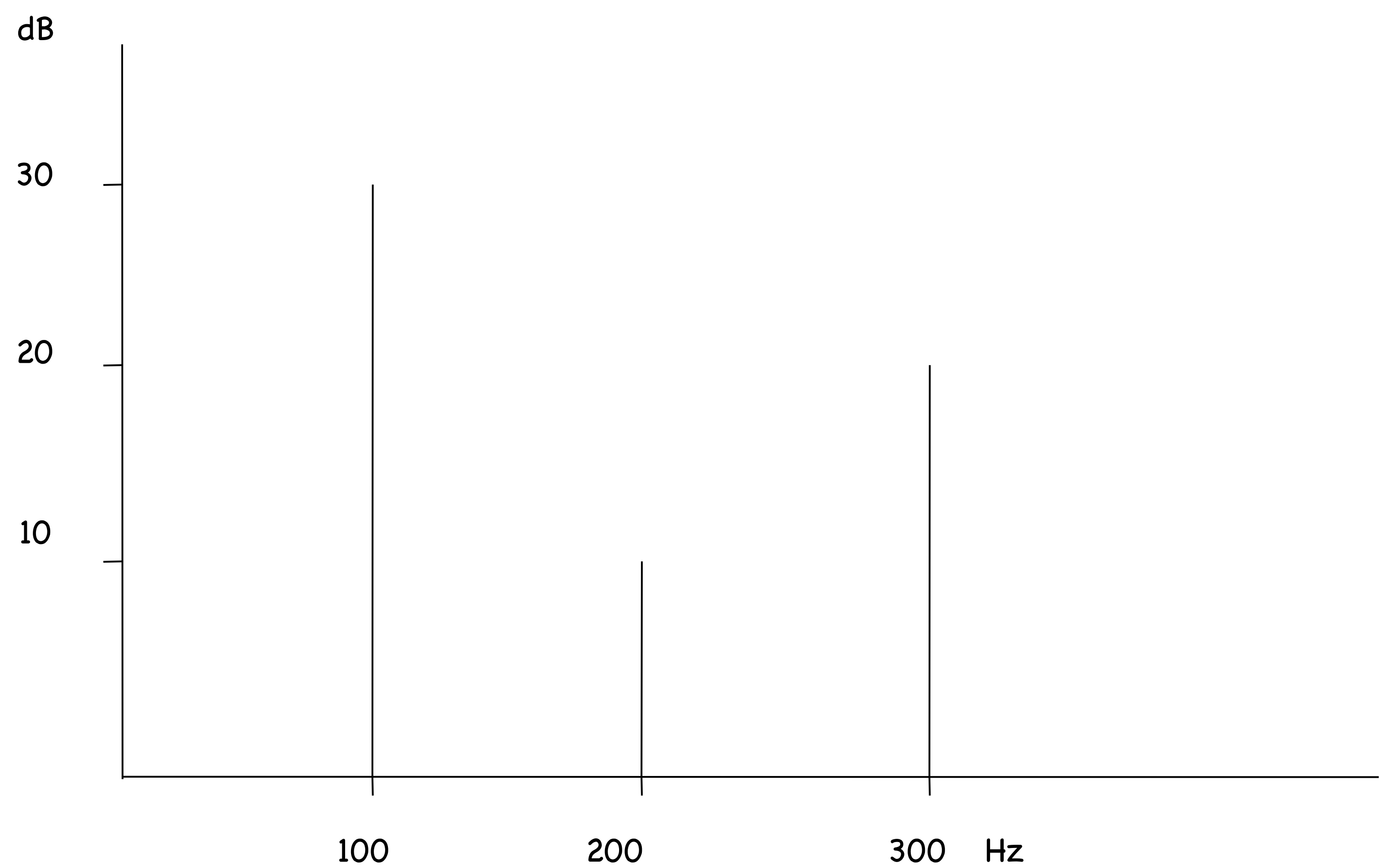
Si consideri ancora l'onda complessa.
Essa ha tre componenti con diverse frequenze e ampiezze

	Frequenza	Ampiezza
1	100Hz	30dB
2	200Hz	10dB
3	300Hz	20dB



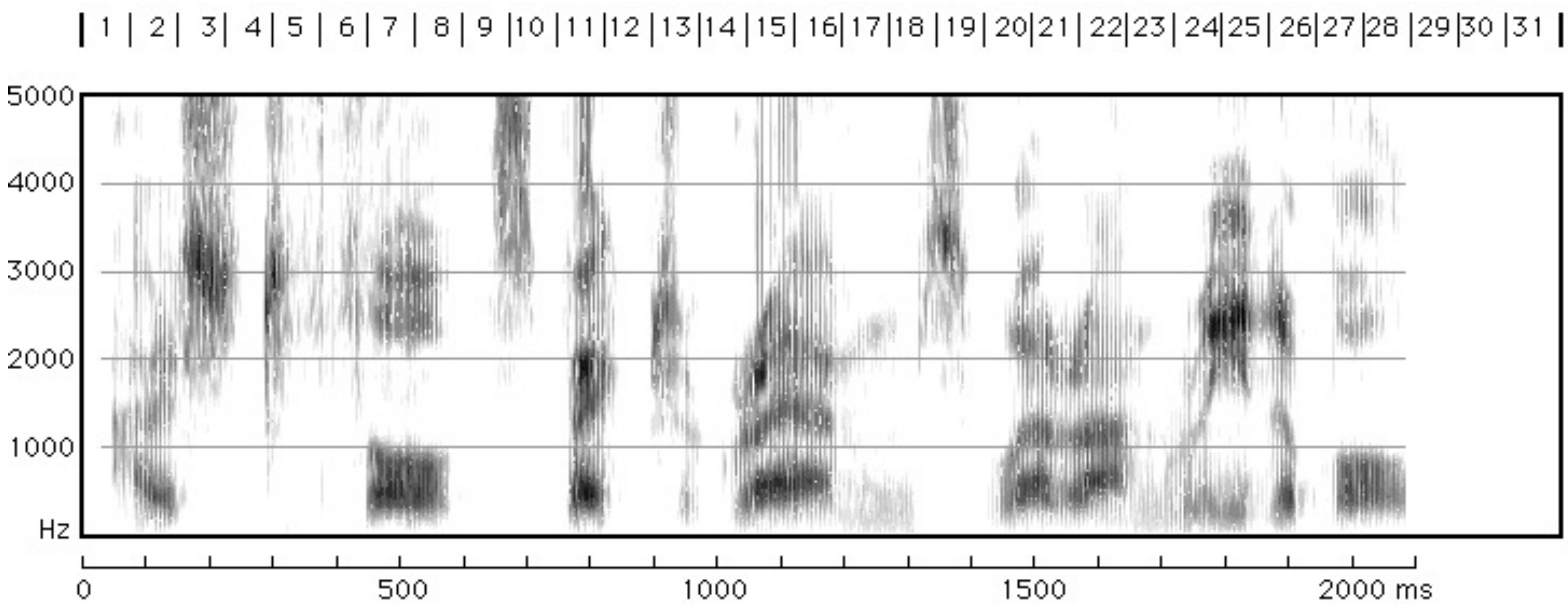
Spettro (di Fourier)

	Frequenza	Ampiezza
1	100Hz	30dB
2	200Hz	10dB
3	300Hz	20dB



Sonogramma

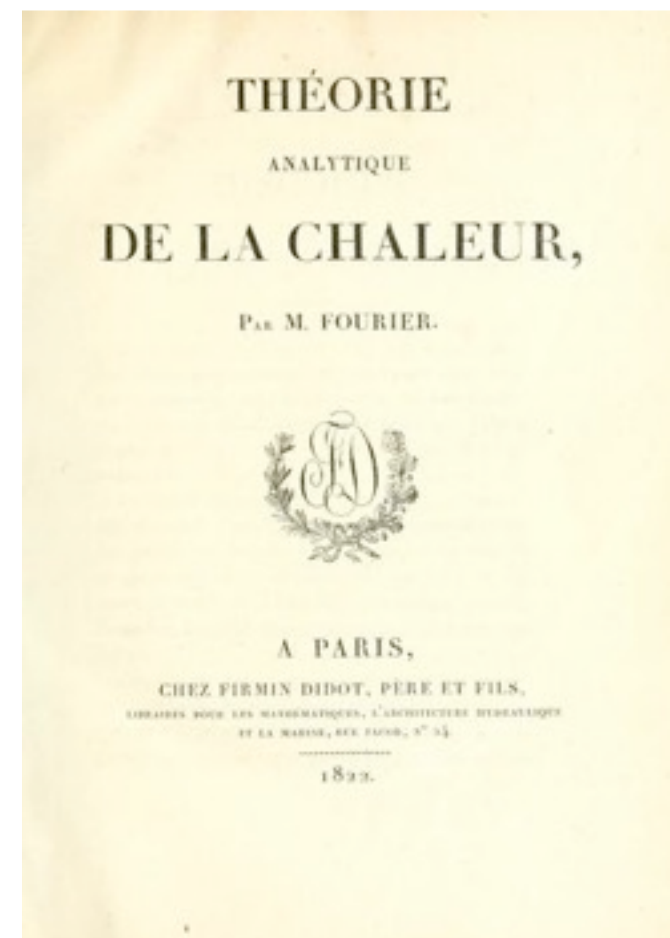
Un altro modo di esaminare il suono è tramite il sonogramma:
Asse X è il tempo; Y è la frequenza;
la scala di grigi rappresenta l'intensità



Teorema di Fourier

Il teorema di Fourier afferma che una funzione f periodica (t) che è ragionevolmente continua può essere espressa come la somma di una serie di termini seno o coseno (chiamato la serie di Fourier), ciascuno dei quali presenta specifici coefficienti di ampiezza e fase noti come coefficienti di Fourier.

Jean Baptiste Joseph Fourier



THÉORIE
ANALYTIQUE
DE LA CHALEUR,
PAR M. FOURIER.

A PARIS,
CHEZ FIRMIN DIDOT, PÈRE ET FILS,

Sovrapposizione lineare di sinusoidi per costruire forme d'onda complesse

$$f(t) = a_0 + \sum_{1}^{\infty} A_n \cos(\omega_n t + \phi_n)$$

$$\omega_n = n\omega_1 = n\frac{2\pi}{T_1}$$

Serie di Fourier

$$\boxed{f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)\right]}$$

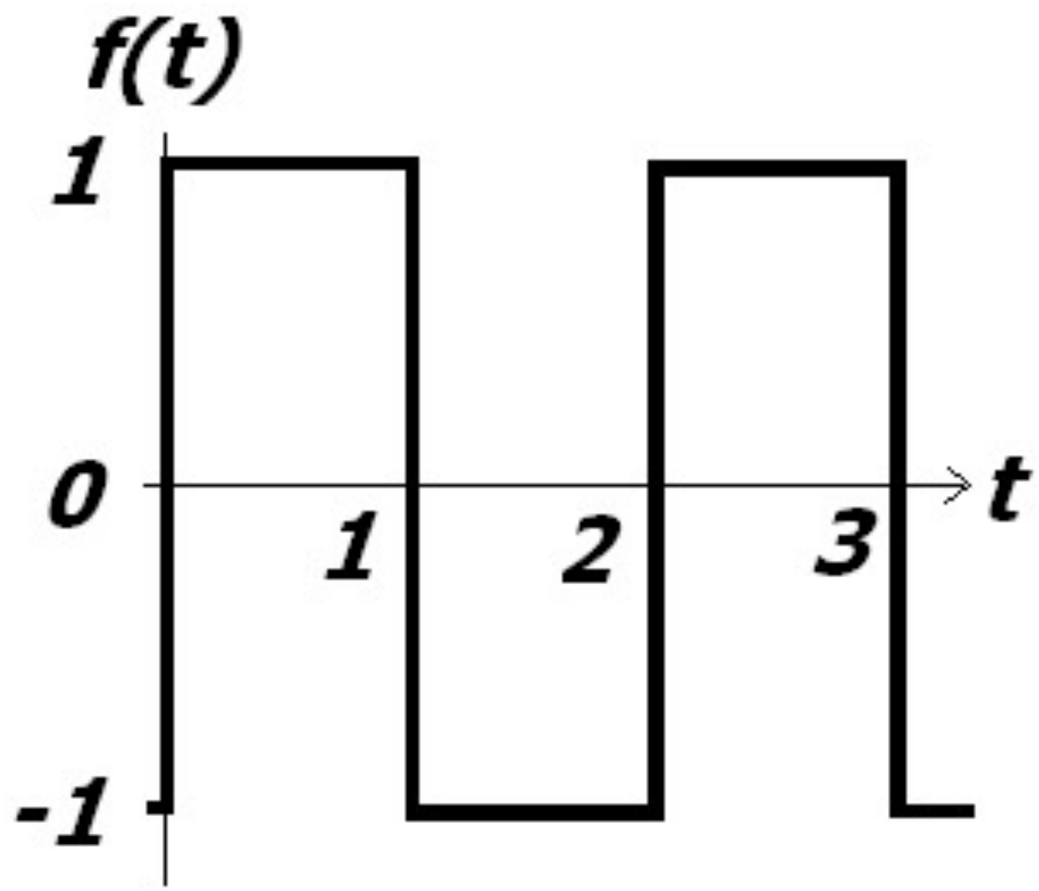
$$a_0 = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)dt$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos(n\omega t)dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(n\omega t)dt$$

Esempio: onda quadra



$$f(t) = 1 \qquad 0 < t < 1$$

$$= -1 \qquad 1 < t < 2$$

- Per trovare la serie dobbiamo trovare i coefficienti a_0, a_n and b_n

$$a_0 = \int_0^2 f(t)dt$$

$$= \int_0^1 dt - \int_1^2 dt = 1 - 1 \Rightarrow a_0 = 0$$

$$a_n = \int_0^2 f(t)\cos(n\pi t)dt$$

$$= \int_0^1 \cos(n\pi t)dt - \int_1^2 \cos(n\pi t)dt$$

$$= \frac{1}{n\pi}\left[\sin(n\pi t)\Big|_0^1 - \sin(n\pi t)\Big|_1^2\right] \Rightarrow a_n = 0$$

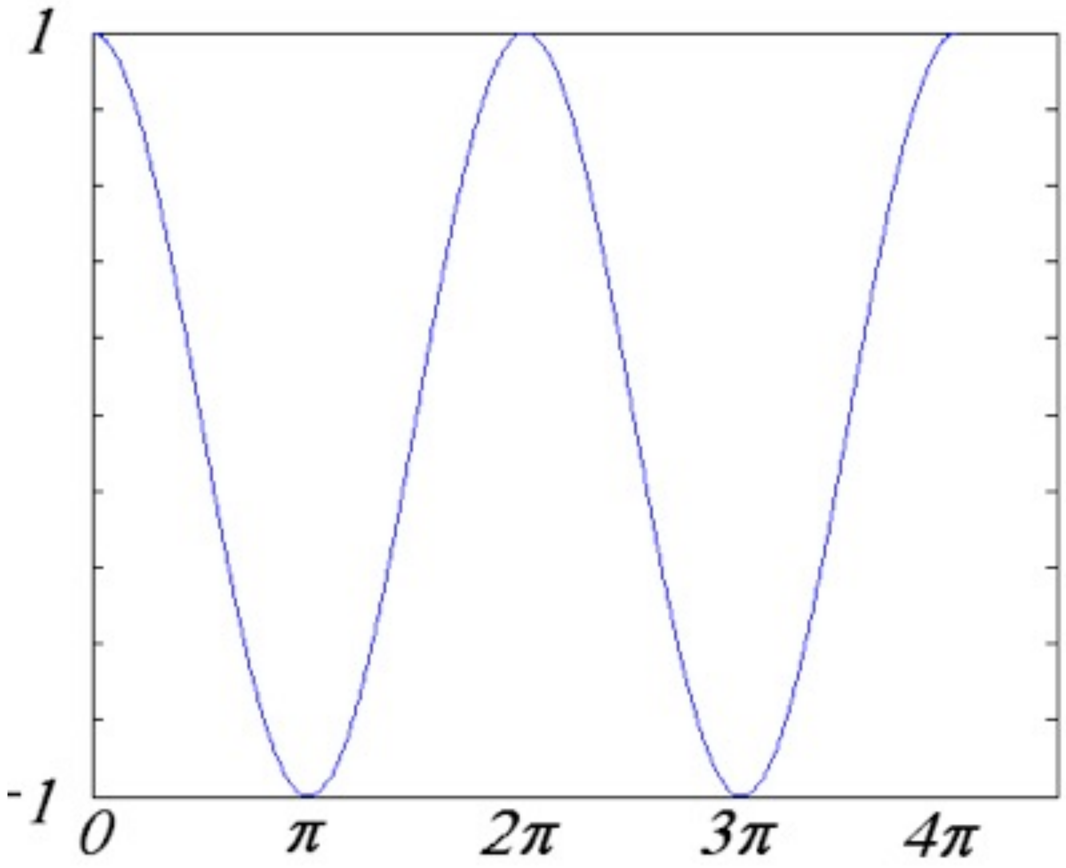
$$b_n = \int_0^2 f(t)\sin(n\pi t)dt = \int_0^1 \sin(n\pi t)dt - \int_1^2 \sin(n\pi t)dt$$

$$= -\frac{1}{n\pi}\left[\cos(n\pi t)\Big|_0^1 - \cos(n\pi t)\Big|_1^2\right]$$

$$= -\frac{1}{n\pi}\Big((\cos(n\pi) - 1) - (\cos(n\pi 2) - \cos(n\pi))\Big)$$

$$= -\frac{1}{n\pi}(2\cos(n\pi) - 1 - \cos(n2\pi))$$

$$b_n = -\frac{1}{n\pi}(2\cos(n\pi) - 1 - \cos(n2\pi))$$



$$n = 1,\quad b_1 = -\frac{1}{n\pi}(2(-1) - 1 - 1) = \frac{4}{n\pi}$$

$$n = 2,\quad b_2 = -\frac{1}{n\pi}(2(1) - 1 - 1) = 0$$

$$n = 3,\quad b_3 = -\frac{1}{n\pi}(2(-1) - 1 - 1) = \frac{4}{n\pi}$$

$$n = 4,\quad b_4 = -\frac{1}{n\pi}(2(1) - 1 - 1) = 0$$

$$n = 5,\quad b_2 = -\frac{1}{n\pi}(2(-1) - 1 - 1) = \frac{4}{n\pi}$$

$$a_0 = 0 \qquad a_n = 0 \qquad b_n = \frac{4}{n\pi} \text{ when n} = 1,3,5...$$

e quindi la serie di Fourier per un'onda quadra è:

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)\right]$$

$$= \frac{4}{\pi}\ [\ \sin(\pi\ t) + \tfrac{1}{3}\sin(3\pi\ t) + \tfrac{1}{5}\sin(5\pi\ t) + \ldots\ ]$$

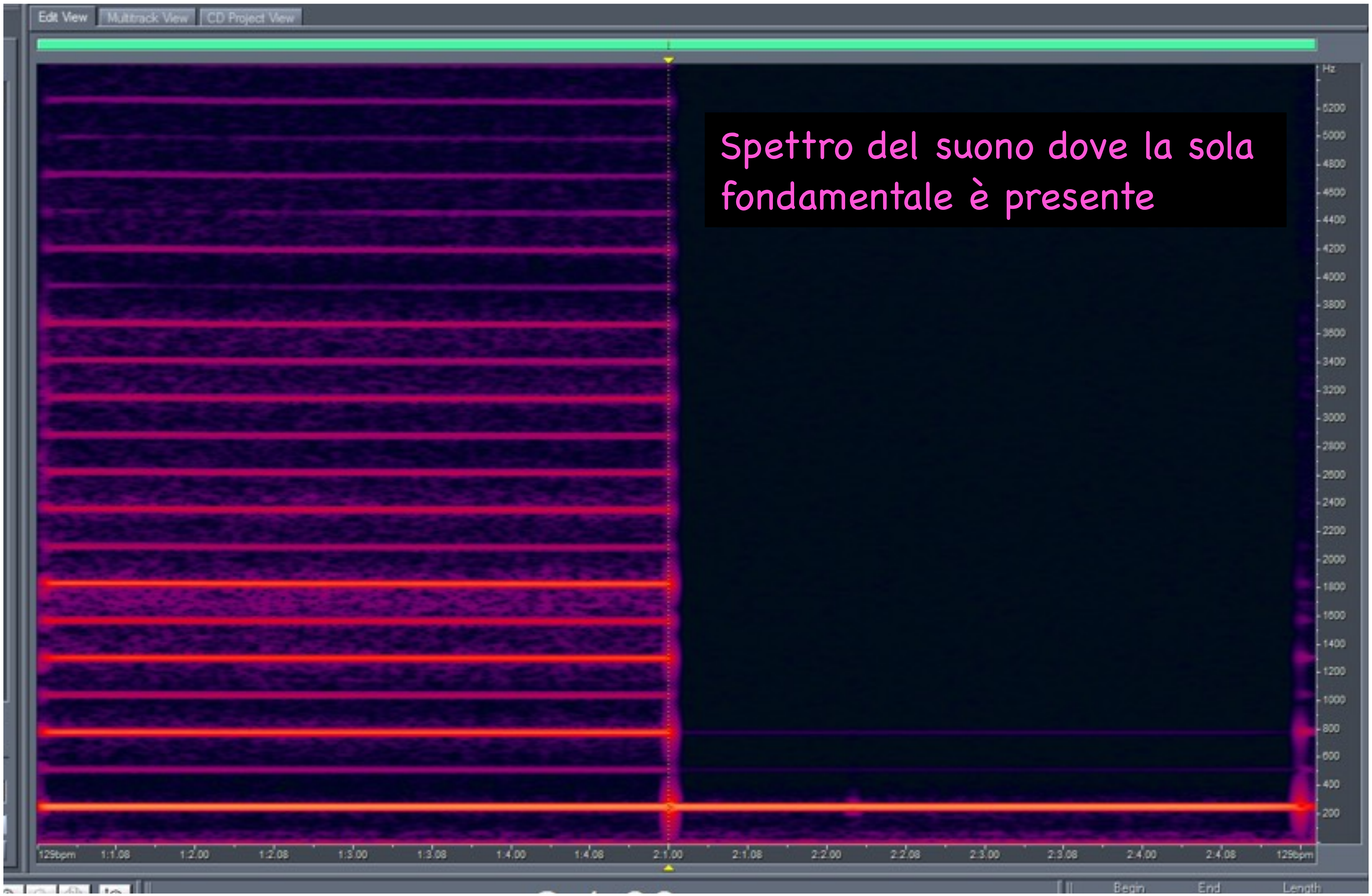
Sentiamo la fase?

Helmholtz e Ohm hanno sostenuto che il nostro orecchio e il cervello sono sensibili solo alle frequenze di suoni: il Timbro è il risultato della loro combinazione

Queste due sono somme con le stesse componenti sinusoidali di ampiezza, tuttavia le fasi differiscono.

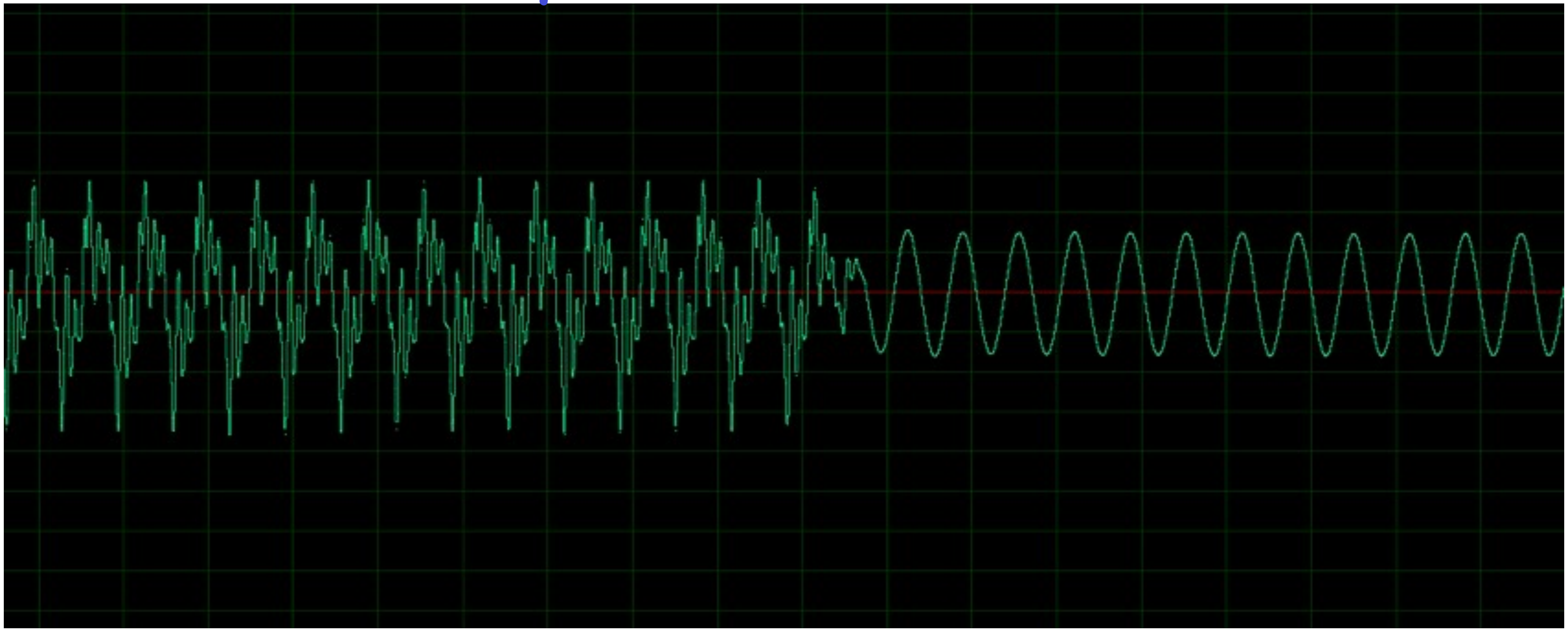
Questo audio ha fasi variabili nelle sue frequenze. Sentiamo differenze nel tempo?

Spettro di un clarino



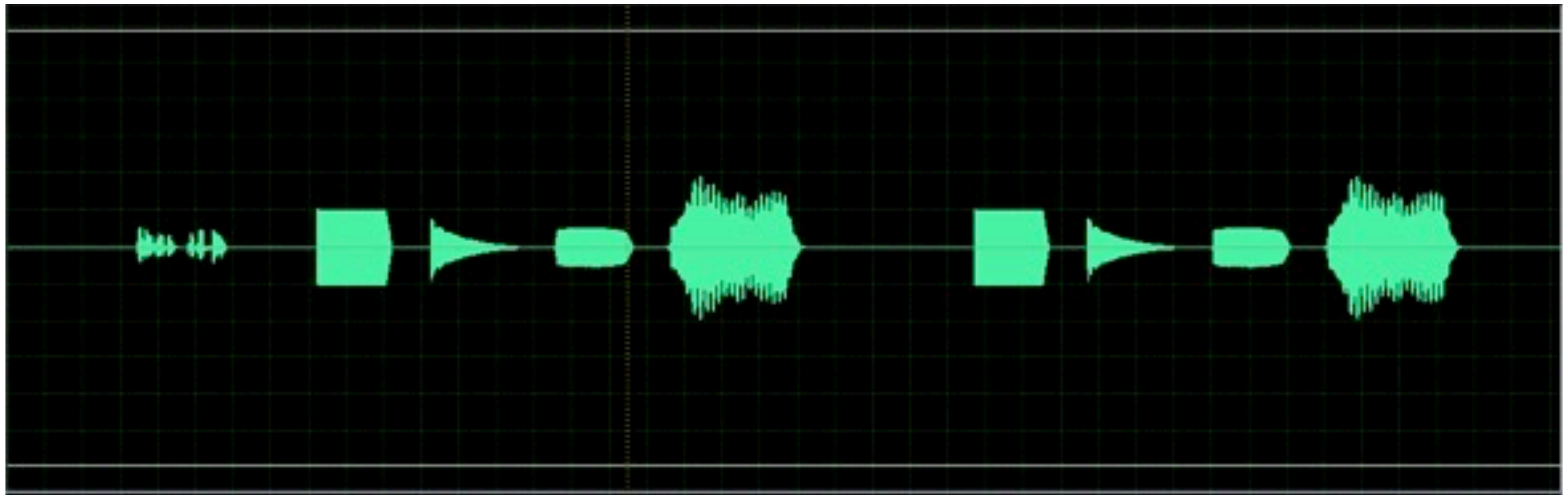
Forma d'onda

Suono completo   Solo fondamentale



Quattro toni complessi da cui sono state rimosse tramite filtraggio le armoniche superiori

Uno è un corno francese, uno è un violino, uno è una sinusoide pura, uno è un pianoforte (ma fuori uso)



E 'difficile individuare gli strumenti. Tuttavia rimangono alcuni indizi (attacco, vibrato, decadimento)