

Distribuzione Ipergeometrica

- Popolazione finita con N elementi (8 tazze)
- M possiedono una certa caratteristica (prima il latte nella tazza, poi the)
- $T (= N - M)$ possiedono invece una caratteristica alternativa (the prima del latte).
- 4 tazze vengono scelte (come «tazze nelle quali è stato versato prima il latte», la prima riga della tabella, che chiameremo «m»). In realtà, solo alcune erano veramente tali (prima colonna).

Successi = 0 M T Marginali

m	0	4	4	Le tazze vengono presentate a coppie (facilitazione sperimentale), necessariamente saranno possibili 4 risposte «m» e 4 «t». Questi sono i vincoli di riga da rispettare (le quattro possibili scelte tipo «m».)
t	4	0	4	
Tot.	4	4	La probabilità di base (4/8) è scelta dallo sperimentatore	

Successi = 1 M T Marginali

m	1	3	4
t	3	1	4
Tot.	4	4	

Successi = 2 M T Marginali

m	2	2	4
t	2	2	4
Tot.	4	4	

Successi = 3 M T Marginali

m	3	1	4
t	1	3	4
Tot.	4	4	

Successi = 4 M T Marginali

m	4	0	4
t	0	0	4
Tot.	4	4	

Lady tasting tea



The experiment asked whether a taster (biologist Muriel Bristol - Roach) could tell if the milk was added before the brewed tea, when preparing a cup of tea. Fisher gave the lady 8 randomly ordered cups of (red) tea—4 prepared by first adding milk, 4 prepared by first adding the tea. She was to select the 4 cups prepared by one method. This offered the lady the advantage of judging cups by comparison. She was fully informed of the experimental method. Muriel Bristol-Roach remarkably correctly selected all 4 cups prepared by the same method. Then Fisher quantified the probability of her doing so by chance (Null hypothesis).

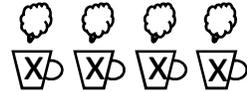


Probabilità della configurazione secondo il caso (ipotesi nulla)

Nessuna tazza indovinata

	M	T	Marginali
m	0	4	4
t	4	0	4
Tot.	4	4	

In quanti modi diversi si possono combinare zero risposte giuste in quattro risposte «m»?



$$\binom{4}{0} = \frac{4!}{0! 4!} = 1$$

	M	T	Marginali
m	0	4	4
t	4	0	4
Tot.	4	4	

In quanti modi diversi si possono combinare zero risposte giuste in quattro risposte «t»?



$$\binom{4}{0} = \frac{4!}{0! 4!} = 1$$

	M	T	Marginali
m	0	4	4
t	4	0	4
Tot.	4	4	8

In quanti modi diversi si possono combinare otto tazzine, prese a quattro a quattro?



$$\binom{8}{4} = \frac{8!}{4! 4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$$

$$P(0 \text{ successi}) = \frac{\binom{4}{0} \binom{4}{0}}{\binom{8}{4}} = \frac{1}{70}$$

Probabilità della configurazione secondo il caso (ipotesi nulla)

Una tazza indovinata

	M	T	Marginali
m	1	3	4
t	3	1	4
Tot.	4	4	

In quanti modi diversi si possono combinare una risposta giusta in quattro risposte «m»?

			
			
O	X	X	X
X	O	X	X
X	X	O	X
X	X	X	O

$$\binom{4}{1} = \frac{4!}{1!3!} = 4$$

	M	T	Marginali
m	1	3	4
t	3	1	4
Tot.	4	4	

In quanti modi diversi si possono combinare una risposta giusta in quattro risposte «t»?

O	X	X	X
X	O	X	X
X	X	O	X
X	X	X	O

$$\binom{4}{1} = \frac{4!}{1!3!} = 4$$

	M	T	Marginali
m	1	3	4
t	3	1	4
Tot.	4	4	8

In quanti modi diversi si possono combinare otto tazzine, prese a quattro a quattro?



$$\binom{8}{4} = \frac{8!}{4!4!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$$

$$P(1 \text{ successi}) = \frac{\binom{4}{1}\binom{4}{1}}{\binom{8}{4}} = \frac{16}{70}$$

Ipergeometrica

Successi in 4 prove (4 coppie M –T casualizzate)	Funione di massa Ipergeometrica	Funzione ripartizione 
0	$\frac{\binom{4}{0}\binom{4}{0}}{\binom{8}{4}} = .01428$	1,00000
1	$\frac{\binom{4}{1}\binom{4}{1}}{\binom{8}{4}} = .22857$	0,98571
2	$\frac{\binom{4}{2}\binom{4}{2}}{\binom{8}{4}} = .51428$	0,75714
3	$\frac{\binom{4}{3}\binom{4}{3}}{\binom{8}{4}} = .22857$	0,24286
4 (P<0.05)	$\frac{\binom{4}{4}\binom{4}{4}}{\binom{8}{4}} = .01428$	0,01429

Solamente indovinando tutte e quattro le tazze nelle quali è stato versato prima il latte, o viceversa, si incorre in un risultato inatteso (**p-valore < 0,05**). Qualsiasi altro esito, o uno più estremo, si realizzano con una probabilità eccedente il limite inferiore del 5%.

L'ipotesi nulla di una prestazione casuale genera una distribuzione nella quale l'esito 4 è troppo raro (< 5%). Qualora si realizzasse, in un esperimento effettivamente condotto, allora i dati raccolti ci consentirebbero di rigettare l'ipotesi nulla, a favore di una interpretazione alternativa (ma difficilmente quantificabile) legata ad una effettiva capacità.

Per quanto raro, questo esito è però possibile sotto l'ipotesi nulla; se fosse vera, il suo rigetto sarebbe quindi un errore (I tipo) con probabilità pari al 5% di essere commesso.

Successi in 4 prove 8 tazzine (4 M e 4 T)	Funione di massa Ipergeometrica	...oppure
0	$\frac{\binom{4}{0}\binom{4}{0}}{\binom{8}{4}} = .01428$	$\binom{4}{0} \frac{4}{8} \frac{3}{7} \frac{2}{6} \frac{1}{5} = 0.01428$
1	$\frac{\binom{4}{1}\binom{4}{1}}{\binom{8}{4}} = .22857$	$\binom{4}{1} \frac{4}{8} \frac{4}{7} \frac{3}{6} \frac{2}{5} = 0.22857$
2	$\frac{\binom{4}{2}\binom{4}{2}}{\binom{8}{4}} = .51428$	$\binom{4}{2} \frac{4}{8} \frac{3}{7} \frac{4}{6} \frac{3}{5} = 0.51428$
3	$\frac{\binom{4}{3}\binom{4}{3}}{\binom{8}{4}} = .22857$	$\binom{4}{3} \frac{4}{8} \frac{3}{7} \frac{2}{6} \frac{4}{5} = 0.22857$
4 <i>(P<0.05)</i>	$\frac{\binom{4}{4}\binom{4}{4}}{\binom{8}{4}} = .01428$	$\binom{4}{4} \frac{4}{8} \frac{3}{7} \frac{2}{6} \frac{1}{5} = 0.01428$

