

ESERCIZI DI GEOMETRIA 1, FOGLIO 4

Trieste, 4 novembre 2019

1. Applicare l'algoritmo di Gauss al seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 - x_3 + 3x_4 & = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 & = 8 \\ 3x_1 - x_2 - 3x_4 & = b \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 & = 2. \end{cases}$$

Indicare i pivot, dire per quali valori di b il sistema è compatibile, determinare la dimensione dello spazio W delle soluzioni del sistema omogeneo associato.

2. Si consideri il sistema lineare omogeneo avente M come matrice associata:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a+2 \\ 2a+1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}.$$

Discutere e risolvere il sistema al variare di $a \in \mathbb{R}$.

3. Due matrici $m \times n$ A, B sono dette *equivalenti per righe* se si può passare da A a B con trasformazioni elementari sulle righe.

a) Dimostrare che ogni matrice A è equivalente per righe a una matrice a gradini A_1 con tutti i pivot uguali a 1.

b) Dimostrare che A_1 è equivalente per righe a una matrice a gradini A_2 con tutti i pivot uguali a 1, e tale che tutti gli elementi che stanno nella colonna di un pivot, eccetto il pivot, sono nulli.

Una matrice della forma di A_2 è detta a gradini in forma ridotta per righe.