

Es. 1 (su Moodle)

Quale proporzione di una distribuzione normale ricade nei seguenti intervalli:

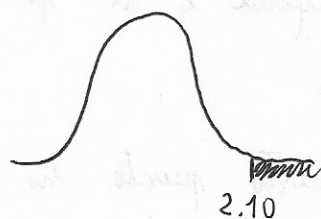
- oltre uno Z -score pari a 2.10
- prima di uno Z -score pari a -2.10
- oltre uno Z -score pari a -2.10
- tra gli Z score -2.10 e 2.10

RISOLUZIONE:

Per tutti i punti utilizzerò la tavola standardizzata del libro di Luccio (in appendice)

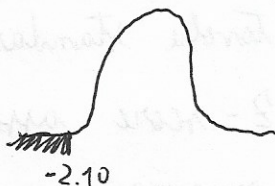
- a) La tavola riporta le proporzioni a partire dal punto Z in poi. Quindi per questo punto mi basta trovare la proporzione associata a un punto Z pari a 2.10

$$\Rightarrow \underline{\pi_1 = 0.0179}$$



- b) Essendo la distribuzione normale standardizzata simmetrica, la proporzione che va da $-\infty$ a -2.10 è uguale alla proporzione che va da 2.10 a $+\infty$. Quindi ho la risposta dal punto a).

$$\Rightarrow \underline{\pi_2 = 0.0179}$$

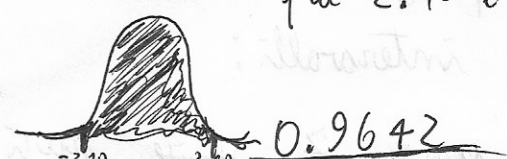


- c) Visto che ho bisogno della proporzione che va da -2.10 a $+\infty$ e visto che so dal punto b) che la proporzione che va da $-\infty$ a -2.10 è $\pi_2 = 0.0179$, per trovarla posso fare $1 - 0.0179$ (1 è la proporzione totale).

$$\Rightarrow \underline{\pi_3 = 1 - 0.0179 = 0.9821}$$



d) In questo caso ho bisogno della ~~probabilità~~ proporzione compresa fra -2.10 e 2.10 . Posso procedere sottraendo da 1 (area/proporzione totale) le proporzioni comprese fra $-\infty$ e -2.10 e fra 2.10 e $+\infty$, che conosco dai punti (a) e (b).

$$\Rightarrow \underline{1} \underline{P_4} = 1 - (0.0179 + 0.0179) = 1 - 0.0358 = \underline{0.9642}$$


Es. 2 (su Moodle)

Mensa è una società di persone ad alto Q.I. i cui membri hanno un punteggio al test Q.I. pari o superiore al 98° percentile.

- Quante deviazioni standard oltre la media è posizionato il 98° percentile.
- Per la distribuzione normale del Q.I. con media 100 e deviazione standard 16, qual è il punteggio del Q.I. pari al 98° percentile?

RISOLUZIONE:

a) Per risolvere questo punto ho bisogno di sapere qual è il punto Z associato al 98° percentile.

So che il 98° percentile lascia alla sua sinistra il 98% (= 0.98) delle osservazioni e alla sua destra il 2% (= 0.02).

Quindi trovo nella tavola standardizzata la proporzione di 0.02 e vedo qual è lo Z -score associato. Devo fare così perché la tavola riporta le proporzioni che vanno dallo Z -score a $+\infty$ (quindi a destra)

$$\Rightarrow P=0.02 \rightarrow \underline{Z=2.05} \text{ (scelgo quello che si avvicina di più).}$$

Quindi il 98° percentile è posizionato a 2.05 deviazioni standard oltre la media.

$$b) \mu = 100 \quad \sigma = 16$$

Per risolvere questo punto uso lo Z -score trovato nel punto (a). $Z = 2.05$

Per ricavare il punteggio corrispondente ricavo la x dalla formula $Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$

$$\Rightarrow x = (Z \cdot \sigma) + \mu$$

$$\text{Dalla quale: } x = (2.05 \cdot 16) + 100 = 132.8$$

Quindi il punteggio del Q.1. pari al 98° percentile è 132.8

Es. 3 (es. 4.22 fornito)

DATI:

$$x_1 = 80; \quad x_2 = 90; \quad \mu = 83; \quad \sigma = 5$$

RISOLUZIONE:

Per trovare la proporzione richiesta devo prima di tutto trovare gli Z -score associati ai punteggi 80 e 90. Uso la formula $Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$.

$$\Rightarrow Z_1 = \frac{80 - 83}{5} = -0.6$$

$$Z_2 = \frac{90 - 83}{5} = 1.4$$

A questo punto, utilizzo la tavola della distribuzione standardizzata nell'appendice del libro per conoscere le proporzioni che vanno da $-\infty$ a -0.6 e da 1.4 a $+\infty$.

$$\Rightarrow p_1 = 0.0808 \quad (= 8.08\%)$$

$$p_2 = 0.2743 \quad (= 27.43\%)$$

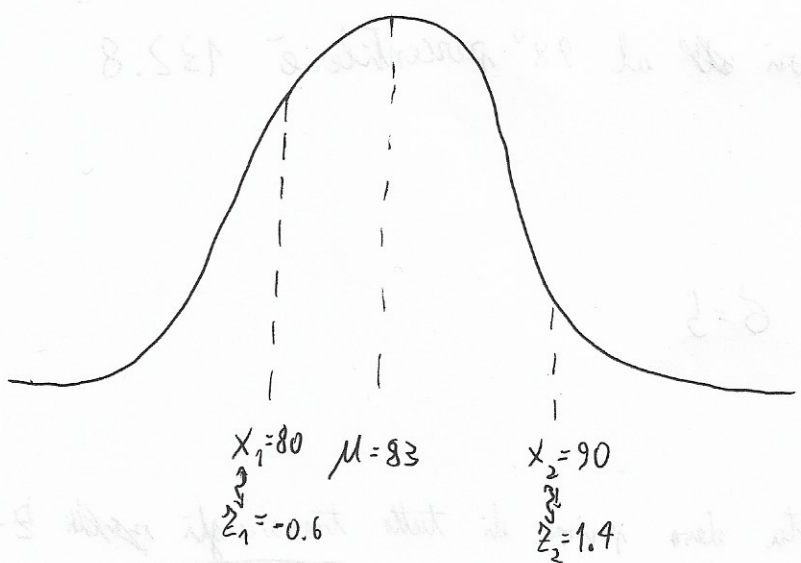
Per avere la proporzione complessiva che sta all'esterno dell'intervallo delimitato dagli Z -score -0.6 e 1.4 sommo le due proporzioni appena ottenute

$$p_3 = 0.0808 + 0.2743 = 0.3551 \quad (= 35.51\%)$$

Infine, per avere la proporzione che sta all'interno di questo intervallo devo fare $1 - 0.3551$ (1 corrisponde alla proporzione totale).

$$\Rightarrow \underline{p_4} = 1 - 0.3551 = \underline{0.6449} \quad (=64.49\%)$$

In conclusione, la proporzione di studenti che prenderà un voto B sarà all'incirca 0.6449 ($=64.49\%$).



$$\frac{x - \mu}{s} = z$$

$$z_1 = \frac{80 - 83}{2} = -0.6$$

$$z_2 = \frac{90 - 83}{2} = 1.4$$

$$p_1 = 0.0808 \quad (=8.08\%)$$

$$p_2 = 0.5743 \quad (=57.43\%)$$

$$p_4 = 0.0808 + 0.5743 = \underline{0.6551} \quad (=65.51\%)$$